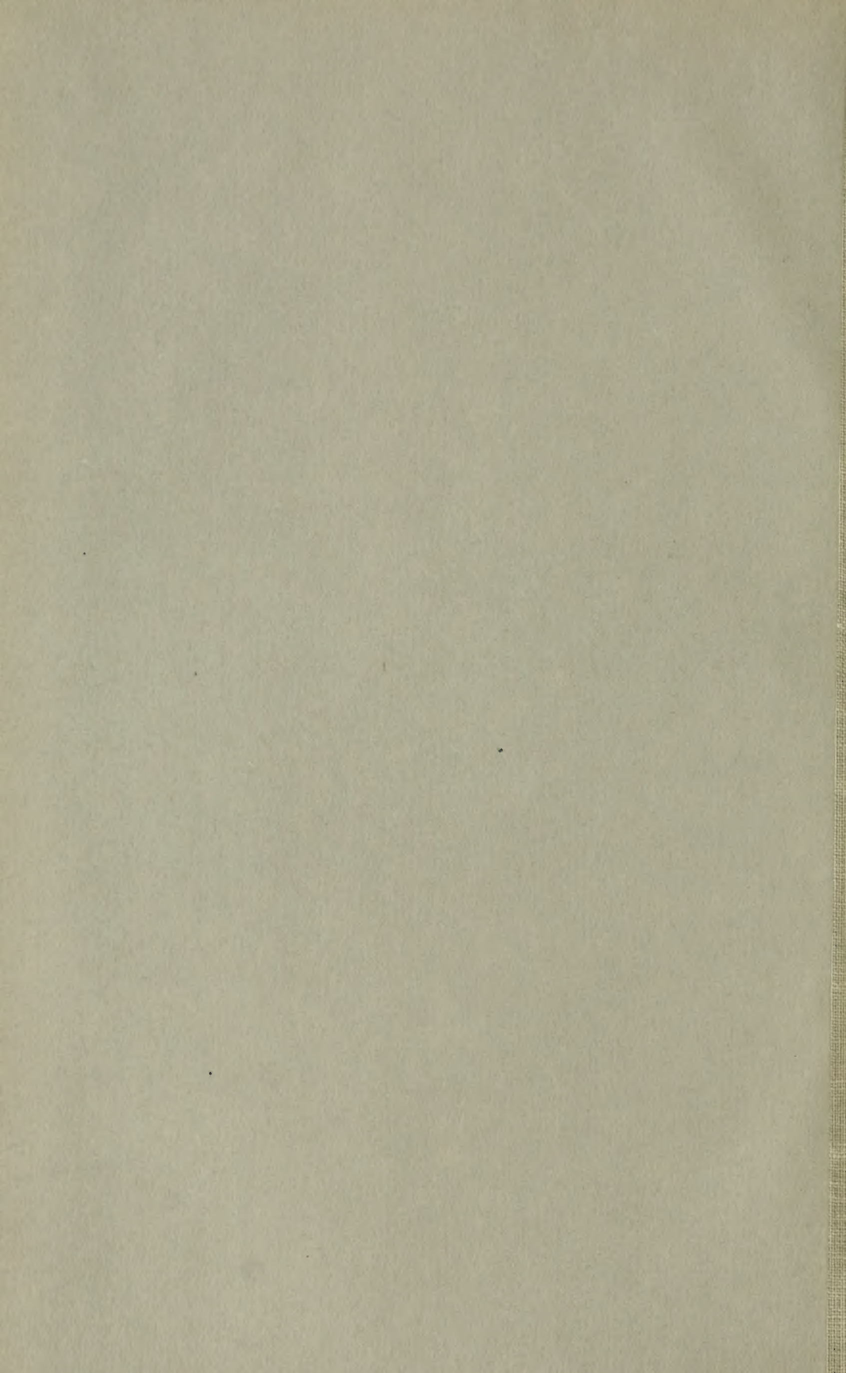
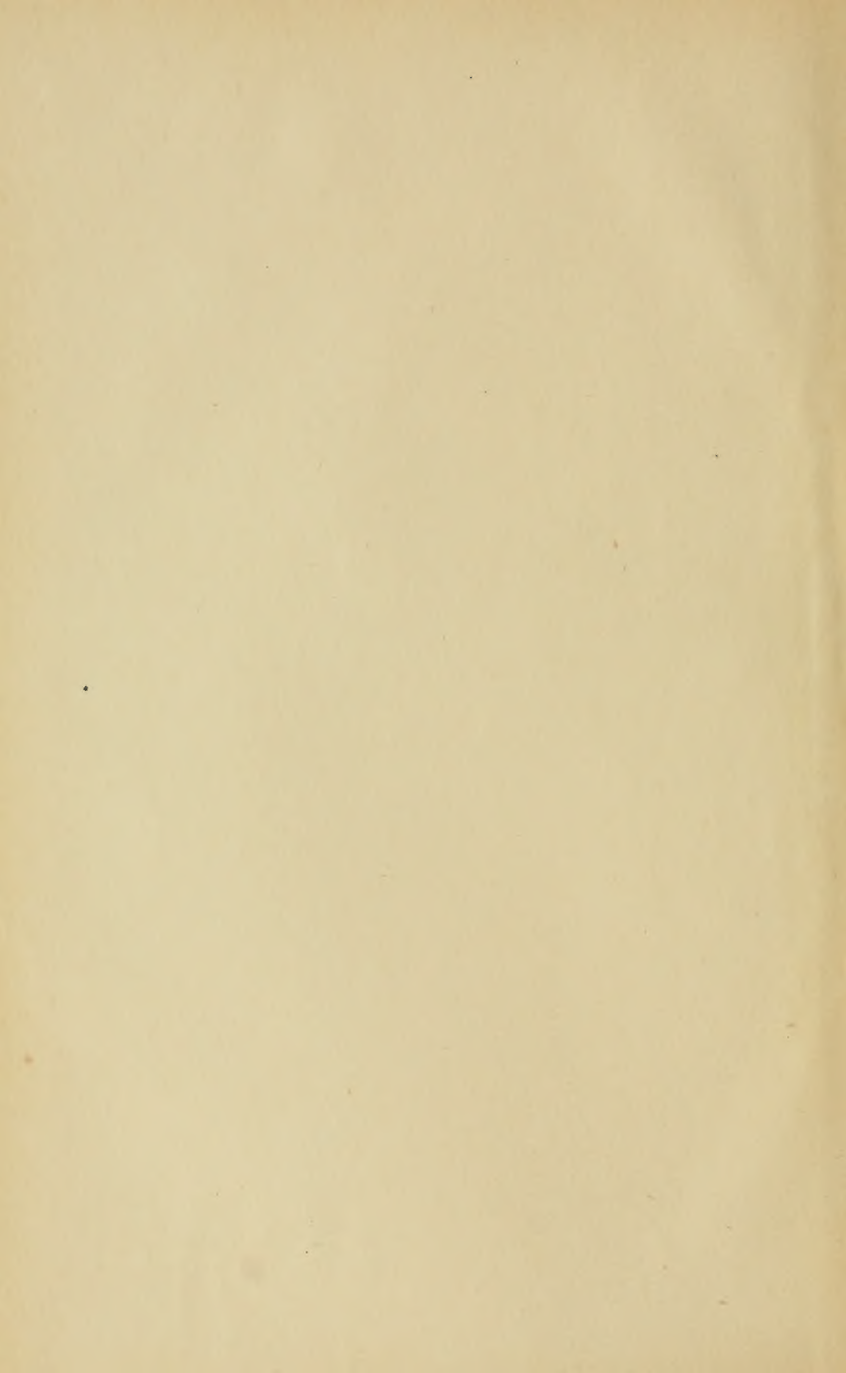








Vierteljahrsschrift

der

Naturforschenden Gesellschaft

in

Zürich.

Unter Mitwirkung der Herren

Prof. Dr. A. HEIM und Prof. Dr. A. LANG

herausgegeben

von

Dr. FERDINAND RUDIO,

Professor am Eidgenössischen Polytechnikum.

Einundfünfzigster Jahrgang. 1906.

Mit 8 Tafeln.

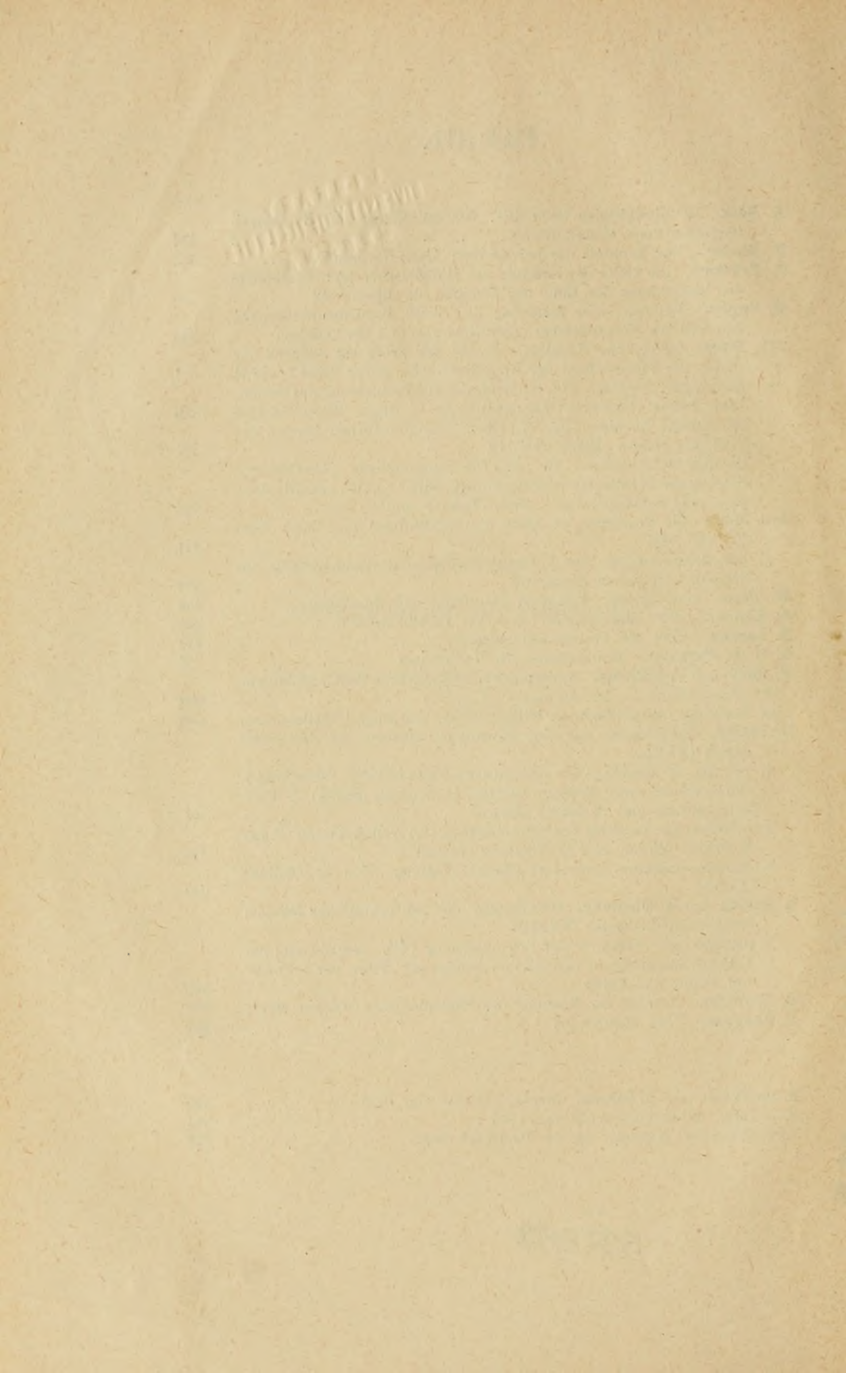
Zürich,

in Kommission bei **Fäsi & Beer** in **Zürich**

1906.

Gründungsjahr der Gesellschaft
1746.

Inhalt.



Geologische Nachlese.

Von

Albert Heim.

Nr. 15.

Ein Profil am Südrand der Alpen, der Pliocaenfjord der Breggiaschlucht.

Mit zwei Chromotafeln und Textbildern.

I. Vorwort und Einleitung.

Die Zementfabrik bei Chiasso hatte mir die Aufgabe gestellt, die Ausdehnung des von ihr ausgebeuteten Kalksteines, des Biancone, festzustellen. Für die Wasserversorgung der Gemeinden Chiasso und Balerna suchte ich passende Quellen. Diese Expertenarbeiten machten mich mit der Umgebung von Chiasso, im besondern mit dem Gebiete der herrlichen Breggiaschlucht bekannt. Ich ergänzte dann meine Beobachtungen nachher in rein wissenschaftlichem Interesse. Dies geschah im April und im Oktober 1905. Im April begleitete mich mein Assistent Dr. Ernst Blumer. Später hat mir auch bei der Ausarbeitung dieser Notizen Herr Dr. Ernst Blumer durch mikroskopische Untersuchung der mitgenommenen Proben etc. geholfen. In den Weihnachtsferien machte ich zusammen mit meinem Sohne Dr. Arnold Heim eine letzte Kontrollexkursion.

Wir befinden uns am Südfusse der Alpen. Das hier vielfach verbogene Alpenstreichen ist auf eine ziemliche Strecke, das ist von Mendrisio bis Como, aus dem herrschenden W-E in NW-SE gedreht. Die Schichten fallen vom Gipfel des Monte Generoso bis an die Alluvionen der Poebene ziemlich steil gegen SW ab in normaler Reihenfolge, so dass wir von den Alpen gegen die Ebene hinaus auf stets jüngere Schichten treffen. Auf den aberodierten Schichtköpfen aber, vom Niveau von 400 m über Meer an hinab, liegen jüngste Gebilde, welche von der Alpendislokation nicht mehr aufgerichtet worden sind. Die Breggia, mit ihrem Sammelgebiet ganz nur dem Gebirge des Monte Generoso angehörend, hat eine prachtvolle, streckenweise ungangbare Schlucht von N nach S durch die aufliegenden jüngeren Gebilde bis tief in die dislocierten Untergrundschichten geschnitten und dadurch die gegenseitige Lagerung der verschieden alten Gebilde in herrlicher Weise für die Beobachtung entblösst.

Nirgends finde ich eine ausreichende Würdigung der Aufschlüsse der Breggiaschlucht. Die geologische Karte der Schweiz 1:100000 hat in Blatt XXIV, welches dieses Gebiet enthält, überdies viele Fehler: Der Flysch westlich Balerna gegen Coldrerio ist nicht angegeben, die Grundmoränenlehme südlich des Bahnbogens von Balerna sind für Pliocaen genommen, dagegen das weiter westlich in der Schlucht der Roncaglia in grosser Ausdehnung aufgeschlossene Pliocaen ist als Quartär dargestellt. Von Chiasso bis weit SE über Como hinaus ist zwischen Lias und Tertiärnagelfluh ein Streifen Pliocaen gezeichnet, wo Biancone, Scaglia und eocaene Flyschmergel streichen. Es wird also eine Korrektur der Karte erwünscht sein. Endlich enthält unsere Gegend unfern Balerna die Lager, von welchen ausgehend Stoppani, Spreafico und dann besonders Desor behaupteten, die Gletscher seien ins Pliocaenmeer vorgedrungen und unser glaciales Diluvium am Nordabhang der Alpen sei überhaupt die glacial-terrestrische Facies des Pliocaen. Über diese letztere Frage hatte sich eine ganze Literatur entwickelt. Rütimeyer, Ch. Mayer-Eymar, Sordelli, Taramelli, Renevier und andere haben sich darüber ausgesprochen, und alle diese letzteren haben bezeugt, dass nirgends geschrammte Geschiebe im marinen Pliocaenton zu finden seien und nur an wenigen Stellen Pliocaenton ins Glaciale aufgeschürft vorkomme, das Pliocaen aber auch am Südfuss der Alpen älter sei, als Diluvium. Ich möchte noch hinzusetzen: Pliocaenconglomerat wurde für Diluvialschotter gehalten und dadurch der Irrtum vermehrt.

Meine Beobachtungen in dem Gebiete der Breggia können die schon von andern angebahnte Aufklärung noch wesentlich vervollständigen und erweitern. Es schien mir deshalb gerechtfertigt, dieselben hier zu geben.

II. Die alpin aufgerichteten Gesteine im Profil der Breggiaschlucht.

Am Nordabhang und an der Westflanke des Monte Generoso, wie weiter westlich am Poncione d'Arzo, liegen mit ziemlich gleichmässigem S-Fallen die Triasgebilde. Ihr oberstes Glied ist der Dachsteinkalk. Darüber folgt bei Arzo und nördlich Mendrisio der untere Lias. Wir wollen unser stratigraphisches Profil mit dem unteren Lias beginnen und dann vom Mittellias weg die Aufschlüsse in der Breggiaschlucht als ein lückenloses Profil verfolgen.

1. Unterer Lias. Brocatello d'Arzo, Marmo d'Arzo, Steinbrüche um Arzo und Saltrio. Bunter, vorherrschend roter Kalkstein. Die schönsten Varietäten des in feurigen, fleckigen und streifigen Zeichnungen von grau, rot, gelb und weiss vorkommenden, architektonisch

vielfach verwendeten Gesteines finden sich an seiner Basis, wo der Dachsteinkalk in mächtigen Karrenbildungen ausgelaugt oder auch trümmerig zerfallen ist und der rote Liaskalk die Trümmer des Dachsteinkalkes verkittet, die Karrenlöcher ausfüllt und oft zwischen beiden schlierig die alte „Terra rossa" einschliesst, die über den Dachsteinkalkkarren sich gebildet hatte. Diese rote tonige terra rossa freilich ist oft das Unglück des Steinhauers, denn ihr entlang trennt sich manchmal die kaum fertig gehauene bunte Säule. Wir beginnen also unsere Schichtreihe mit einer ausgezeichneten Transgression des Liasmeeres über den angewitterten Dachsteinkalken. Die Spuren dieser Erscheinung gehen weit in die Ostalpen hinein, wo an verschiedenen Stellen Lias mit Fossilien in Schloten und Karrenlöchern der Keuperkalke und Dolomite gefunden worden ist. Das bunte Gestein enthält im ganzen wenig Fossilien. Schwarmweise treffen wir auf Brachyopoden (Zeilleria cor Lam. (Terebr.) Rhynchonella belemnitica Qu.), auf Lima, Pecten, Crinoiden (Apiocrinus sp.), nur ausnahmsweise auf andere Fossilien.

Nach oben wird die Schichtung und die Gesteinsbeschaffenheit nach Korn und Farbe gleichmässiger und matter. Der untere Lias ist sehr ungleichförmig ausgebildet, bald fast fehlend, bald mächtig, wie es einem Transgressionsgebilde entspricht. Sehr ungleichförmige Mächtigkeit zeichnet fast noch mehr das folgende Glied der Schichtreihe aus. Schichtenfall nördlich ob Arzo etwa 15° nach Süd, weiter südlich steiler bis 30°.

2. Dunkelgrauer Lias, mittlerer Lias, allmählich nach oben aus dem bunten Lias sich entwickelnd. Rauher, bald dichter, bald unregelmässig körniger, wenig reiner, auf frischem Bruch dunkelgrauer, bankiger Kalkstein, regionenweise mit vielen kieseligen Streifen und mit Lagen von schwarzem Hornstein (Lydit), sehr arm an bestimmbaren Fossilien. Der Hornstein enthält wie der Kalk nach unseren mikroskopischen Untersuchungen in Masse Nadeln von Kieselspongien; er ist ein Spongit. Auf dem Wege durch Valle di Muggio von Morbio superiore hinein bis in die Valle della Grotta zu den dort gelegenen herrlichen Quellen habe ich auf eine Strecke, geradlinig gemessen von 6 km quer zum Streichen, mit einförmigem SW-Fallen von ca. 25 bis 30°, bald dünnbankig, bald grobbankig mit nur sehr wenig schieferigen Einlagerungen immer nur dieses eine Gestein getroffen. Es reicht noch weiter bis über den Gipfel des Monte Generoso hinaus. Wenn nicht versteckte Faltungen oder versteckter Schuppenbau vorhanden sind, wofür ich nirgends Anzeichen gefunden habe, so müssen wir eine unerhörte Mächtigkeit von 2000 bis 3000 m annehmen. Am Westabfall des

Monte Generoso ist der graue Lias auf 800 bis 900 m Mächtigkeit in regelmässig südfallender Schichtung direkt angeschnitten und auf einen Blick sichtbar. Weiter westlich gegen Arzo nimmt er stark ab. Im allgemeinen ist der Lias in der Höhe und weiter nördlich flacher gelagert (20 bis 30°), gegen den Südrand wird er steiler. Bei Obino, Castello S. Pietro, Mendrisio steht er mehr oder weniger senkrecht. Nach den Tiefen der Breggiaschlucht flacht er sich wieder zu 60 bis 45° SW-Fall aus. Unser Profil Taf. I, Fig. 1 beginnt bei Morbio superiore in den oberen Schichten des grauen Lias.

Unten in der Schlucht bei Rovagino bei 385 bis 400 m Meerhöhe tritt aus dem Liaskalk eine mächtige Quellengruppe heraus. Dieselbe ist auf meine Befürwortung hin zur Wasserversorgung von Chiasso gefasst und, da die Schlucht unterhalb zu schwierig und ungangbar ist, durch einen Stollen von ca. 900 m Länge durch Liaskalk, Moräne und Ceppo nach S hinaus geleitet worden. Herr Ingenieur A. Guggenbühl in Zürich hat das ganze Werk ausgeführt und bei dieser Gelegenheit mancherlei beobachtet, worüber er mir folgendes berichtet:

Die grossen Quellen kommen im linksseitigen Gehänge etwas über der Breggia zum Vorschein. Sie entströmen mehreren Felsröhren von rundlichem Querschnitt und 20 bis 60 cm Durchmesser. Die Röhren steigen in oder zwischen den verschiedenen Schichten, vorherrschend in mergeligen Lagen, mit dem Gefälle der Schichten aus der Tiefe heraus und mündeten vor der Fassung zum Teil in der Breggia und bis 20 m höher hinauf. Die tiefst mündende Quellröhre hat Wasser von 12°, die höheren von 11,7°. Auch auf der rechten, westlichen Talseite zeigte sich eine Quellröhre bei 8 m und eine andere, nur bei Hochwasser tätige Quellröhre, 20 m über der Breggia. Der Ertrag der Quellröhren wurde über dem Hochwasserniveau der Breggia durch einen Stollen im Liasfels zusammengefasst.

Der minimalste Wasserertrag der Fassungen war 70 Sekundenliter, im Jahr 1905 ist er niemals unter 120 Sekundenliter gesunken und oft erreichte er 250 Sl. Das beobachtete Maximum der Fassung nach mehrtägig anhaltendem Regen war 1800 Sl., während gleichzeitig noch ca. 500 Sl. aus nicht gefassten höheren Felsröhrenmündungen aussprudelten. Die Quellen schwellen schon 3 Stunden nach kräftigem Regen im Muggiotale an, bleiben aber dabei selbst nach mehrtägigem starkem Regen klar und ändern auch ihre Temperatur nicht, woraus auf ein grosses unterirdisches, als Reservoir dienendes Netz von Wasserspalten, Höhlen und Röhren von über 300,000 m³ Inhalt zu schliessen ist. Neben dieser rasch sich vollziehenden Schwankung gibt es eine zweite geringere Schwankung,

welche dem Regen oder andererseits der Trockenheit mit 4 Menate Verspätung nachfolgt. Bei den Anschwellungen strömt das Wasser mit grosser Gewalt aus den Quellröhren, die offenbar nicht sehr direkt miteinander zusammenhängen.

Unter der Strassenbrücke zwischen Morbio superiore und Castello S. Pietro fällt die Breggia über die Liasfelsplatten hinab. Hingekauert an den Fels liegt die Mühle Molino di Morbio. Von dort kann man noch ein Stück talabwärts gehen bis zum stehen gebliebenen Widerlager einer alten, zusammengestürzten Brücke. Die Schichten fallen stets 45⁰ bis 55⁰ gegen SW, der Bach durchschneidet quer zum Streichen. Man kann auch an zwei Stellen bis an den Fluss hinabklettern und unten lückenlos das Profil vom grauen Lias bis in den Dogger verfolgen. Wenigstens gelingt dies bei niedrigem Wasserstand und warmer Witterung, wenn man sich nicht zu scheuen braucht, die Breggia mehrfach bis über die Knie zu durchwaten. Ich folge nun diesem Profil und finde gegen SSW den mächtigen, dunkelgrauen Lias allmählich ohne eine näher zu bezeichnende Grenze übergehend in:

3. ca. 100 m heller Lias, hellgraue, auch weisslichgraue und gelbe Kalkbänke, ziemlich regelmässig 20 bis 40 cm mächtig. Ich zähle in der Breggiaschlucht von weitem auf der Strecke von Molino bis zum Wasserfall oberhalb des „Ammonitico rosso“ ca. 250 gut getrennte Schichtbänke. Darin finden sich Bänke von hellbraunem Hornstein, viele schlecht erhaltene unbestimmbare Ammoniten, hie und da ganz dünne, tonige Zwischenlager zwischen den Kalksteinen. Diese Kalksteine sind im chemischen Bestand und in der Struktur makroskopisch wie mikroskopisch vom dunkelgrauen Lias nicht wesentlich verschieden und vielleicht nur hier durch Verwitterungsfärbung aus dem grauen hervorgegangen. Ich würde sie hier gar nicht besonders abgetrennt haben, wenn sie nicht für die Erklärung des später zu besprechenden „Pontegana-Conglomerates“ den Schlüssel gegeben hätten.

4. Oberer Lias, roter Lias, „Ammonitico rosso“. Derselbe besteht von unten nach oben, in stets allmählichen Übergängen, in zahlreichen Bänken vermittelt, aus:

a) Mehr und mehr rosarote, knollige Kalksteinbänke mit roten, allmählich zunehmenden, mergligen Zwischenlagen.

b) Intensiv zinnoberrote Mergel mit stets dünneren, knolligen, weisslichen oder rosaroten Kalkbänken oder auch nur Lagen und Reihen von hellen Kalkknollen, ca. 10 m, Haupthorizont der Ammoniten.

c) Weisse und hellrötliche, dünne, knollige, etwas mergelige Kalkbänke mit roten Zwischenmergeln; Farbe blasser, kalkige Bänke über die Zwischenmergel wieder vorherrschend. Obere Grenze unbestimmt, Mächtigkeit ca. 10 m.

Alle diese zahlreichen Bänke enthalten keine Hornsteine und sind reich an schlecht erhaltenen Ammoniten. Andere Fossilien fanden wir nicht. Herr Dr. Rollier bestimmte unter den von mir hier gesammelten Fossilien:

Aus 4 b:

Poecilomorphus (Lillia) Mercati v. Hauer (Am.), Leitfossil des obersten Lias, drei Exemplare.

Coeloceras crassum Phil. (Am.), Ober-Lias, ein Stück.

Coeloceras cfr. longalvum Vacek, Ober-Lias, zwei Exemplare.

Hildoceras cfr. bifrons Brug. (Am.), Ober-Lias, drei Exemplare.

Phylloceras Nilsoni Héb. (Am.), Ober-Lias, drei Exemplare.

Aus 4 c:

Ludwigia Aalensis v. Ziet. (Am.), oberster Lias bis unterster Dogger.

Phylloceras Nilsoni Hébert (Am.), oberster Lias bis unterer Dogger. Diesen habe ich in 4 c wie in 4 b abermals in drei Exemplaren herausgeschlagen.

Genau in gleicher Beschaffenheit findet sich der Ammonitico rosso in einigen Platten gut entblösst, senkrecht gestellt, nördlich von Loverciano, westlich von Castello S. Pietro. Sonst habe ich ihn nirgends in den Umgebungen von Chiasso anstehend mit Fossilien gefunden.

5. Dogger? und Unterer Malm? ca. 100 m. Vom Lias zum Dogger findet keine wesentliche petrographische Veränderung statt. Stetsfort wechseln zahllose blassrötliche oder weisse, knollige Kalkbänke mit roten Zwischenmergeln ab. Die Felsmassen sehen wunderbar buntgestreift aus; die Schichtung ist sehr scharf gezeichnet. Kalk und Mergel finden sich in allmählich ändernden Mächtigkeiten. Was aber dem Ammonitico rosso fehlte, stellt sich hier ein, nämlich graue Hornsteinstreifen und Bänke. Die Wand, über die das kleine Bächlein östlich Castello S. Pietro in die Breggia stürzt, besteht aus dieser Schichtfolge. Unten im Bord der Breggia sehen wir darin eine sonderbare Verfaltung mitten zwischen parallelen ebenen Schichten, Taf. II, Fig. 4. Nur die ausgeprägte Schichtung, wechselnd weicher Mergel und festerer Kalkstein, konnte dergleichen ermöglichen. Aber es handelt sich hier um eine Faltung ungewöhnlicher Art. Die Achse der Fältchen liegt nicht im Streichen der Schichten, die Fältelung gehört nicht zu dem Phänomen der gesamten Schicht-

aufrichtung. Vielmehr steht die Achse der kleinen Falten ganz steil und fast genau in der Vertikalebene der Fallrichtung, so dass diese lokale Fältelung auf eine lokale longitudinale Zusammenpressung zurückzuführen ist.

Von einer zugänglichen Stelle notierte ich in diesem Komplexe 3 bis 10 cm dicke, hellgelbgraue Kalkbänke mit 1 bis 5 cm dicken, grauen Feuersteineinlagerungen, die Kalkbänke durch 1 bis 3 cm rote Mergel getrennt. Nach oben reduzieren sich die Mergeleinlagerungen auf dünne Häute; die Kalkbänke werden allmählich 10 bis 40 cm dick und manchmal etwas sandig, glimmerführend.

Was nun beweist, dass dieser Komplex den Übergang zum Dogger darstellt und teilweise schon Dogger ist, sind einige Ammoniten, die ich im untersten Teil desselben gefunden und die Herr Dr. Rollier wie folgt bestimmt hat:

Phylloceras Nilsoni Hébert (Am.) — oberer Lias und unterer Dogger.

Hammatoceras fallax Beneke (Am.) — unterster Dogger, Murchiusonae- und Opalinuszone.

Dumortieria Dumortieri (Thioll.) Dumortier — unterer Dogger bis oberer Lias; Murchisonae- bis Opalinuszone.

Dumortieria arata Buckm. — oberer Lias bis unterer Dogger.

Vom grauen Lias durch den hellen Lias, den Ammonitico rosso und den braunen Jura haben wir fortwährend den Wechsel von Tonbänken mit Kalkbänken in wunderbarer Regelmässigkeit. Unten im grauen Lias sind die Tonbänke oft nur Zwischenhäute, dann nehmen sie an Mächtigkeit zu, die Kalke ab; im Ammonitico rosso herrschen die Tone stark vor; dann allmählich gewinnen die Kalkbänke wieder die Oberhand, und im Dogger stellen sich dazu die Kieselbänder ein. Ich schätze, dass in diesem Profil vom hellen Lias unterhalb Molino bis an die vermutliche obere Grenze des Dogger wohl wenigstens 400 bis 500 Kalksteinbänke und ebensoviele Mergelbänke miteinander abwechseln. Der zunehmende Kieselgehalt deutet vielleicht auf Zunahme der Meertiefe. Wo wir innerhalb der 90 bis 100 m starken Schichtmasse zwischen dem echten Ammonitico rosso einerseits und dem roten Radiolarit (No. 6) andererseits die Grenze von Lias und Dogger und wiederum die Grenze von Dogger und Malm zu setzen haben, bleibt vollständig unentschieden.

Der Wechsel setzt etwas verändert fort. Die genaue Beobachtung und das Suchen nach Petrefakten erhält einen Unterbruch durch die Ungangbarkeit der dunkeln Schlucht und ihrer Wände unter den Ruinen der Brückenwiderlager. Die oberen Schichten bis an den Radiolarit sind einzig zugänglich, wenn man von Castello S. Pietro

genau westlich von Punkt 432 m zu dem rechtsseitigen Widerlager der zerstörten Brücke hinabsteigt, dann einen kleinen Pfad rechts hinabklettert. Dort kommt man auf das Trümmerwerk eines feurig-roten kleinen Bergsturzes aus Radiolarit und kann dort bei niedrigem Wasser eine Strecke von etwa 60 m dem Bach entlang gehen und das Anstehende schlagen. Es ist eine der schönsten Stellen. Aus der dunkeln Schlucht im unerreichbaren Teil des Dogger heraus stürzt die Breggia als Wasserfall in einen dunkeln Kessel. Das Becken, an dem wir stehen, ist bei niederem Stande mit herrlich grünblauem, klarem Wasser gefüllt. Das Wasser fliesst durch die roten Trümmer. Die Schichtung an den beidseitigen Felswänden streicht quer zur Schlucht und fällt 50° gegen SW. Talauswärts folgen vom Wasserfall noch etwa 40 m des Mergelkalkes von Dogger oder unterem Malm, dann der rote Radiolarit. Weiter auswärts zieht das Wasser in ungangbarer Schlucht durch die roten Felsen dem eindringenden Licht entgegen. Der über dem Radiolarit folgende weisse Biancone ist schluchtauswärts sichtbar, aber nicht erreichbar.

Am Rande des Wasserfallbeckens beobachten wir, dass der Kalkstein nach oben dünnschichtiger, weniger gebankt und knolliger, und die grauen Kalkschichten mergeliger geworden sind. Im grauen Mergelkalk liegen scharf umgrenzte feste Kalklinsen von 1 bis 3 dm Durchmesser. Einzelne grüngraue Hornsteinlagen zeichnen die Schichtung. Versteinerungen fand ich in diesem obersten Teil des Dogger (?) — vielleicht stehen wir schon im Malm? — nicht mehr. Da, plötzlich, ca. 40 m stratigraphisch über den Schichten des Wasserfalles, schluchtauswärts des roten Bergsturzes, ändert sich auch das Bild des Anstehenden, es folgt eine rote hornsteinreiche Masse:

6. Oberer Malm — Aptychenschichten mit Radiolaritlagen. Bald in abgeschlossenen Linsen in rotem, kieseligem Mergelkalk, bald in feinen, bald in groben, knolliglinsigen Bänken, die Knollen und Bänke 10 bis 30 cm dick, setzt der Hornstein fast plötzlich mächtig und herrschend ein. Er ist in einzelnen Flecken weiss oder grün, meistens aber braunrot oder rot. Oft zieht Mergel oder Tonschiefer nur in dünnen, welligen Häuten oder Blättern zwischen den linsigen Hornsteinmassen durch. ²/₃, stellenweise ⁴/₅ des 35 bis 40 m mächtigen Komplexes ist Hornstein, etwa ¹/₄ Mergelkalk und nur wenige Prozente mögen auf die tonigen Zwischenblätter fallen. In den oberen, hier unten in der Schlucht unzugänglichen, in der Höhe aber erreichbaren Schichten des Roten nehmen die Hornsteinbänke ab, der Kalk zu. Unten am Wasser kann man zur Zeit nur bis zu einem ganz in dunkelrotem Hornstein ausgeriebenen, grossen Erosionskessel vordringen.

In den Trümmern des Radiolaritbergsturzes fand ich einen schönen Aptychus eines inflaten Aspidoceren, sogenannter Aptychus latus oder laevissimus, Park. Ferner fanden wir hier in drei Stücken: Belemnopsis (Duvalia) Zeuschneri (Oppel) v. Zittel (Belemnites), dem oberen Malm, besonders Kimerigien, angehörend und Belemnopsis (Hastites) cfr. semisulcata (z. Mü.) Zittel, Kimeridge-Stufe.

In der Umgebung von Chiasso habe ich den Malm-Radiolarit einzig noch in den Bianconegruben der Zementfabrik „Ponte Chiasso" aufgeschlossen gefunden.



Fig. 1. Radiolarie aus körnigem Quarz in dichter Grundmasse.



Fig. 2. Stichocapside?

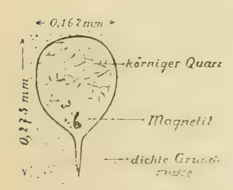


Fig. 3. Stichocapside? Umriss schematisiert.

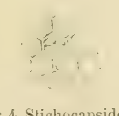


Fig. 4. Stichocapside? Cenosphaera regularis? d = 0,012 mm

Vom Radiolarit-Aptychenschiefer aus der Breggiaschlucht habe ich Dünnschliffe herstellen lassen. Herr Dr. Ernst Blumer hat dieselben mikroskopiert und berichtet darüber wie folgt:

„Der Aptychenschiefer zeigt unter dem Mikroskop in einer bei 70-facher Vergrösserung noch fast dicht aussehenden, kalkig-tonigen, eisenschüssigen und darum dunklen Grundmasse sehr zahlreich wasserklare Radiolarienquerschnitte, meistens kreisrund bis elliptisch, seltener von anderen Umrissen. Das helle Innere dieser Radiolarien ist fast ausnahmslos von feinkörnigem Quarz erfüllt; Korn = 0,005—0,01—0,03 (selten bis 0,08) mm. Ein inneres Skelett lässt sich nirgends erkennen. Der Durchmesser der Radiolariengehäuse übersteigt nie 0,25 mm.

„Die runden Querschnitte sind zum Teil glattrandig mit einem Durchmesser von z. B. 0,1 mm (Fig. 1); häufiger aber zeigen sie (und besonders die grösseren Scheiben) einen zackigen Rand, der die alte Bestachelung der Schale noch andeutet, obwohl durch Auflösung und Umsetzung die ursprüngliche schöne Regelmässigkeit fast immer gelitten hat (Fig. 2). Es scheinen dann zu diesen bestachelten kreisförmigen Querschnitten Längsschnitte mit einem dünnen Gipfelstachel zu gehören (Fig. 3); es würde sich demnach um eine Form aus der Familie der Cyrtiden handeln, vielleicht um eine Stichocapsa-Ver-

wandte. Aber stellenweise scheinen auch zwei einander diametral gegenüberliegende „Gipfelstachel“ sich zu finden. Zu einer scharfen Bestimmung konnte ich bei der schlechten Erhaltung der Schale, dem Fehlen aller Struktur-Einzelheiten im Innern, dem Vorhandensein blosser Umrisse, nicht gelangen.

„Neben der herrschenden vermutlichen Stichocapside finden sich gelegentlich noch andere Formen, so namentlich Bruchstücke eines Skelettes aus sechseckigen Gittermaschen (Fig. 4). Sind das vielleicht nur tangentiale Oberflächenschnitte derselben Stichocapside, deren Quer- und Längsschnitte wir beschrieben haben (das Lumen der Maschen würde ungefähr mit der Entfernung der Stacheln stimmen, vergl. Figuren), oder handelt es sich hier um Cenosphaera regularis, Rüst (Palaeontographica XXXI, Taf. XXVI, Fig. 5)? Ganz vereinzelt sind kleine, dreizackige, wasserklare Sphaerozoum-Nadeln (Durchmesser des umschriebenen Kreises 0,04—0,05 mm). An einer Stelle beobachtete ich auch eine planspiral aufgerollte Calcit-Schale, erinnernd an die Radiolarie Discospira aequalis, Rüst. Vielleicht liegt hier eine vereinzelte Foraminifere vor.

„Während schon im Aptychenschiefer selbst die Radiolarienschalen durch teilweise Auflösung, dann durch Verwandlung der ursprünglichen Kieselsäure der Schale in krystallinen Quarz stark gelitten haben, ist das noch viel mehr der Fall im Hornstein. Die Grundmasse besteht hier aus feinstkörnigem, eisenschüssigem Quarz; das Korn schwankt um 0,01 mm. Das überall fein verteilte Eisenoxyd bedingt hier wie im Aptychenschiefer die makroskopisch rote oder braune Färbung des Gesteines. Im Dünnschliff aber ist der Hornstein hell, gelblich bis bräunlich, und der Unterschied gegenüber dem tiefbraunen Aptychenschiefer ist auffallend. Die Grenze ist oft eine ganz scharfe, unvermittelte und wird sogar manchmal durch eine etwa 0,06 mm breite, wasserklare „Quarzader“ bezeichnet. Zu dem allgemeinen, feinstverteilten Eisenoxyd gesellen sich noch da und dort kleine Anhäufungen von Limonit und Magnetit.

„Die Radiolarien des Hornsteins sind bei gekreuzten Nicols zum Teil noch durch etwas gröberes Korn, zum grösseren Teil aber gar nicht mehr von der Grundmasse zu unterscheiden. Im gewöhnlichen Licht heben sie sich als rundliche, klarere Querschnitte von der durch Eisen gelben, feinkörnigen Grundmasse ab. Die Umrisse sind aber nicht scharf begrenzt; oft verfliesst die Versteinerung langsam in das umgebende „Bindemittel“; höchst selten und nur undeutlich lassen sich etwa noch Stacheln erkennen. Nirgends andere Fossilreste; lauter rundliche Umrisse von denselben Dimensionen wie die der Radiolariengehäuse im umgebenden Aptychenschiefer. Die Zahl der

so erkennbaren Radiolarien ist im Hornstein kaum grösser als im Aptychenschiefer; aber wenn an den noch kenntlichen Resten die Stacheln und andere Teile der Schale aufgelöst wurden, so mögen andere Schalen ganz verschwunden und unkrystallisiert sein, und es ist vielleicht das heutige feinstkörnige Quarzgestein nur entstanden durch Umkrystallisation aus sehr reinem Radiolarienschlamm. Der vielfache Wechsel von Aptychenschiefer und Hornsteinbänken war wohl bedingt durch periodisches Hinzutreten eines kalkigen Tonschlammabsatzes zu einem kontinuierlichen Radiolarienabsatz.

„Sekundäre Calcitadern durchziehen das Gestein, den spröden Radiolarit noch häufiger als den Aptychenschiefer. Zum Teil setzen diese Adern an der Grenze von Hornstein und Aptychenschiefer ab; zum Teil setzen sie durch.

„Die Radiolariennatur der roten Hornsteine der oberjurassischen Aptychenschiefer vom Südabhang der Schweizeralpen ist schon von Steinmann erkannt worden [1]; eine eigentliche mikroskopische Beschreibung des Gesteines dagegen ist noch nicht gegeben worden. Sie soll auch durch die vorstehenden Zeilen nicht abgeschlossen, sondern erst eingeleitet werden."

Steinmann hat neuestens [2] auf die auffallend häufige Vergesellschaftung von Tiefseeradiolarit mit ophiolithischen Eruptiva grossen Nachdruck gelegt, und ebenso darauf, dass solchen Gesteinskomplexen dann jeweilen rasch Seichtmeergebilde folgen. Hier im Gebiete von Chiasso finden wir die ausgezeichneten Radiolarite ohne jede Spur naher Eruptiva und die Überlagerung bleibt noch auf viele hunderte von Metern sedimentär tiefmeerisch. Ich halte diese Ausnahme nicht für einen Widerspruch, denn auch Steinmann scheint mir eher zu denken, dass ophiolithische Eruptiva nur im Tiefmeer entstehen können, und der Eruptivität dann Hebung folge, als dass Tiefmeer ophiolithische Eruptiva notwendig bedingt haben müsste.

7. Biancone (Majolica bianca). Plötzlich ändert das Gestein. An glatter Schichtfuge konkordant endigt hier auf einen Schlag der tiefrote, oben etwas mergelreichere und kieselärmere Radiolaritkomplex und es folgt der schneeweisse, kompakte Biancone ohne jeden Rückfall in Rot oder in Bankung mit tonigen Zwischenschichten. Der Biancone tritt uns als unten massiger, oben besser geschichteter, fast schneeweisser, dichter, prachtvoll muschlig splittrig brechender, reiner Kalkstein von in der Breggiaschlucht ca. 100 m Mächtigkeit entgegen. Nur hie und da findet man einige Feuersteinkonkretionen darin. Ein-

[1] Eclog. geol. Helv. Bd. II (1890/92), p. 69.

[2] Ber. naturf. Ges. zu Freiburg i. B., Bd. XVI, S. 18—67, 1905.

zig in den allerobersten 1 bis 2 Metern des Biancone häufen sich solche. In den obersten 10 m stellen sich auch 4 oder 5 jeweilen 10 bis 15 cm dicke, graue Tonmergelbänke zwischen den weissen Kalkbänken ein und hier trifft man auch ziemlich oft auf Markasitkonkretionen im Kalkstein. Die nähere Prüfung einer Anzahl Dünnschliffe durch Bianconeproben, von Herrn Dr. Ernst Blumer durchgeführt, hat die nachfolgenden Ergebnisse geliefert, die ich in dessen eigener Redaktion hier folgen lasse:

„Unter dem Mikroskop erweist sich der Biancone als ausserordentlich feinkörniges und ganz reines Calcitgestein. Die Korngrösse steigt bis 0,01—0,02 mm. Von dieser feinstkörnigen Grundmasse heben sich zahlreiche helle Foraminiferenquerschnitte ab. Gleich einheitlich wie das Gestein ist die Foraminiferenfauna. Es handelt sich nur um eine einzige sicher bestimmte Form. Die Schnitte dadurch sind in Folgendem (Figur 5) dargestellt:

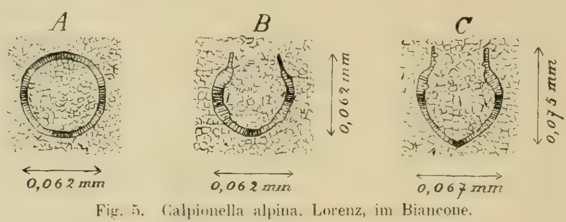


Fig. 5. Calpionella alpina. Lorenz, im Biancone.
A = Querschnitt.
B, C = Längsschnitte. (+ Nicols)

„Am häufigsten sind die Kreisschnitte, von hellem, radialstrahligem Calcit oder Aragonit (bei gekreuzten Nicols mit dem Achsenkreuz sphärischer Aggregat-Polarisation), deren Durchmesser im Maximum 0,06—0,07 mm beträgt. Dazu gesellen sich elliptische Schnitte, deren Breitendurchmesser obige Zahl ebenfalls nicht überschreitet und endlich reine Längsschnitte (Fig. 5 B und C), deren Breitendurchmesser wieder nicht über 0,07 mm hinausgeht, während die Länge bis 0,075 mm beträgt. Die Dicke der Wandung schwankt in allen Schnitten um 0,006 mm. Diese Übereinstimmung der Dimensionen von Wandung und Hohlvolumen bei den verschiedenen Schnitten zeigt, dass unsere drei Figuren Nr. 5 als Längs- und Querschnitte einer krugförmigen Lagenide zusammengehören.

„Beim Studium der einschlägigen Literatur fand sich, dass diese Form ganz übereinstimmt mit der von Lorenz [1]) aus der tithonischen

[1]) Lorenz, Geol. Studien im Grenzgebiete zwischen helvetischer und ostalpiner Facies. Ber. d. naturf. Ges. zu Freiburg i. Br., Bd. XII. 1902. p. 61.

Grundmasse der Falknisbreccie beschriebenen Calpionella alpina: nur gibt Lorenz eine etwas dickere Wandung an und eine feine Porosität der Schale, welch letztere im Biancone nicht konstatiert werden konnte. In der Tat hat schon Lorenz das Vorkommen von Calpionella alpina im Biancone der Olona-Schlucht nördlich Varese erwähnt, ohne aber eine weitere Beschreibung des Gesteins oder des Fossils zu geben.

„Abgesehen von vereinzelten helleren Calcitsplittern, die wohl ganz unkenntlich gewordene Petrefaktentrümmer darstellen, findet sich daneben, zwar weniger häufig, aber doch nicht gerade selten, eine zweite Gestalt, die stets runde, oft kreisrunde Querschnitte aufweist. Der Rand ist bisweilen glatt, häufiger gezackt, wie angefressen und aufgelöst (Fig. 6); es scheinen zwischen glattrandigen und gezackten Formen Übergänge zu bestehen. Hie und da auch siebartig durchlöcherte Exemplare (Fig. 6 B).

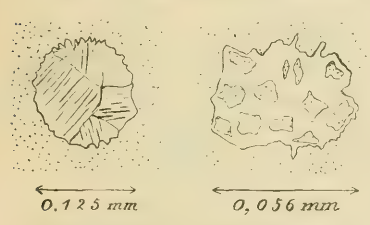


Fig. 6. Calcitisierte Radiolarienskelette?
A: aus wasserklarem Calcit.
B: mit Resten der ursprünglichen Gitterung.

„Während bei der Lagenide Calpionella stets nur die Wandung aus reinem, klarem Calcit oder Aragonit besteht und das Innere der Schale mit derselben feinkörnigen, leicht bräunlichen Grundmasse erfüllt ist, die das Skelett umgibt, ist bei der geschilderten zweiten Form stets das ganze Innere reiner, grobkörniger Calcit (Fig 6). Ferner ist deren Durchmesser oft grösser als bei Calpionella, nämlich bis 0,15 mm. Ich vermute, dass es sich in diesen Kugelformen mit den zackigen Umrissen und der siebartigen Durchlöcherung um stark umgewandelte und angegriffene und vor allem stets calcitisch gewordene Radiolarien-Skelette handelt, wohl um Stichocapsa-Verwandte. Der im Gegensatz zu den Calpionellen so schlechte Erhaltungszustand stünde dann in vollem Einklang mit der erlittenen Metamorphose. Diese selbst wäre sehr begreiflich: Die in dem Calcitgestein zirkulierende, stets mit $CaCO_3$ beladene Bergfeuchtigkeit (oder das marine Grundwasser in der Zeit der Diagenese) waren, gemäss dem allmächtigen chemischen Gesetze der Massenwirkung, gewiss stets geneigt, Calcit abzusetzen und dafür andere Stoffe aufzulösen, so die Kieselsäure der vereinzelten Radiolarienskelette. Vielleicht wurde diese dann konkretioniert zu Feuersteinknollen, die da und dort im Biancone sich finden.

„Im mikroskopischen Bilde hat der Biancone viel Ähnlichkeit mit dem Seewerkalk: Dasselbe reine, feinstkörnige Calcitgestein, hier wie dort erfüllt von einer Foraminiferenfauna. Die Glauconitkörner des Seewerkalkes fehlen im Biancone. Der Seewerkalk ist viel reicher an Individuen und an Arten von Foraminiferen als der Biancone: während sich in ersterem Foraminiferen und Grundmasse meist etwa das Gleichgewicht halten, sind im Biancone die Foraminiferen mehr vereinzelt in stark überwiegender Grundmasse eingestreut. Calpionella alpina ist noch nie im obercretacischen Seewerkalk aufgefunden worden; wohl aber findet sie sich, wie Lorenz gezeigt hat [1]), in der

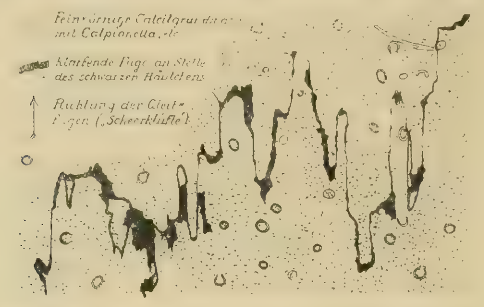


Fig. 7. Kurzer Abschnitt eines schwarzen Häutchens des Biancone im Dünnschliff bei 50-facher Vergrösserung. (+ Nicols)

tithonischen Falknisbreccie, im oberjurassischen Aptychenkalk des Berglittensteins oberhalb Grabs (Kt. St. Gallen), im Aptychenkalk beim Schlierenbach (Iberg), sowie im Châtelkalk des Gschwendtobels bei Iberg. Es scheint so vorläufig Calpionella alpina leitend für oberen Jura. Dies stimmt damit überein, dass der Biancone als ein Bindeglied von Tithon und unterer Kreide anzusehen ist.

„Biancone und Seewerkalk sind beide von schwarzen, bituminös tonigen Häuten durchzogen. Aber während diese beim Seewerkalk massenhaft auftreten, schichtig-flaserig angeordnet und relativ ziemlich dick sind, handelt es sich beim Biancone um verschieden gerichtete, keineswegs an die Schichtfugen gebundene und nicht in jedem Handstück zu findende, sehr feine und meistens zackige Nähte. Fig. 7 stellt das mikroskopische Bild durch einen kurzen Abschnitt einer solchen „stylolithischen" Sutur dar.

„Meist ist durch die Operation des Schleifens das Häutchen selbst herausgefallen und die Naht erscheint nun zwischen gekreuzten Ni-

[1]) loc. cit. pag. 61.

cols, wie Fig. 7 es darstellt, als schwarze, klaffende Fuge; nur an einzelnen Stellen sind darin Fetzen des dunklen Häutchens erhalten geblieben. Gewiss sind auch an vielen Stellen noch Fetzen vom Nachbargestein beim Schleifen mit fortgerissen worden. Daher bildet die zu beobachtende und gezeichnete klaffende Fuge wohl im grossen ganzen, aber nicht in feinen Einzelheiten das verschwundene Häutchen ab.

„Vor allem fällt die ausgesprochene, fast mathematische Parallelität der feinen vertikalen Linien der Sutur in unserer Zeichnung auf. Ganz vereinfacht gibt das Schema von Fig. 8 das Verhalten wieder.



Fig. 8. Schema einer schwarzen „Naht“ im Biancone.

„Es handelt sich hier keineswegs um Mikrofaltung. Vielmehr scheint ein ursprünglich flaches oder leicht welliges Häutchen später zerrissen und in seinen einzelnen Teilen verstellt worden zu sein. Die dünnen vertikalen Linien der Zeichnung sind die Verschiebungsflächen, das Ausgehende der Gleitflächen; sie geben die Bewegungsrichtung an. Der ganze zackige Verlauf der Sutur, die nur das Ausgehende einer entsprechend gestalteten Fläche ist, zeigt ein zapfenförmiges Ineinandergreifen, ein gegenseitiges sich Verzahnen der Gesteinspartien zu beiden Seiten des schwarzen Häutchens.“

„Der Biancone ist in der Gegend der Breggiaschlucht zwar steil aufgerichtet, aber nicht gequetscht, nicht sichtlich dynamisch verändert; die stylolithisch-zackigen Häute haben nichts mit Dynamometamorphose zu tun. Man kann auch nirgends eine „Gleitfuge“ von dem schwarzen Häutchen aus weiter in das Gestein hinein verfolgen, etwa in Form eines calcitisch ausgeheilten Risses oder einer Ader. Es ist deshalb sehr wahrscheinlich, dass die ganze stylolithenähnliche Erscheinung im noch unverfestigten Gestein entstanden ist, im noch relativ weichen Schlamm, noch durchtränkt vom marinen Grundwasser. Es bilden wahrscheinlich die zahllosen zackigen Nähte die inneren Bewegungen ab, die das werdende Gestein am Meeresgrunde zur Zeit der Diagenese, zum Teil schon unter dem Einfluss überlagernder Schichten, erlitten hat. Im reinen Foraminiferen-Kalkschlamm haben diese Bewegungen keinerlei Spuren hinterlassen; wo aber ein toniges Häutchen eingeschaltet war, da wurde es zwischen den sich ineinander einkeilenden Kalk-Schlammpartikelchen verstellt und zerrissen.“

In die Darstellung von Herrn Dr. Blumer füge ich noch hinein, dass nach meinen Beobachtungen die feinen schwarzen stylolithischen Nähte vorherrschend senkrecht zur Schichtfläche und sehr oft untereinander annähernd parallel verlaufen. Im oberen Biancone in der Breggiaschlucht bilden sie z. B. auf der Schichtfläche gegen Osten abweichend einen Winkel von 40° mit der Fallrichtung. Nur vereinzelte Nähte laufen in beliebig abweichenden Richtungen. Dr. Ernst Blumer fährt fort:

„Im Seewerkalk kommt es ausnahmsweise auch vor, dass die dort gewöhnlich flach-welligen, schwarzen Häute stylolithisch-zackig geworden sind. Dann erinnern sie ganz an die Suturflächen des Biancone; nur sind sie viel gröber. Diese stylolithischen Häute im Seewerkalk sind aber ein Produkt der Dynamometamorphose; sie fehlen dem tektonisch ungestörten Gestein [1]). Das längst verfestigte Gestein hat sich unter dem Einfluss des tangentialen Gebirgsdruckes wieder ähnlich plastisch verhalten wie beim Biancone der noch unverfestigte, bis zu einem gewissen Grad weiche Schlamm unter dem Druck wenig mächtiger überlagernder Schichten.

„In den zackigen Suturflächen des Seewerkalkes liegt ein Produkt der Dynamometamorphose vor; in denjenigen des Biancone, wie wohl auch in den bekannten Stylolithen unseres Muschelkalkes etc., ein Ergebnis der Diagenese. In allen Fällen aber handelt es sich um das Resultat von inneren Verstellungen der Gesteinsteilchen bei einem gewissen (nicht zu hohen) Grade von Plastizität, Verstellungen, die sich in der komplizierten Fläche primärer oder sekundärer Gesteinshäute abgebildet haben.

„Die Substanz der schwarzen Häute des Biancone unterscheidet sich im Dünnschliff, nach den hie und da erhaltenen Fetzen zu schliessen, kaum von der umgebenden Grundmasse; sie scheint nur etwas dunkler, wohl wegen des Ton- und Bitumengehaltes, ist aber gleich feinkörnig. Auch das ist anders als beim Seewerkalk, wo die Häute gelb bis braun gefärbt, mikrokristallin faserig erscheinen [2]) und sich aufs deutlichste von dem Nebengestein abheben.

„Die Ergebnisse der mikroskopischen Untersuchung gehen also dahin:

„Im Biancone liegt ein ausserordentlich reiner Kalk, ein typisches Foraminiferengestein mit ausserordentlich einheitlicher Foraminiferenfauna vor. Vielleicht kommen daneben noch calcitisierte Radiolarien

---

[1]) Ernst Blumer, „Beiträge", Lief. XVI, pag. 579.
M. Jerosch, „Beiträge", Lief. XVI, pag. 237.
Arnold Heim, „Beiträge", Lief. XVI, pag. 497.

[2]) Vergl. Arnold Heim, „Beiträge", Lief. XVI, p. 471.

vor, deren Kieselsäure zur Zeit der Diagenese die Feuersteinknollen bildete. Fast die einzige Verunreinigung des nahezu schneeweissen, reinen Kalkes bilden feine, dunkle, stylolithische, tonige Häute, die durch ihre Form Zeugnis für die inneren Bewegungen ablegen, die das Gestein in der langen Periode der diagenetischen Verfestigung erlitten hat.“

Ich habe den Biancone mit durchweg genau gleichem Charakter und in stets steilem Fallen verfolgt von Bena bei Mendrisio (überkippt in Fall ca. 75° NE) bis Avra, dann nach kurzer Bedeckung durch Moräne mit erratischen Granitblöcken erscheint er abermals nordwestlich von Loverciano mit Fall 85° SW. Die Gebäude von Loverciano stehen auf Biancone, und derselbe bildet eine starke Bergrippe bis unter den südlichen Teil von Castello S. Pietro. Dann fällt das Ausgehende hinab in die Breggiaschlucht und steigt östlich hinauf bis an die Strassenecke oberhalb Pelada, Fallen ca. 60° SW. Am Strassenkreuz südlich Morbio inferiore bei 313 m taucht der Biancone wieder unter der Bedeckung mit jüngeren Gebilden hervor und bildet einen langen gegen SSO ziehenden Rücken. Dann sehen wir ihn in voller Entwicklung und senkrecht gestellt den Hügel Al Sasso südlich am Bahnhof Chiasso bilden, und nun setzt er am Nordfuss des Monte Olimpino, wo ich ihn an vielen Stellen mit 80°, 83°, 85° Südfall wieder gefunden habe, durch bis südlich Como und zieht dann gegen Osten weiter. Auf dieser ganzen Strecke Chiasso-Como fehlt er im Blatt XXIV der $\frac{1}{100000}$ Karte. Sehr wahrscheinlich ist er am ganzen Südfuss der Alpen vom Lago Maggiore bis über den Lago die Lecco lückenlos vorhanden, nur hie und da oberflächlich bedeckt. Ich habe ihn selbst zusammen mit dem unterliegenden Radiolarit auch in genau gleicher Entwicklung z. B. wieder zwischen Solzago und Camnago östlich Como gesehen.

Der Biancone ist von Taramelli und andern für Neocomien gehalten worden. Nach den von Steinmann darin gefundenen Fossilien und nach der darinliegenden Calpionella muss er wohl eher noch als Tithon oder als Übergangsglied von Jura in Kreide angesehen werden.

8. Kreidemergel, Scaglia. Den Kontakt des Biancone mit den aufliegenden Schichten beobachtet man am besten zugänglich am Ufer der Breggia südlich unter Castello S. Pietro. Die Bianconeplatten fallen mit 65° nach SW. Ein Wasserfall stürzt über sie hinab. Vollständig konkordant legt sich hier ohne jede Spur einer zwischenliegenden Abwitterung oder überhaupt Transgression und ohne jeden allmählichen Übergang ganz plötzlich an den weissen Biancone ein bröckliger, dunkelblutroter bis schwarzbrauner oder

dunkelgrüner, feiner, homogener Mergel in zahlreichen, nur durch die Farben unterschiedenen Lagen an. Er misst 9 bis 10 m. Darüber folgt ein etwas festerer, schalig brechender, dünnschichtiger, homogener Mergel von in den einen Schichten weisslicher, in den andern damit rasch wechselnden zart pfirsichblütroter Farbe. Das Farbenbild erinnert an den Seewerkalk, wo rot und weiss wechsellagern (Zwinglipassregion, Säntis), die Beschaffenheit an den Seewermergel. Eigentliche Schichtfugen sind kaum da, nur der beständige Farbenwechsel zeichnet die Schichtung. Stetsfort fehlt ein tieferer petrographischer Wechsel, das Gestein bleibt in tausenden von durch die Farbe unterschiedenen Schichten stets derselbe homogene, schalig bröckelnde Mergel, ohne wesentlich kalkigere, ohne wesentlich kieseligere Zwischenschichten. Gegen SW folgen nach den ca. 20 m weiss und rosa ca. 30 m grünlichgrau, dann wieder ca. 50 m dunkelrot und dunkelgrün bis braun und fast schwarz, dann über 100 m graugrün und graugelb fast ohne rot, später, z. B. unterhalb der Ebene von Unter-Molini, an dem Vorsprung westlich unter Morbio inferiore, sowie bei der Zementfabrik bei der Brücke von Ghittel, wo die Scagliamergel zur Zementfabrikation verwendet werden, wieder viel rote Mergel mit grün und grau wechselnd. Es ist ein buntes Bild, das die Schichtung schon aus der Entfernung wundervoll zeichnet, obschon der wirkliche petrographische Wechsel eigentlich gering und grosse Komplexe chemisch ziemlich einheitlich sind. Wenig südlich von Ghittel sinken die jüngeren auflagernden Gebilde hinab, die Transgressionsfläche der oben abgehobelten, fast senkrechten Mergelschichten verschwindet unter dem Talboden.

Die Scagliamergel sind vom Biancone bis unterhalb Ghittel auf eine Mächtigkeit, quer zum Streichen gemessen, von 750 m in der Breggiaschlucht entblösst. Allein das ist nun sicher nicht ihre einfache Mächtigkeit, vielmehr sind auf dieser Strecke zwei Synklinalen und dazwischen eine Antiklinale mit sehr schöner Umbiegung zu sehen. Es handelt sich um drei- bis viermalige Repetition der gleichen Schichten, wenn es auch nicht gelingen will, eine einzelne Schicht durch das ganze Profil jeweilen sicher wieder als dieselbe zu erkennen. Die einfache Mächtigkeit der Scaglia wird immerhin 300 m übersteigen.

Im ganzen Komplex der Scaglia ist es mir nicht gelungen, bestimmbare Versteinerungen zu finden. Einige Schichten enthalten zerfetzte Algen. Nach den bisherigen Resultaten anderer Beobachter repräsentieren diese bunten Mergel hier ohne Facieswechsel die ganze Kreide vom Biancone bis zum Eocaen hinan. Für die Scaglia der Breggiaschlucht ist wiederum höchst auffallend, dass der petrographische

Schichtwechsel von Kalk und Ton nicht vorhanden ist, sondern auf den Bianconekalk plötzlich der enorme Mergelkomplex ohne jeden Rückfall in Kalkfacies folgt. Mikroskopisch geprüft zeigt sich die Scaglia der Breggiaschlucht als gleichmässiger, sehr feinkörniger kalkig-toniger Niederschlag. In überwiegender Grundmasse sind reichlich Foraminiferen aus den Gruppen der Globigerinen, Textulariden, Pulvinulinen, Rotalinen eingestreut. Ausserhalb der Breggiaschlucht trifft man die Scagliamergel noch von Vigna bis Gorla und sodann südlich neben dem Biancone von Chiasso bis über Como.

III. Die alpin aufgerichteten Gesteine im Gebiete von Chiasso ausserhalb der Breggiaschlucht.

Die nummulitischen Kalksteine und Conglomerate von Montorfano (östlich Como) sind in unserem Beobachtungsgebiete nicht vorhanden, dagegen:

9. Flysch. Im Profile der Breggiaschlucht südlich der Scagliamergel sinken die diskordant aufliegenden jüngeren Bildungen in den Talboden hinab. Der Flysch ist im Breggiaprofil nicht mehr zu sehen. Dagegen haben die ungefähr parallele Schlucht westlich Balerna zwischen Mercole und Mezzana, der Abhang südlich und östlich Coldrerio und noch am besten ein Bahneinschnitt westlich ausserhalb unseres Kartenrandes den Flysch entblösst. In diesem Bahneinschnitt stehen die Schichten unten senkrecht und SW—NE streichend, oben zu ca. 40° SE-fall umbiegend. Überall sind es Mergelschiefer mit zahlreichen dünnen Sandsteinbänken von Flyschcharakter. Am Bahneinschnitt haben die Mergelschieferbänke jeweilen ca. 0,5 m Dicke. Sie erscheinen an den Gehängen durch Auswitterung vertieft. Die Sandsteinbänke dazwischen bilden vorstehende Platten und Rippen von 0,02 bis 0.15 m Dicke. Mergel und Sandsteine enthalten viel weissen Glimmer in feinen Schüppchen. An der Unterseite der Sandsteinplatten findet man als erhabene Abgüsse in Masse ausgezeichnete Tierfährten, darunter nicht selten zweiseitig symmetrische sogenannte Zopfspuren, ferner fucoidenartige Wülste, Wellenfurchen etc. In einer nur wenige Centimeter dicken dichten Kalklage, die fest mit einem überliegenden Sandsteinbänklein verwachsen ist, fanden sich sehr schöne Flyschfucoiden in Menge, in dem calcitreichen Sandstein zwischen Quarz und Glimmersplittern eine Masse grosser Foraminiferen (Pulvinulinen, Textulariden). Das Gestein ist durchwegs ganz anders als die Scaglia und, auch ohne bestimmbare Petrefakten, als oberer Flysch zu bezeichnen, ununterscheidbar vom oberen Flysche nordalpiner Randzonen oder auch des Apennin.

In der Schlucht zwischen Mercole und Mezzano ist der Flysch in genau gleicher Art entwickelt und mächtig entblösst. Im unteren Teil der Bachrinne ob Gorla gibt es Flyschsandstein wechselnd mit roten Mergeln, der Grenzregion von Scaglia und Flysch angehörend.

Recht auffallend ist die Lagerung des Flysch. Am Eisenbahneinschnitt streicht er an vertikalen Schichten gemessen SW—NE so wie die Alpen weiter westlich oder nördlich. Etwa ein Kilometer östlich davon streicht er rechtwinklig dazu, d. i. NW—SE, das ist so, wie überhaupt von Mendrisio bis Como der Südrand der Alpen gebogen ist. In der Schlucht unter Mercole wechselt die Fallrichtung. Im oberen Teil ist sie den Alpen abgewendet, weiter unten liegen die Schichten horizontal und im untersten Teil der Schlucht beobachten wir 50° Fall gegen NE. Dazwischen sieht man einige scharfe Umbiegungen. Es handelt sich hier wohl um das seitliche Einquetschen des Flysch in die Einbuchtung, die hier der Alpensüdrand aufweist. Die Diluvialgebilde bedecken den Flysch weiter südlich. Dann folgt die alluviale Ebene. Im Profil südöstlich Chiasso scheint der obere, sandsteinige Flysch ganz zu fehlen, wahrscheinlich zieht er verborgen unter der Molasse weiter, die ihn transgressiv bedeckt.

Eine gedrängte, in den Mächtigkeiten enorm reduzierte Repetition des Profiles der Breggiaschlucht, zugleich mit südlicher Fortsetzung in noch jüngere Gebilde, treffen wir südlich Chiasso unmittelbar jenseits der Schweizergrenze am Abhang des Monte Olimpino und zwar besonders in den Steinbrüchen der grossen „Zementfabrik Ponte Chiasso“ und den hinterliegenden Schluchten. Es ist dies das in der SE-Ecke unserer kleinen Karte enthaltene Gebiet, dem die Profilcoulissenserie Taf. I, Fig. 2 nachskizziert ist.

Der Eisenbahntunnel, sowie ein Steinbruch der Fabrik liegen im 70° südlich fallenden grauen Lias, der von mächtigen Moränen bedeckt ist. Weiter südlich sind zur Zeit die Aufschlüsse nicht lückenlos. Am Nordrand des grossen hinteren Bianconebruches treffen wir, steil südlich fallend, fast senkrecht gestellt, rosafarbene fleckige Mergel mit weisslichen Kalkbänken ohne Hornstein, die einem hier viel schwächer als in der Breggiaschlucht entwickelten Ammonitico rosso (und Dogger?) entsprechen. Darauf folgen ca. 14 m rote Mergel ohne Hornstein und nun mit scharfer, welliger, verrutschter, ca. 75° SW fallender Grenze der Biancone, 12 m kompakt massig, dann nochmal so viel oder gar mehr, in bankiger Entwicklung und von Rutschflächen durchsetzt. Etwas weiter östlich, im kleineren (vorderen) zur Zeit nicht betriebenen Bianconebruch, treffen wir nördlich in vertikaler Stellung wieder die rötlichen Mergel mit weisslichen Kalken und rote Mergel. Nun finden wir aber im südlichen Teil des letzteren

auf wohl 10 m Mächtigkeit die roten Hornsteine in zahlreichen Bänken. Es ist der Radiolarit des Malm, der Aptychenschiefer.

Gegen den Biancone hin werden Mergel und Hornsteinbänke wellig zerknittert, und mit wellig zackiger Grenze greift der Biancone darüber und schneidet den Radiolarit nach oben ab. Das ist auch die Ursache, warum er im Profil des grösseren westlichen Steinbruches nicht zu sehen ist, er ist in der Tiefe abgeschürft zurückgeblieben.

In dieser Region der Steinbrüche bei Chiasso zeigt der Biancone ausser der blossen Aufrichtung noch weitere Spuren mechanischer Deformation. Er ist hier mehrfach verquetscht und von flach südlich fallenden Brüchen unter Verstellung der einzelnen Stücke durchscheert und in Glieder zerrissen, so dass seine Mächtigkeit horizontal gemessen von 50 m auf 7 m, vielleicht noch weniger, hinabfallen kann (Taf. 1, Fig. 2). Die duktileren beidseitig sich anschliessenden anderen Gesteine schmiegen sich unter etwelcher welliger Zerknitterung dem gebrochenen Biancone an, der in treppenförmig geordneten Stücken in die Tiefe hinabsetzt. Im Biancone selbst findet man an den gequetschten Stellen prachtvolle Erscheinungen der Dynamometamorphose, wie Ausbildung schwarzer, toniger Gleithäute, Zerlegung in Gleitlinsen mit Rutschflächen, teilweise sogar etwas Marmorisierung, vollständig ähnlich dem gequetschten Seewerkalk am Häderenberg (Säntisgebirge) etc.

Südlich — gerade so unvermittelt wie in der Breggiaschlucht, schliessen sich die dunkelroten, grünen, schwarzen und dann die gelbgrauen Scagliamergel an, alles senkrecht oder steil südlich fallend. Der Steinbruchbetrieb hat im Sommer 1905 hinter dem Biancone in der Scaglia noch ein altes mit Moränen eingedecktes Tälchen sichtbar gemacht. Das letztere ist auch durch einen Stollen in der Basis des vorderen kleinen Bianconebruches angestochen worden, und es entfliesst demselben eine kleine Quelle.

Die Gesamtmächtigkeit der Mergel und Tonmergel vom Biancone im Norden bis an die Nagelfluh des Monte Olimpino im Süden beträgt im Gebiet der Steinbrüche der Zementfabrik von Ponte Chiasso etwa 100 m. Im südlichen Teil dieser Zone befindet sich der grosse Tonmergelbruch der Fabrik. Die Mergel sind toniger und schiefriger als im nördlichen Teil; sie enthalten feinst zerteilten weissen Glimmer, in manchen Stücken sieht man kleine dunkle Punkte, erinnernd an die Körnchenschiefer der nordalpinen Randzonen. Die bunte Färbung der Schichten ist einer einheitlich gelbgrauen gewichen. Diese Tonmergel haben wir weiter westlich nirgends entblösst getroffen. Hier und gegen Como sind sie früher mit Pliocaen verwechselt worden, weil

man ihre Überlagerung durch Molasse für Verwerfung angesehen hatte.

Ob diese 100 m die normale oder eine zusammengequetschte Mächtigkeit der Scaglia und des Flysches repräsentieren, ob darin eine Grenze zwischen Kreide und Eocaen zu suchen ist, oder ob vielleicht das Eocaen mit Nummuliten und Flysch in der Tiefe etwas südlicher von der Nagelfluh überlagert sich findet, bleibt zunächst offene Frage. Der schön aufgeschlossene Kontakt zeigt keine mechanischen Erscheinungen der Überschiebung, er sieht vielmehr nach transgressiver Überlagerung aus. Jedenfalls liegt in diesem Profile die Scaglia nicht mehr durch Faltung multipliziert, wie in der Breggiaschlucht, und der obere, sandsteinreiche Flysch des westlichen Gebietes fehlt hier vollständig, er ist offenbar schief gegen SE streichend unter die Molasse getaucht. Auch hier habe ich keine bestimmbaren Fossilien im Mergel oder Tonmergel gefunden.

10. Molasse. Im Hintergrund der Bachschlucht hinter dem Tonmergelbruch kommt ein prachtvoller Aufschluss des Kontaktes gegen die Nagelfluh. Die Tonmergel fallen mit 80° gegen S. Dass dies nicht Clivage, sondern Schichtung ist, geht aus dem ununterbrochenen Parallelismus mit den farbig gezeichneten nördlicheren Schichten und dem Biancone hervor. Die Mergelbänke schneiden oben scharf spitzwinklig ab an der Untergrenze der hangenden Nagelfluh, die hier annähernd gleich streicht, aber bloss 55° bis 60° SSW fällt. Die Schichtung in der Nagelfluh selbst ist sehr deutlich. Sie ist steiler als die Untergrenzfläche, sie fällt 70° SSW.

Es ist festzustellen, dass zwar der Flysch um einige bis zu höchstens 20° steiler steht, als die Molasse, und die Molasse an einer Abwitterungsfläche des Flysch transgressiv aufgelagert ist, dass aber dieser Differenzwinkel klein ist im Vergleich zur gesamten Aufrichtung der Molasse. Die Nagelfluh bildet in ihren steil aufgerichteten, mit Sandsteinlagen oft abwechselnden Schichten einen Komplex von mehreren 100 m Mächtigkeit. Bis zur Zeit besitzen wir keine genauere Untersuchung dieser Nagelfluh in Beziehung auf ihre Geröllezusammensetzung. Sie ist polygen, enthält zu mehr als $^{9}/_{10}$ krystalline Silicatgerölle, sie ist reich an Quarziten, an Dioriten, Amphiboliten, Gneissen. Viele der Gesteine erinnern an die Gebirge westlich des oberen Langensee. Nur selten findet man ein Kalkgeröll. Ich fand hinter dem Tonmergelbruch ein ca. faustgrosses Gerölle von Eocaenkalk vom Typus des Montorfano. Die Nagelfluh erinnert ganz an den Alpennordrand. Die Sandsteinkomplexe nehmen mit der Entfernung von den Alpen zu, die Conglomerate ab. In den Sandsteinen trifft man aber hie und da ganz unvermittelt grosse bis 1 m Durch-

messer haltende einzelne Gerölle von Diorit, Syenit, Quarzit und Granit. Solche sind bei Trévano und Uggiate und besonders schön bei Camerlata, wo vereinzelte Blöcke im grünlichgrauen, massigen, dickbankigen Sandstein über 1 m Durchmesser haben, zu sehen. Mit der Entfernung von den Alpen nimmt auch das südliche Wegfallen von den Alpen ab. Bei Camerlata ist es noch 52°, bei Uggiate und Trévano, d. i. ca. 3 km vom Nordrand der Molasse weg, beträgt es nur noch 30 bis 35° nach Süden; bald taucht die Molasse ganz unter Diluvium und Alluvium.

Die Molasse vom Alpensüdrand ist bisher fast immer als Miocaen angesehen worden. C. Schmidt hat auf die Ähnlichkeit mit eocänen Schichten hingewiesen, die bei Varese und in der Brianza konkordant auf den Nummuliten liegen [1]). Meine Beobachtungen haben ergeben, dass zwischen der Molassezone des Monte Olimpino und der Scaglia bei Balerna der obere Flysch in breiter Masse liegt. Es kann also die Molasse kaum älter als Oligocaen sein.

Wenn wir den Verlauf des Biancone von Castel S. Pietro bis südlich Chiasso und denjenigen der Molasse des Monte Olimpino miteinander vergleichen, so springt die grosse Differenz im Streichen in die Augen. Sie beträgt mit der Boussole gemessen volle 45°. Der weite Keil ist im Westen zwischen Castello S. Pietro und Resegaccia auf fast 3 km Breite gefüllt mit gefalteter Scaglia und gefaltetem Flysch, von denen im Profil bei der Zementfabrik Ponte Chiasso nur noch ca. 100 m an die Oberfläche treten. Die Molasse macht die sonderbare Schwankung im alpinen Streichen zwischen Mendrisio und Como eben nur in sehr abgeschwächter Art mit. Nicht nur in der Auflagerung der Molasse im Profil zeigt sich ein transgressives Übergreifen der Molasse über Eocaen; dieses ist noch deutlicher ausgesprochen in der abweichenden Streichrichtung, die im Einzelprofil nicht zu sehen, wohl aber im Gesamtverlauf sehr auffallend ist. Die mächtige Flyschzone im Westen unseres Kartenblättchens keilt gegen Osten oberflächlich aus, indem offenbar der Flysch abfaltet und zugleich unter die transgredierende Molasse taucht.

Wer in diesen Molasseregionen herumsteigt, ist erstaunt über die grosse Analogie in der landschaftlichen Erscheinung mit der Molasse des Nordrandes. Freilich fehlen merkwürdigerweise die Kalknagelfluhen. Ich habe hier den Namen Molasse im Sinne der faciellen Gleichheit gebraucht.

Die Aussage von C. Schmidt (Eclogae geol. Bd. 2, p. 31), „auf der Strecke von Chiasso nach Como treten die steil aufgerichteten

[1]) Eclog. geol. Helv. Bd. II (1890/92) p. 31.

Nagelfluhbänke längs einer Verwerfung in Berührung mit den Kalken des unteren Lias", beruht vermutlich nicht auf eigener Beobachtung, sondern ist nur der geolog. Karte 1 : 100,000 entnommen, wo eben irrtümlicherweise das ganze Profil von Taf. I, Fig. 2 (über grauem Lias: Ammonitico rosso, Malmhornsteinschichten, Biancone, Scaglia und wahrscheinlich eocaene Mergel bis zur hangenden Nagelfluh) weggelassen und dafür ein Streifen Pliocaen eingezeichnet ist. In der Tat läuft das genannte Schichtprofil regelmässig mit nur lokalen Quetschungen von Chiasso bis Como und das Pliocaen existiert nicht. Scaglia und Flyschmergel sind dafür gehalten worden. Tatsächlich fallen hier alle Schichten vom Lias bis und mit der Molasse beinahe konkordant steil von den Alpen ab und ausser wenigen Graden durch ursprüngliche Anlagerung bedingter Falldifferenz zwischen den Mergeln der Scaglia-Flyschzone und der Molasse ist keine Discordanz und auch keine Verwerfung zu finden. Die ganze gewaltige Schichtenreihe vom Verrucano bis und mit der Molasse hat eine einzige, gleichzeitige, harmonische Aufrichtung aus ursprünglich flacher Lagerung nach Absatz der Molasse erfahren.

IV. Facieller Vergleich der Sedimente vom Nordabhang und Südrand der Alpen.

Die Schichtreihe der Breggiaschlucht und selbstverständlich des Alpensüdrandes überhaupt weist grosse Unterschiede in der Ausbildung der einzelnen Glieder gegenüber den Schichtreihen in den nördlichen schweizerischen Kalkalpenzonen auf. Wir stellen dieselben in den Hauptzügen, besonders vergleichend zwischen Chiasso und Linthgebiet, zusammen.

Die Facieserscheinungen mancher zwischenliegenden Decken und besonders der sogenannten Klippen, die eine Mittelstellung zwischen Südrand und Nordabdachung einnehmen, sollen dabei noch grösstenteils unberücksichtigt bleiben, teils weil es eine grosse Untersuchung für sich bedeuten würde, diese alle in ihren Erscheinungen in diesen Gedankengang einzuordnen, teils weil eben eine ganze Anzahl von bezüglichen Untersuchungen durch verschiedene Forscher im Gange sind, und wir diesen wichtigen eingehenderen Untersuchungen nicht vorgreifen können.

Trias. Autochton in der Tödigruppe: Quarzit, Röthidolomit, Quartenschiefer, alle ohne Fossilien, Gesamtmächtigkeit 30 bis 40 m.

Sogenannte ostalpine Facies im Gebiete des Luganersees, etc.: mächtig entwickelter mariner Keuper.

Lias. Autochton in der Tödigruppe: fehlt fast oder ganz.

Glarnerdecken: Belemnitenquarzite, Cardinienschichten, Arkosen, bis einige hundert Meter stark, zunehmend gegen Süden.

Bündnerschiefergebiet: Vorherrschend tonschieferige Facies mit vielen kalkigen Einlagerungen, wohl über 1000 m Mächtigkeit.

Gebiet von Chiasso: Kalksteine und kieselige Kalksteine mit Hornsteinen (Spongite), im ganzen über 2000 m Mächtigkeit, an der Basis und in der Decke rote Kalksteine und Mergel (Ammonitico rosso).

Bei der Trias wie beim Lias zeigt sich also sehr deutlich eine gewaltige Zunahme mit der mehr südlicheren Herkunft nicht nur nach Mächtigkeit, auch nach Meertiefe.

Dogger. Autochton in der Tödigruppe: Unterer Dogger bis und mit Parkinsonischichten gut entwickelt. Eisensandsteine und Tonschiefer, Echinodermenbreccien und Eisenoolith: oberer Dogger fehlt.

Glarnerdecken, Faulhorngruppe etc.: Unterer Dogger zunehmend, gegen SW mehr und mehr in Tonschieferfacies übergehend und mit dem Bündnerschiefer verschmelzend (Gemmi).

Gebiet von Chiasso: Dogger tiefmeerisch entwickelt, noch keine Gliederung, keine Abtrennung nach unten und oben möglich, wegen Fossilarmut.

Malm. Autochton Tödigruppe: Oxfordien fehlt, Aargovien (Schiltkalk) als fossilreiche Schwammbanktransgression auf Parkinsoni Eisenoolith, darüber Hochgebirgskalk, bis 600 m dichter Kalkstein, oft mit Kieselkonkretionen, zu oberst etwas Thiton, teils in mergelige, teils in corallogene Facies übergehend.

Glarnerdecken: Wie Tödi, aber Thitonstufe viel mächtiger sich entwickelnd.

Gebiet von Chiasso: Malm als Radiolarit, rote Tone und Mergel mit viel, oft vorherrschendem Hornstein, Mächtigkeit auf ca. 40 m zusammengeschwunden, Grenze zwischen Radiolarit und aufliegendem Biancone liegt noch innerhalb des Thiton, Gesamtmächtigkeit des Malm am Südrande der Alpen höchstens 90 m.

Der Malm ist schon im Jura mächtig. In der Tödigruppe, überhaupt am Nordrand des Aarmassives, ist er einförmig tiefmeerisch geworden, aber noch kalkig geblieben. Von weiter südlicherer Herkunft (Klippenregion) nimmt die kalkige Ausbildung ab, die Hornsteine nehmen zu, und am Südrand der Alpen ist er auf 30 bis 50 m in Radiolarit und etwas Biancone zusammengeschmolzen. Die Ausbildungsform, die dem tiefsten Meer entspricht, ist am wenigsten mächtig.

Grenze zwischen Jura und Kreide, Kreide.

Östliches Juragebirge: Lücke. Festlandszeit mit Abwitterung.

Tödigruppe autochthon nördlicher Teil: Auf Malm transgredieren parallel die Nummulitenkalke, Kreide fehlt.

Tödigruppe südlicher Teil (Calfeusen, Bargis, Kistenpass, Glaridengrat): Kreide unterscheidbar in Neocom, Schrattenkalk, Gault, Seewerkalk mit insgesamt 10 bis 30 m Mächtigkeit, bedeckt von Nummulina complanata.

Glarnerdecken: Grosse Entwicklung der Kreide auf 400 bis 1000 m, reich an Fossilien, reich an Gliederung.

Klippenregion: Kreide verkümmert wieder mehr und mehr, viel rote Tonfacies (couches rouges).

Gegend von Chiasso: Kreide einschliesslich oberster Jura sind durch 50 bis 100 m Bianconekalk verbunden — ganze übrige Kreide durch petrefaktenarme, mächtige Scagliamergel vertreten; die ausgezeichneten Faciestypen der Glarnerdecken (Valangienoolith Kieselkalk, Altmannschichten, Schrattenkalk, Grünsand, Seewerkalk) sind schon in den Klippen nicht mehr vorhanden.

Die Kreide fehlt also im NE, nimmt dann gegen S mächtig zu: sie mag am reichsten gegliedert gewesen sein über der Zentralzone der Alpen, noch weiter südlich wird sie tiefmeerischer, einförmiger.

Eocaen, autochthon in der Tödigruppe: unter den Glarnerdecken enorm mächtig, Nummulitenkalke und Grünsande, Flysch-Ton- und Mergelschiefer, Quarzite, Taveyanazsandsteine, zusammen weit über 1000 m.

Glarnerdecken: ähnlich, aber keine Taveyanazsandsteine mehr.

Gegend von Chiasso: Mergel und Ton mit Sandsteinschichtchen, Flysch ganz wie in den Glarnerdecken, Nummulitengesteine weiter westlich und östlich.

Molasse (Oligocaen? Miocaen?).

Nordalpenrand wie Südalpenrand Conglomerate und Sandsteine, am Nordrand wohl dreimal mächtiger entwickelt, als am Südrand.

Seitdem Früh zuerst gewagt hat, am Südfuss der Alpen die Muttergesteine mancher Gerölle der randlichen nordalpinen Nagelfluh (Tertiärconglomerate) zu suchen, haben wir bei jeder Wanderung am Südabhang der Alpen auch diese Frage im Auge. Inwieweit nun die miocaenen Ströme die Gerölle vom Südrand der Alpen gespült, oder die Muttergesteine als Klippendecke und als ostalpine Überfaltungsdecke zuerst ein Stück der Fahrt gemacht und dann erst abgespült und als Miocaendelta im Speer, Rigi, Napf etc. abgesetzt worden seien, ist noch näher zu untersuchen. Wir können abermals konstatieren, was schon oft beachtet worden ist:

Die Nagelfluh am Nordrande der Alpen enthält:

Nicht selten Gerölle des unteren roten Lias, des Marmo d'Arzo.

Massenhaft Gerölle von schwarzem Hornstein (Lydit) und dunkelgrauem kieseligem Kalk, makroskopisch und mikroskopisch ununterscheidbar vom dunkelgrauen Lias der Monte-Generoso-Gruppe.

Massenhaft Gerölle ununterscheidbar vom oberen hellen Liaskalk der Breggiaschlucht. Die Häufigkeit dieser Gesteine in der Nagelfluh ist uns letzthin besonders in der Umgebung von Lichtensteig und Brunnadern aufgefallen — es sind die gleichen Gesteine, die wir demnächst auch als Gerölle im Pontegana-Conglomerat kennen lernen werden. Darunter sind wohl auch in der Nagelfluh sehr viele Gerölle vom blaugrauen Liaskalk stammend, aber durch Verwitterung gelbgrau entfärbt. Zusammensetzung und Struktur sind die gleichen.

Hie und da Gerölle hell rosaroter, etwas mergeliger Kalke — entsprechend den festeren Bänken des Ammonitico rosso.

Massenhaft Gerölle des roten Hornsteines, (Malm-Radiolarit) ununterscheidbar von den Radiolariten der Breggiaschlucht und den Geröllen in der Breggia.

Biancone erinnere ich mich nicht, in der Nagelfluh gesehen zu haben, Scaglia ist nicht befähigt, als Geröll auf einige Distanz zu wandern.

Wer in den Nagelfluhgebieten des nördlichen Alpenrandes herumgestiegen und Gerölle angeschlagen hat, und nachher in die Umgebung von Chiasso geht, dem drängt sich das Bewusstsein mächtig auf, dass er hier in der Heimat eines grossen Teiles der Nagelfluhgerölle weilt.

V. Gesteine jünger als die alpine Aufrichtung.

Die bisher in der Reihe ihrer Altersfolge besprochenen aufgerichteten Gesteine der Umgebung von Chiasso sinken alle tief südlich in den Boden hinab, steigen nördlich auf und endigen hier in abgewitterten Schichtenköpfen. Diese Abwitterung ist selbstverständlich jünger als die Aufrichtung, erst durch sie sind uns diese früher tief bedeckten Schichten zugänglich gemacht worden. Auf den Schichtenköpfen liegen in meist flachen Schichten jüngere Gebilde. Sie sind nicht mehr wesentlich verstellt, sie liegen noch so, wie sie abgesetzt worden sind. Vielleicht sind sie als Ganzes noch etwas gehoben oder gesunken, aber in ihrer Schichtneigung nicht merkbar verstellt. Diese Ablagerungen alle sind somit jünger als die Aufstauung der Alpen. Wir besprechen dieselben in ihrer Altersfolge.

11. Pliocaentone und Sande.

Dünn geschichtete grünlichgraue bis gelbe Tone und sandige Tone bis Sande, flach gelagert, enthaltend Blätter und marine Conchylien. Diese Pliocaenschichten und ihre Einschlüsse sind längst bekannt von der NE-Seite von Pontegana, von Folla d'Induno und einigen andern Stellen und sind vielfach beschrieben worden. Die Blätter sind eingeschwemmte Landpflanzen, die Bildung entspricht einer Ablagerung in seichten Uferbuchten. Ich wiederhole hier nicht die Listen der Fossilien und auch nicht was darüber geschrieben worden ist[1]).

Mayer-Eymar stellt auf Grundlage der marinen Conchylien den Pliocaenton von Pontegana etc. zum unteren Astien, also ins mittlere oder untere, jedenfalls nicht in das obere Pliocaen. Wir setzen in der Folge stets diese Bestimmung als richtig und massgebend voraus. Wir selbst haben bei Pontegana gefunden (Bestimmungen durch Prof. Mayer-Eymar und Prof. C. Schröter):

Amussium cristatum, Bronn (Pecten)	Blätter von:
Nucula placentina, Lam.,	Ficus lanceolata Hr.
Yoldia pernula, Müller,	Quercus sp?

Ferner westlich unter S. Antonio im Einschnitt des Roncagliabaches (westlich unseres Kartenblattes) Pecten dubius und Ostraea cochlear.

Ich habe die Vorkommnisse des marinen Pliocaentones nur für die Umgebung von Chiasso noch genauer anzugeben:

Die ausgedehntesten Entblössungen im Pliocaenton und Sand finden wir dicht westlich ausserhalb der Grenze unseres Kartenblattes, an den beidseitigen Steilgehängen des Tales des Roncagliabaches von der Stelle an, wo der Fussweg von S. Antonio nach Castel di sotto mit kleiner Brücke den Fluss übersetzt hinauf bis an die Strassenbrücke oberhalb Molino del Re. Oberhalb läuft der Fluss in diluvialen Gesteinen, unterhalb ebenso. Dazwischen bildet das Tal ein postglaciales Erosions-Fenster im bedeckenden Diluvium und es erscheint darin der pliocaene sandige Ton. Stets ist er nur im unteren Teil der Steilborde vorhanden, der obere Rand ist diluvial. Die Auflagerungsfläche von den ausgezeichneten Grundmoränen und Bändertonen und den verschwemmten Moränen („Ceppo", fluvioglaciale Schotter) auf dem Pliocaen ist eine unebene Erosionsfläche, sie ist meistens ganz scharf ohne Mischung. Bald gehen die Moränen

[1]) Stoppani, il mare glaciale . . Rivist. Ital. 1874. Rütimeyer, über Pliocaen und Eisperiode beiderseits der Alpen 1876. Ch. Mayer, la verite sur la mer glaciale au pied des Alpes, Bull. Soc. geol. de France 3 ser. t. IV. p. 199, 1876. Sordelli, atti soc. ital. Sc. nat. XXI. 1878. Taramelli, „Beiträge z. geol. Karte d. Schweiz XVII, 1866 p. 203.

an den Steilborden des 30—50 m tief eingeschnittenen Tales tiefer hinab, bald steigt das Pliocaen höher hinauf. Südlich Molino Purdenza fand ich die Grenze am höchsten bei ca. 280 m, das ist ca. 15 m über dem Bach. Dort ragt von unten, im grauen Pliocaen drin steckend, ein eigentümlicher Kegel, anscheinend von verwittertem gelbgrünem Molassesandstein, wie eine Klippe auf. Er mag aber auch zum Pliocaen gehören. Die Entblössungen ändern hier manchmal von einem Jahr auf das andere durch frische Abrutschungen wechselnd mit Wiederbewachsung.

Die zweite Fundstelle des fossilführenden Pliocaentones ist die NW-Seite des Hügels von Pontegana Taf. I, Fig. 3. Auf ungefähr 120 m Länge wird der Fuss des Hügels von einer Terrasse gebildet, die ganz eben ca. 8 m über der Breggia liegt. Am Fusse des Steilbordes der Terrasse läuft ein Kanal von Breggiawasser. Von Chiasso kommend verlassen wir schon etwas vor Punkt 254 die Strasse und wenden uns rechts und dann dem Kanal entlang aufwärts unter dem Terrassenrande weiter. Zuerst treffen wir auf Moräne und dann auf verkitteten fluvioglacialen Kies (Ceppo), die das ganze Steilbord unter der Terrasse bilden. In einer Einbuchtung erscheint eine Quelle. Etwas weiter nördlich zeigt sich nur noch der obere Terrassenrand auf 1 bis 4 m stetsfort als Diluvialkies, der untere Teil unter der unregelmässigen, bald steigenden, bald fallenden Grenze aber ist pliocaener Ton und Sandton. Die Schichten fallen mit wenigen Graden gegen Süd, höchstes Niveau ca. 255 m. Hier, wo aus der Verwachsung einige Stellen unter dem Ceppo herausgebrochen sind, lässt sich suchen und sammeln. Die marinen Conchylien sind äusserst zart und zerbrechlich. Das ist die schon von vielen Geologen besuchte Stelle.

Ganz so wie im Roncagliatal findet man auch an dem Terrassenabsturz des Ponteganahügels hie und da ein vereinzeltes ganz verwittertes kleines (Kirsch- bis Nussgrosses) granitisches Geröll im pliocaenen Sandton eingeschlossen, das beim Herausnehmen zerfällt. Niemals enthält das Pliocaen geschrammte Geschiebe.

Eine dritte Stelle mit Pliocaentonen und kalkigen Sanden ist das Bord des Raggiobaches am Nordfuss des Ceredahügels. Dort haben die Schichten gleiche Lage und Beschaffenheit wie bei Pontegana im nordwestlichen Teil. Die schiefe Lage, 25° Fall gegen NE, ist allem Anscheine nach primärer Absatz, Abspülung von dem nachher zu erwähnenden Pliocaenconglomerat, und sie geht zusammen mit petrographischer Annäherung an das letztere.

Andere Stellen mit fossilführendem marinem Pliocaensandton habe ich im Gebiete unseres Kartenblättchens nicht gefunden.

12. Das Pontegana-Conglomerat.

In Verfolgung des marinen Pliocaentones von Pontegana der Breggia entlang aufwärts gegen NW beobachten wir, dass das S bis SE gerichtete, als ursprünglich angenommene Gefälle der Pliocaenschichten auf einmal sichtlich zunimmt. Unter den dunkel grüngrauen Sandmergeln folgen fein geblätterte mehr gelbliche Tone, dann gelbe, kalkige dünne Schichtplatten mit Wellenfurchen, darunter wieder grauer Sandton und abermals gelbe, dünnplattige, festere, kalksandige und wieder graue, tonige Lagen in mehrfachem Wechsel. Unterdessen sind aus 5° und 10° Schichtneigung 15° geworden und 10 m weiter stehen die Pliocaenmergel mit 60° und endlich schmiegen sie sich senkrecht an ein erstaunliches neues Gebilde an (Taf. I, Fig. 3). Die Berührungsstelle ist nur bei niedrigem Wasserstande sichtbar. Die Breggia bespült sie. In mächtigem, hellgelbem Felsen steigt vor uns ein unregelmässiges, grobblockiges, manchmal mehr brecciöses Conglomerat auf. Wir wollen es, da es die ganze ca. 30 m hohe Nordwand des Ponteganahügels bildet, das Pontegana-Conglomerat nennen. Dasselbe ist in der Literatur, soweit ich suchen konnte, nirgends genannt, niemals näher geprüft und wahrscheinlich bisher immer mit den diluvialen Conglomeraten zusammengenommen worden.

Ich nehme die wichtigsten Beobachtungen voran, welche uns über das Alter des Pontegana-Conglomerates Aufschluss geben können:

a) Es mischt sich mit dem Pliocaenton. An der Stelle, wo wir es soeben zuerst getroffen haben, handelt es sich offenbar um eine lokale Stauung, ein Aufpressen des noch ganz weichen Tones durch die Last der ins Meer vorrückenden groben Schuttbildung. Streifen von Pliocaenton greifen in das Conglomerat hinein, sind stellenweise noch zwischen seinen Blöcken zu finden. Ungefähr in der Mitte vom Nordabsturz von Pontegana gibt es Streifen von Pliocaentonsand ganz im Conglomerat eingeschlossen, an andern Stellen solche oben im Dach des Conglomerates. Anderwärts greift das Conglomerat über die marinen Pliocaenschichten (z. B. am Nordrand des Hügels von Cereda am Raggiobach). In der Hauptsache stösst der marine Pliocaenton am Conglomerat ab. Dabei wird er aber auch mit Annäherung an das Conglomerat mehr und mehr gelb und kalkreich, so dass einzelne Platten zwischen Pliocaenton dem ausgeschwemmten Bindemittel des Conglomerates gleich sind. Es handelt sich um gleichzeitige Ablagerungen verschiedener Facies: tonig sandiger Niederschlag in einer Meerbucht, grobes Conglomerat einer in die Bucht mündenden Gebirgsschlucht.

b) Das Pontegana-Conglomerat hat in seinen südlichen Teilen unregelmässig wechselvolle Schichtlage, weiter nördlich ist es deutlich

horizontal geschichtet und seine ganze Masse bildet eine flache, gegen Süden abfallende Platte, die wir in NS-Richtung auf 2 km Distanz mit im Mittel 5°/o Gefälle verfolgen können. Es liegt flach transgredierend den abgewitterten Schichtenköpfen des Lias, der Scaglia und des Flysch auf und ist selbst somit jünger als die grosse alpine Aufrichtung der Schichten.

c) Das Pontegana-Conglomerat besteht fast ausschliesslich aus hellgelben Kalktrümmern, während die Diluvialablagerungen durch das Vorherrschen der dunkelblaugrauen Liastrümmer und vieler krystalliner Gesteine ein ganz anderes Bild bieten. Das Pontegana-Conglomerat ist keine Moräne, keine fluvioglaciale Ablagerung und mischt sich nirgends mit glacialen Gebilden.

d) Das Pontegana-Conglomerat wird meistens mit scharfer Grenze überdeckt von Grundmoräne, hie und da von Ceppo. Es erweist sich stets als älter als die Glacialablagerungen dieser Gegend, von denen es sehr leicht zu unterscheiden ist.

Das Pontegana-Conglomerat ist somit pliocaen, und in dieser Gegend jedenfalls voreiszeitlich. Nirgends fand ich Moränen darunter.

Es mag ja sein, dass die Deckenschottervergletscherung am Südfuss der Alpen noch nicht als Vergletscherung sich geltend machte, und man könnte denken, dass das Pontegana-Conglomerat zeitlich dem Deckenschotter entspräche. Allein die Verknüpfung mit dem marinen Pliocaen ist doch derart, dass wir nur dann an Deckenschotteralter denken könnten, wenn wir überhaupt die Deckenschottervergletscherung dem älteren Pliocaen zuweisen könnten. Mir ist am wahrscheinlichsten, das Pontegana-Conglomerat sei mittel- oder unterpliocaen und älter als die sämtlichen Vergletscherungen.

Das Pontegana-Conglomerat ist hie und da diagonal in wechselvoller Lage geschichtet. An der Nordwand von Pontegana fallen die Schichten oben nach NW, darunter liegen sie flach. Oft ist wenig Schichtung sichtbar, meistens ist sie ganz flach. Blöcke, Gerölle, Splitter aller Dimensionen bis über 1 m Durchmesser, manchmal gut gerundet, manchmal noch eckig, liegen regellos durcheinander, gemischt mit feinerem Material. Manchmal herrscht die Grundmasse vor, sodass sich die Blöcke und Gerölle nicht berühren. Hie und da stossen wir auf Streifen körniger Grundmasse ohne Trümmer, hie und da wieder berühren sich die Trümmer und lassen sogar Hohlräume zwischen sich. An solchen Stellen findet man nicht selten das Phänomen der „Eindrücke“ ganz so wie in der Juranagelfluh und vielen ungestörten wie dislociert gelagerten Nagelfluhen am Nordrand der Alpen. An der Druckstelle ist im flacheren Ge-

schiebe eine Lösungsvertiefung entstanden, in welche das schärfer gekrümmte berührende Geschiebe hineingreift. Auch gespaltene Gerölle wurden gefunden, dagegen keine hohlen.

Die Grundmasse des Pontegana-Conglomerates besteht aus dem gleichen, nur fein zerriebenen und calcitisch verkitteten, hellgelben Material, wie die Trümmer. Wohl 99% der Trümmer des Pontegana-Conglomerates sind feinkörnige, hellgelbe Kalksteine, hie und da Hornstein einschliessend. Nur sehr wenige Gerölle des Pontegana-Conglomerates sind abweichender Art. Ich fand einige ziemlich blaugraue und auch braune Hornsteinstücke, einige stark verwitterte gneissartige und granitische Blöcke, einige Flyschsandsteine, einen roten Radiolarithornstein als seltene Ausnahmen. Auf die ganze Erstreckung, auf welche ich dieses Gebilde finden konnte, bleibt es sich ziemlich gleich. Im besonderen könnte ich durchaus nicht sagen, dass die Trümmergrösse sich in bestimmter Richtung wesentlich ändern würde. Die Rundung und Ordnung der Trümmer ist für Spülung durch fliessendes Wasser viel zu unvollkommen. Fast könnte man an den Trümmerstrom eines in einen Fjord hinabbrechenden Bergsturzes oder an einen gewaltigen Muhrgang, am ehesten an Verarbeitung von Bergsturzmaterial oder Wildbachtrümmer in der Brandung denken.

Im grossen ganzen ist das Pontegana-Conglomerat, in einem Streifen von N nach S sich erstreckend, in eine Vertiefung der älteren Grundlage eingelagert, die sich besonders im nördlichen Teile sehr schön als ein schmales altes Tal erzeigt, das vom Pontegana-Conglomerat ausgefüllt, von Diluvium überdeckt ist, und vom jetzigen Tallaufe mehrfach abweicht.

Durch seine Zusammensetzung, geringe Ordnung und Schichtung, Reichtum in feinbrecciösem Zwischenmaterial etc. und dadurch, dass unten das Pontegana-Conglomerat in die marinen Ablagerungen eingreift, stellt es sich, wenigstens im südlichen Teil, als eine Art Fjordausfüllung dar. Das jetzige Tal der Breggia fällt nicht zusammen mit dem Conglomerattal, oder dem pliocaenen Fjord. Östlich von Castello S. Pietro wird das alte Tal vom neuen durchquert und beiderseits sieht man den mit Pontegana-Conglomerat erfüllten 100 bis 150 m breiten Querschnitt des pliocaenen Tales. Der gewaltige Canon der Breggia durch Radiolarit und Biancone weicht vom pliocaenen Tallauf westlich ab und ist epigenetisch postglacial. Weiter unten berührt das neue Tal den Pliocaenfjord derart, dass die rechte Talseite auf fast 1 km Länge aus Scaglia, die linke aus Pontegana-Conglomerat bis unter die Flusssohle gebildet wird. Auch der kleine Breggiabogen bei Ghittel kehrt sich ganz ins ältere Gestein, aus dem

Pliocaental westlich hinaus; das Pontegana-Conglomerat bleibt östlich. Von Ghittel abwärts steht es wieder überall im Breggiabachbett an. Im Ponteganahügel fällt es mit seinen Schichten gegen NW, mit seiner Oberfläche aber steil südlich ab und ist dort von Diluvium überkleistert. Wir finden also das Pontegana-Conglomerat noch an folgen den Stellen entblösst: (Vergl. stets Karte und Taf. I, Fig. 1.)

1) Östlich Castello S. Pietro unter der Strasse bis an die untere Strassenkehre oberhalb der Breggiabrücke. Es reicht hier nicht bis in den jetzigen Talboden hinab. Das Pliocaental war dort ca. 20 m weniger tief, als die Breggia jetzt fliesst. Das Pontegana-Conglomerat ist hier auf ca. 200 m Breite und 30 bis 40 m Mächtigkeit entblösst. Rechtsseitig ist hier noch eine besondere Eigentümlichkeit zu beobachten. Der Boden des Pliocaentales wird hier von den Schichtköpfen des Ammonitico rosso gebildet. Er ist erst 6 m hoch mit grauen, groben Geröllen und mit einem kleinen Bergsturz aus grossen roten Blöcken aufgeschüttet, und erst über diesem Trümmermaterial folgt, dort ca. 25 m mächtig, das Pontegana-Conglomerat. Wir fragten uns, ob vielleicht hier noch eine ältere Moräne unter dem Pontegana-Conglomerate liege. Allein es gelang nicht, die Stelle von unten zu erklettern. Ein an einem Seile von oben heruntergelassener Knabe brachte kantengerundete, inwendig graue, kieselige Liasgeschiebe mit gelber Anwitterungsrinde aber ganz ohne Gletscherschrammen.

2) Das Pontegana-Conglomerat bildet im unteren Teil den Untergrund der Wiesenterrasse links der Breggia unterhalb von Molino di Morbio. An dem Steilabsturz der Terrasse in die Breggia, da wo diese eine scharfe Wendung nach links macht und oberhalb des alten Widerlagers der vor ca. 70 Jahren zusammengestürzten Brücke, sieht man in kahlem Abriss die Schichtenköpfe des Dogger (?) 18 m über dem Bache flach abgeschnitten und dann noch ca. 3 m mit horizontal geschichtetem Pontegana-Conglomerat überlagert, während links aufwärts das Conglomerat von Kalktuff überdeckt ist.

3) Links der Breggia über der unter 2) genannten Terrasse z. T. mit Tuff überdeckt. Talaufwärts ist die Grenze gegen den Lias unter der Strasse von Molino nach Morbio superiore verdeckt, talabwärts stösst das Conglomerat scharf ab an der Dogger- und Radiolaritklippe. Hier weicht das neue Breggiatal rechts ab vom Pliocaental. Die Conglomeratwand ist überlagert von ganz ungeschichteter Grundmoräne, auf welcher schief fallender, dann flacher Ceppo folgt bis an die Strasse und das Plateau hinauf.

4) Untergrund von Morbio inferiore und Felswand westlich bis in die Sohle der Breggia über 60 m mächtig, ferner talauswärts bis nahe an die Brücke von Ghittel.

5) Unterhalb Ghittel rechtsseitig discordant direkt auf senkrechter Scaglia aufliegend und von da an im unteren Teil des Abhanges bis nahe vor den Strassendamm von Bisio.

6) Links unterhalb Ghittel als Steilbord und von da an in der Sohle der Breggia bis Polenta und Pontegana.

Sowohl unterhalb Ghittel als auch wieder zwischen Polenta und Pontegana läuft die Breggia auf Pontegana-Conglomerat und gleichzeitig zwischen Felswänden von solchem; sie ist also ganz in das pliocaene Tal eingetreten, hier aber liegt die Sohle des Pliocaentales tiefer, als der jetzige Breggialauf.

Verdeckt von Diluvium liegt das Pontegana-Conglomerat wohl überall unter dem Rücken von Morbio inferiore gegen Ligrignano.

7) Es erscheint noch einmal weiter östlich abgedeckt in der kleinen Schlucht, durch die der Bach von Fontanella im Niveau unterhalb 300 m fliesst. Dort wird die rechte Seite im unteren Teile der Schlucht von einer Felswand aus Pontegana-Conglomerat gebildet, die linke Seite in gleichem und noch tieferem Niveau aus Grundmoräne und Ceppo. Man könnte glauben, das Pontegana-Conglomerat liege hier über Moräne. Nähere Untersuchung zeigt aber, dass es nur neben solcher liegt, die an Stelle des vorher abgespülten linken Ufergesteines des pliocaenen Fjordtales sich abgesetzt hat. Weiter hinauf in der Felsenschlucht kann man deutlich verfolgen, dass Moräne und Ceppo sich über das Pontegana-Conglomerat hinauf ziehen und dasselbe von oben übergossen haben.

8) Am Raggiabach südlich der Station Balerna am Nordabhang des Hügels von Cereda trifft man am Gehängefuss im Bache marines, schief (25° NE) gelagertes Pliocaen von der Beschaffenheit wie bei Pontegana in der Nähe des Conglomerates. Es sind gelbe, kalksandige, aus dem Conglomerat ausgespülte Schichten zwischen tonigen entblösst. Darüber bedeckend und noch weiter gegen Westen liegt grobes Pontegana-Conglomerat auf ca. 50 m Länge und bis 8 m über die Bachsohle in flacher Masse gelagert. Auch hier sieht man Blöcke bis 1 m Durchmesser.

Der pliocaene Talweg hatte seinen oberen Anfang etwa in der Gegend unter Obino im grauen Lias, ging von dort erst gegen SSO, dann gegen S unter Morbio inferiore durch gegen Pontegana, eingeschnitten in die Schichtreihe, die wir in der Breggiaschlucht finden, und mündete bei Pontegana ins Meer.

Wir stehen nun vor der grossen Frage, woher kommt das Material des Pontegana-Conglomerates?

Zuerst dachte ich an die gelben Kalke und Dolomite der Trias, allein die Struktur ist eine andere. Nach der örtlichen Lage sollte

doch das Pontegana-Conglomerat aus den gleichen, das ganze Sammelgebiet der Breggia bildenden Liasgesteinen bestehen, wie auch vorherrschend das Glaciale. Ich fand dann zuerst südlich von Molino zwischen dem grauen Lias und dem Ammonitico rosso anstehend Liaskalke, welche aussen hellgelb, inwendig dunkelgrau waren, und auch durch und durch hellgelbe Bänke. Diese zeigten sich in ihrer Struktur völlig gleich den Geröllen des Pontegana-Conglomerates. Es ist aber nicht denkbar, dass von diesen erwähnten gelben Liaskalken allein das ganze Pontegana-Conglomerat stammen könnte, ohne dass auch in Masse grauer Lias hineingelangt wäre. Die helle Farbe der Bänke No. 3 unserer Schichtreihe war nach ihrer Anordnung deutlich als Folge einer eindringenden Oxydation aus dunkel blaugrauer Farbe hervorgegangen zu erkennen. Es ist somit auch sehr wahrscheinlich, dass Gerölle des grauen Lias erst nach ihrer Abtrennung, erst als Bestandteile des Pontegana-Conglomerates ausgebleicht und gelb oxydiert worden sind. Am beweisendsten in dieser Richtung waren einzelne gelbe Gerölle des Conglomerates, die noch einen grauen Kern enthielten. Durch genauen, zuerst nur makroskopischen Vergleich kam ich allmählich zu der Überzeugung, dass das ganze Material des Pontegana-Conglomerates vom Lias unter Verwitterungsbleichung und Oxydation abzuleiten sei. Die Bleichung und Gelbfärbung im anstehenden Lias finden wir auch am deutlichsten gerade im Grunde des alten Fjordes (unter Molino di Morbio) ausgeprägt. Vielleicht hat dabei das Meerwasser für die Gerölle wie für den Untergrund in ähnlicher Weise gewirkt. Damit ist dann erwiesen, dass das Pontegana-Conglomerat aus dem Sammelgebiete der Breggia stammt und der pliocaene Fjord ein Vorläufer des Breggiatales war. Ferner ergibt sich aus der fast einheitlichen Zusammensetzung des Conglomerates wie übrigens auch aus seiner Einlagerung in den Schichten des Breggiaprofiles, dass Ammonitico rosso, Malmhornstein, Biancone schon fast ganz von den Gehängen des Monte Generoso-Gebirges weggewittert waren, bevor das Pontegana-Conglomerat sich zu bilden begann. Es hat eine viel stärkere Veränderung der Gestaltung des Landes durch Verwitterungs-Abtrag vom Momente der Alpenaufstauung bis zur Bildung unseres Pliocaen als von der Pliocaenzeit bis zur Diluvialzeit oder sogar bis zur Gegenwart stattgefunden. Die grosse Orographie unserer Gegend war im Pliocaen schon ausgebildet, das Pliocaen hat sich in die gleichen Talbecken eingelagert, die die unmittelbaren Vorläufer der noch bestehenden Täler und Talbecken sind. Schon im Pliocaen war z. B. kein Berg mehr zwischen Chiasso und Pontegana, sondern Talbecken. Die Haupterosion, während und unmittelbar an die Hauptdislokation sich an-

schliessend, hat in dem Zeitabschnitt zwischen der Ablagerung des Molasse-Conglomerates von Mte. Olimpino und der Ablagerung des Pliocaen stattgefunden. Es wäre deshalb sehr wichtig, das Alter der Nagelfluh des Olimpino genauer feststellen zu können.

Nun aber schien es mir, dass die bloss makroskopische Prüfung der Bestandteile des Pontegana-Conglomerates nicht genüge und ich liess deshalb durch Gerölle und Bindemittel und durch hellgelbe und graue Proben des anstehenden Lias Dünnschliffe herstellen und übergab dieselben zu einer näheren Prüfung Herrn Dr. Ernst Blumer. Sein Bericht lautet wie folgt:

a) Grauschwarzer Unterlias von Valle di Grotta, mit Hornsteinlage.

„Unter dem Mikroskop zeigt der unterliasische Kalkstein eine feinstkörnige, durch Eisen etwas bräunlich gefärbte, calcitische Grundmasse, in der ziemlich häufig Magnetitkörner eingestreut liegen, die wahrscheinlich die dunkle Färbung des Gesteines mitbedingen helfen. Massenhaft erfüllen diese dunkle Grundmasse meist wasserklare, stabförmige Längsschnitte und kreisrunde, ovale, auch etwa polygonale Querschnitte von Spongiennadeln, bei denen stets die ursprüngliche amorphe Kieselsäure durch kristallinen Quarz ersetzt ist. Ihr Lumen ist oft von klarem Calcit erfüllt, seltener von Quarz oder von der gleichen bräunlichen Grundmasse, die die Nadeln umgibt. Hie und da kommen noch andere, unregelmässige Schnittformen vor, mit Verzweigungen etc. Der Durchmesser der kreisförmigen Nadelquerschnitte schwankt um 0,08 mm; die Dicke der Wandung beträgt im allgemeinen etwa 0,01 mm.

„Vom Kalkstein gegen den benachbarten Hornstein besteht ein sehr rascher, aber doch kein unvermittelter Übergang. Der Quarzgehalt steigt rasch und innerhalb von vielleicht 1 mm ist aus dem Kalkstein mit kieseligen Spongienresten ein fast reines Quarzgestein geworden, das nur noch ganz vereinzelte Calcitsplitter enthält. Die Korngrösse schwankt meist um 0,005—0,01—0,02 mm. Auch hier ziemlich viel Magnetit, oft schlierenförmig angereichert. Die quarzige Grundmasse aber ist bedeutend heller als die braune Grundmasse des umgebenden Kalksteins. Daher heben sich auch die Spongienreste viel weniger durch ihre Klarheit ab, am besten noch in den Magnetitreicheren Partien. Man kann hier erkennen, dass die Spongienreste zum mindesten ebenso zahlreich sind wie im umgebenden Kalkstein. Aber nie ist hier das hohle Lumen der Nadeln mit Calcit erfüllt, sondern wo es sich überhaupt noch erkennen lässt, enthält es Quarz.

„Schon im Kalkstein zeigen sich eckige Quarzsplitter, die gewiss nicht direkt Spongienreste sind, aber durch Lösung und Wiederabsatz aus solchen hervorgegangen sein mögen. In den noch erhaltenen

Spongienresten selbst hat sich in gleicher Weise die ursprünglich amorphe Kieselsäure durch Lösung und Wiederabsatz in kristallinen Quarz umgewandelt. Wahrscheinlich ist auch die Quarzgrundmasse des Hornsteines umgewandelte, unkenntlich gewordene Spongiennadeln-Substanz, und der Unterschied, der unzählige Male wiederholte Wechsel von Hornstein- und Kalksteinbänken im Liasgebirge nördlich von Chiasso beruht wohl nur auf einem periodischen Wechsel im Absatz. Reiner Absatz von Schwammnadeln bildete den reinen Hornstein; weil periodisch ein Kalkabsatz hinzutrat, entstanden die wechsellagernden Kalkbänke.

„Während es sich in den roten Hornsteinen der oberjurassischen Aptychenschiefer um typische Radiolarite handelt, sind die schwarzen Hornsteine des mächtigen grauen Lias, der die Berge nördlich von Chiasso, zwischen Luganer- und Comersee, bis zum Monte Generoso. grösstenteils zusammensetzt, Spongite.

b) Gelber Lias, von Molini-Morbio.

„Zwei Dünnschliffe wurden untersucht: beide zeigten Spongiengesteine, boten aber im übrigen manche Verschiedenheit.

„Im Dünnschliff I fand sich ein fast reines Calcitgestein, ziemlich grobkörnig. Korngrösse 0,01—0,03—0,1 (— selten 0,2) mm. Quarz nur selten in vereinzelten Körnern; zerstreut Eisenerzpartikelchen. Zudem gibt feinst verteiltes Eisen dem Schliff eine leicht gelbliche Färbung. Fossilreste sind wenig zu erkennen, meist Querschnitte von Schwammnadeln, ebenfalls aus Calcit bestehend. Ich vermute, dass weitere Fossilreste durch Umkrystallisation verloren gegangen sind; damit in Zusammenhang steht auch das grobe Korn des Calcites. Fossilarmut und grobes Korn sind beides sekundäre Erscheinungen.

„Der Dünnschliff II bot ein ganz anderes, wahrscheinlich ursprünglicheres Bild. Die Calcitgrundmasse ist feinstkörnig, noch bei 142-facher Vergrösserung lässt sich das Korn nicht scharf fassen. Sie ist durch Eisen braun gefärbt, enthält vielleicht auch tonige Beimengungen; sie schliesst zahlreiche, meist wasserklare Petrefaktenreste ein, die vorwiegend aus Quarz, seltener, und dann weniger klar, aus Calcit bestehen. Es sind wiederum Spongienreste, aber ausnahmslos schlecht erhalten, meist ohne erkennbare Lumina. Es tritt dabei der sehr interessante Fall auf, dass Nadeln teilweise aus Quarz, teilweise aus Calcit bestehen, in der Weise, dass bald das eine, bald das andere Ende, bald die Mitte calcitisch geworden ist. Wo alle drei Fälle zusammentreten, ist dann aus der ursprünglichen Kieselnadel im Kalkgestein, unter dem Einfluss der mit $CaCO_3$ beladenen Bergfeuchtigkeit eine Kalknadel entstanden. So bestehen alle Übergänge zwischen

ursprünglicher Kieselnadel und sekundärer, dann aber lumenloser und oft etwas unscharf begrenzter Kalknadel.

„Neben Spongienresten kommen auch vereinzelt Foraminiferen vor, aber schlecht erhalten, so Textulariden, mit Kalk-Schale, auch seltene fragliche Radiolarienreste.

„Schon makroskopisch zeigt das gelbe Gestein dunkle Schlieren und Nester von bis 1 cm grösstem Durchmesser. Unter dem Mikroskop erweisen sie sich als dichterer, eisenreicherer Calcit, ärmer an Quarzbestandteilen.

„Körner und Fetzen von Limonit und oberflächlich oft limonitischem Magnetit sind nicht selten.

c) Die Gerölle des Pontegana-Conglomerates.

„Drei verschiedene gelbe Kalkgerölle wurden mikroskopiert und alle drei boten dasselbe Bild: Fast reines Calcitgestein mit seltenen isolierten Quarzkörnern und etwas Eisenerz. In der durch Eisen leicht gelblichen Grundmasse liegen zahlreiche hellere Petrefaktenreste, ebenfalls aus Calcit bestehend. Es sind fast ausschliesslich Quer- und Längsschnitte von Spongiennadeln. Die Korngrösse der Calcitgrundmasse steigt bis auf 0,01 — 0,02 mm. Fossilreste und Grundmasse stehen dem Volumen nach in angenähertem Gleichgewicht.

„So sind die wichtigsten, weitaus dominierenden Gerölle des Pontegana-Conglomerates gleiche Spongien-Kalksteine, wie der anstehende Lias der Gebirge nördlich von Chiasso. Aber während dort die Schwammnadeln ganz oder vorwiegend aus Quarz bestehen, sind sie in den Pontegana-Geröllen aus Calcit aufgebaut. Dass aber dieser Unterschied nicht prinzipieller Natur ist, lehrt der Dünnschliff II unseres gelben Liaskalkes (anstehend bei Molini - Morbio), wo alle Übergänge zwischen Kiesel und Kalknadeln vorhanden sind. Dass es sich dabei wirklich um eine Umwandlung der ersteren in letztere und nicht etwa um den umgekehrten Vorgang handelt, zeigt der bessere Erhaltungszustand der Kieselnadeln. Dasselbe folgt zwanglos aus dem chemischen Massenwirkungsgesetz: In dem Kalkgestein zirkulierte stets eine $CaCO_3$ reiche Bergfeuchtigkeit, die überall die Tendenz hatte, Kalk abzusetzen und dafür anderes aufzulösen. Ihre Tätigkeit liegt auch dokumentiert in den sekundären Calcitadern, die sogar die liasischen Hornsteine durchziehen. Überall ist, in allen entstehenden Rissen des verfestigten Gesteines Calcit durch die Bergfeuchtigkeit abgesetzt worden, niemals Quarz. Dieser letztere ist im Gegenteil weggeführt worden. Am weitesten fortgeschritten ist nun diese Metamorphose in den Geröllen des Pontegana-Conglomerates; sie hat aber stellenweise schon im anstehenden Lias begonnen (unser Dünnschliff II von Molini). Es hängt wohl auch die Veränderung

der Farbe von grauschwarz zu gelb mit dem gleichen Vorgang der Metamorphose zusammen und beruht auf einer Oxydation der Eisenerze und zum Teil auch des organischen Farbstoffes. In Übereinstimmung damit sind bei Pontegana von mir äusserlich gelbe Gerölle mit noch dunklem Kern gefunden worden und ebenso hellgrau gewordene Hornsteine mit noch dunkleren Schlieren.

d) Das Cement des Pontegana-Conglomerates.

„Das gröbere Bindemittel ist nichts anderes als ein Conglomerat im kleinen, mit bis 1/2 cm grossen Brocken und Splittern von grauviolettem Hornstein und mit allen den beschriebenen Liasvarietäten vom quarzreichen bis zum quarzfreien Kalkgestein, mit quarzigen oder kalkigen Spongienresten. Bestimmte Gerölle anderer Herkunft wurden nicht gefunden. Makroskopisch erscheinen alle Kalksteingeröllchen gelblich, die Hornsteine nie dunkel, sondern hell, „gebleicht". Das eigentliche Bindemittel ist Calcit, der aber durchaus nicht lückenlos zusammenschliesst; es zeigen sich vielmehr unter dem Mikroskop alle Übergänge von dem noch fast leeren Hohlraum zwischen benachbarten Geröllen bis zur halbgefüllten und schliesslich ganz geschlossenen Druse.

„Die feinste „Grundmasse", in der makroskopisch sich keine Gemengteile mehr unterscheiden lassen, besteht aus einem feinen Gemenge von Kalksteinsplittern (z. T. mit noch erkennbaren Spongienresten), seltenen Hornsteinsplittern, isolierten Quarzen und sekundär ausgeschiedenem Calcit, dessen polysynthetische Zwillinge bis 0,5 mm Durchmesser erlangen können. Dieser sekundäre Calcit bildet wohl nahezu die Hälfte des Gesteinsmateriales. Eisen ist hier wenig vorhanden; Fossilien im Cement konnten nicht nachgewiesen werden.

„So lehrt die vergleichende mikroskopische Untersuchung fast zweifellos die Identität des anstehenden grauen und hellen Lias der Berge im Norden von Chiasso mit den vorherrschenden Geröllen des pliocaenen Pontegana-Conglomerates: Hier wie dort Spongienkalke, mit Hornstein. Die veränderte gelbe Färbung der alten Gerölle ist der Ausdruck derselben Metamorphose, welche die ursprünglich kieseligen Spongiennadeln calcitisch umgewandelt hat. Das Bindemittel besteht aus dem gleichen, nur feiner zerkleinerten Material mit calcitischer Verkittung."

Am Ende unserer Betrachtung über die Pliocaenbildung angelangt, bleibt nochmals zu betonen, dass wir nirgends Spuren einer Aufrichtung des Pliocaen nach seiner Ablagerung getroffen haben. Die Stellen, wo die Pliocaenschichten nicht ganz horizontal liegen,

sind nicht einheitlich, sondern lokalisiert und verschieden und deshalb anders als durch Dislokation zu deuten. Es handelt sich teils um primären schiefen Absatz auf schiefer Unterlage bergauswärts fallend, teils um wechselvolle torrentielle Schichtung (Nordseite von Pontegana im Conglomerat), teils um lokale Stauchungen des noch nicht verfestigten Gesteines durch schwere Einlagerungen. Das höchste Niveau, in welchem wir sicher marines Pliocaen gefunden haben, ist 275 m bis 280 m (Roncagliaschlucht). Fehlt einerseits der Beweis für eine aufrichtende Dislokation des Pliocaen, so müssen dagegen vielleicht die 280 m Meerhöhe als Beweis für allgemeine Hebung des Untergrundes seit der Pliocaenzeit angesehen werden. Selbstverständlich ist es möglich, dass diese Hebung auch das Gefälle der Schichten etwas verstellt hat, aber der Betrag dieser Verstellung bleibt unter der Möglichkeit eines bestimmten Nachweises, und ist verschwindend gegenüber der alpinen Aufrichtung der älteren Schichten.

13. Glaciale Ablagerungen.

Die uns beschäftigende Gegend ist reichlich mit Gletscherschutt übergossen, und dieser ist im grossen ganzen in eine Anzahl sich südlich abstufender Terrassen geordnet. Ein Blick auf Taf. I Fig. 1 macht diese Ausgleichung der früher viel unregelmässigeren Oberfläche deutlich. In dem ganzen terrassierten Vorlande der höheren Berge beruhen alle Entblössungen der älteren Gesteine auf postglacialen Erosionen. Nur am steilen Liasgehänge im NE unseres Kartengebietes und andererseits am Monte Olimpino gibt es Stellen, die nie von Gletscherschutt bedeckt waren. Im besonderen ist zu beachten, dass der Gletscherschutt auch auf den vorhin besprochenen Pliocaengebilden, trotz annähernd gleich flacher Lagerung, nicht konkordant und nicht harmonisch aufliegt, sondern dass auch die Oberfläche der pliocaenen Ablagerungen eine starke Erosion erfahren hat, bevor die Gletscherablagerungen erfolgt sind. Diese Erosionsfläche bedeutet den zeitlichen Teilstrich zwischen Pliocaen und Diluvium, der überall durchaus scharf ist und nirgends sich verwischt. Auf dem kleinen Raume des hier untersuchten Gebietes lassen sich keine klaren Belege für eine Zweiteiligkeit oder Mehrteiligkeit der Eiszeit auffinden, so oft Ceppo und Grundmoränen manchmal abwechseln. Der eigentliche „Feretto" liegt ausserhalb unseres Kartenausschnittes. Wallmoränen fehlen, wir finden dagegen in ausgezeichneter Entwicklung und oft grosser Mächtigkeit Grundmoränen und meistens darüber verschwemmte Moränen und fluvioglaciale oft fest verkittete Schotter. Diese letzteren

Gebilde sind meistens als „Ceppo“ [1]) bezeichnet worden. Immer treffen wir unten Grundmoräne, oben gut geschichteten, geschwemmten Ceppo, dazwischen unregelmässigen Wechsel und Mischung. Unter dem Verschwemmten auf der Grundmoräne erscheinen an zahlreichen Stellen kleine Quellen. In unserem Gebiete gibt es enorme glaciale Aufschüttungen, Grundmoränen bis zu 30 m Mächtigkeit, Ceppo stellenweise noch mächtiger. Im Sammelgebiete der Breggia, der Valle di Muggio, treffen wir an Vorsprüngen und auf Terrassen stets mächtige Moränen, dazwischen und darunter tiefe Erosionsschluchten. Die Gegend zeigt überall, dass die Gletscher hier fast nur aufgeschüttet, nicht erodiert haben. Für mein Gefühl bedeutet eben doch immer noch eine Grundmoräne von 20 bis 30 m Mächtigkeit, dass der Gletscher hier den Fels nicht wesentlich abgehobelt, sondern vielmehr mit Moräne beschützend überdeckt hat.

Sowohl für die Grundmoränen wie für den Ceppo ergibt sich, dass weit mehr als 9/10 der Geschiebe im Gebiete unseres Kartenausschnittes Liaskalk u. Hornsteine des Liaskalkes sind, daneben kommen nur wenige Trümmer aus Pontegana-Conglomerat etc. und überall, aber meistens nicht häufig, Blöcke von krystallinischen Silicatgesteinen vor. Auch die Moränen am Eingang in Val Muggio oberhalb Morbio enthalten krystalline Blöcke. Unter den krystallinen Gesteinen herrschen Amphibolite, Diorite von mir unbekannter Herkunft vor. Recht zahlreich und in grossen Blöcken trifft man solche nördlich von Morbio inferiore. Moränen wie Ceppo haben durch das Vorherrschen des grauen Lias ein sehr lokales Gepräge. Weiter gegen S und besonders SW ändern sich die Verhältnisse in dem Sinne, dass die nichtliasischen und besonders die krystallinischen Geschiebe stark an Häufigkeit zunehmen. So haben wir notiert südlich von Bonago viele helle Kalke, viele Diorite und viel roter Verrucano im Ceppo, bei Trevano viel krystalline Blöcke in der Grundmoräne, bei Folla bis 50 % roten Quarzporphyr im dort wohl 30 m mächtigen Ceppo.

a) Grundmoränen.

Die Grundmoränen im Talkessel unten sind am reichsten an Tonschlamm. Derselbe ist bald hell blaugrau, bald durch Oxydation gelb. In dem Gebiete zwischen Balerna und S. Antonio werden die Grundmoränen schon seit langer Zeit zur Ziegelei ausgebeutet. Hier handelt es sich vielleicht zum Teil um Absatz von Gletscherbachschlamm in einem Staubecken vor dem sich zurückziehenden Gletscher und ich möchte vermuten, dass der gleiche Grundmoränenlehm sich noch vielerorts unter der Alluvialebene zwischen dort und Chiasso

[1]) Taramelli, Beiträge z. geol. Karte d. Schweiz, Lfg. XVII, 1880, pg. 102.

finde. Der Grundmoränenlehm bei den Ziegeleien von Balerna ist damals von dem Pliocaenton nicht unterschieden worden. Hierdrin fand man gekritzte Geschiebe, dort am Hügel von Pontegana die Fossilien. Allein im Grundmoränenlehm südlich Balerna gibt es keine pliocaenen Fossilien und im Pontegana-Fossilienton keine gekritzten Geschiebe. Die Grundmoräne der Ziegelei enthält geschrammte Geschiebe spärlich, strichweise häufig. Sie lässt sich westlich verfolgen bis in das Tobel des Roncagliabaches, wo man sie dann deutlich der aberodierten Oberfläche des Pliocaentones auflagern sieht. Fast der ganze südlich anschliessende Hügel von Cereda ist Grundmoräne. Der sehr prägnante Hügel von S. Antonio ist ein aufsitzender Rest von Ceppo, und ein weiterer Cepporest bildet die Ostecke von Cereda.

Die höher an den Gehängen gelegenen Grundmoränen sind durchschnittlich reicher an Geschieben — fast alle Geschiebe sind geschrammt.

Ausgezeichnete Grundmoränen treffen wir ferner bei Sovernigo und unter Cá del Dosso. Der Engpass, den die Breggia an der italienischen Grenze eingeschnitten hat, geht ganz durch Grundmoräne, die in senkrechten Wänden ansteht. Er ist also postglacial, er durchschneidet Grundmoräne und Ceppo auf volle 60 bis 70 m Höhe. Gerade rechts am Bachbett, am Eingang des Durchbruches taucht noch eine zur Zeit ca. 2 m hohe Klippe von grauem Liasfels mit 60° NE fallenden Schichten auf. Im linken Bachbord finden wir nur Moräne, der vorglaciale Tallauf kann also noch tiefer gewesen sein.

Wiederum finden wir ausgezeichnete Grundmoränen in den Bachfurchen unter Fontanella, über dem Pontegana-Conglomerat zwischen Morbio superiore und Castello S. Pietro, besonders an der Strasse, die von der Breggiabrücke bei Molino nach Castello S. Pietro hinauf führt.

Sodann erscheinen die Grundmoränen als zusammenhängender Streifen von südlich Castello S. Pietro bis gegen Pontegana im rechten Steilbord des Breggiatobels über den Schichtenköpfen des Biancone, der Scaglia und auf dem Pontegana-Conglomerat, stets bedeckt mit Ceppo und Ceppoterrassen, und stets kleine Quellen fördernd. Endlich treffen wir Grundmoränen mit Bändertoncharakter am S-Abhang des Ponteganahügels. Kleinere Grundmoränenausstiche kommen noch vielerorts im Ceppo vor, so bei Obino etc.

b) Der Ceppo.

Die Verbindung der Grundmoränen mit dem Ceppo ist an hundert Stellen zu beobachten. Geschwemmte geschichtete Streifen wechseln

mit ungeschichteter Moräne ab. Bald finden wir noch Schrammen an den Ceppogeschieben, bald sind sie alle verschwunden und durch Schlagpunkte ersetzt. Stets nimmt der reine Terrassencharakter nach oben zu. Hie und da ist der Ceppo recht grobgeröllig, manchmal enthält er Sandbänke, selten auch Bänke von mergeligen bis kalkigen Schichten (Ceredahügel Ostecke). Grössere Blöcke sind nicht selten unabhängig von der Schichtung eingestreut. Dies alles sind typische Merkmale der sogen. Übergangskegel. Manchmal ist der Ceppo locker, manchmal partiell verkittet, hie und da gut verkittet, sodass er überhängende Felsen und sogar in der jetzigen Breggia grosse Gerölle bilden kann. Im Ceppo haben wir nicht selten hohle ausgelaugte Geschiebe gefunden, ganz wie im Deckenschotter der Alpennordseite.

Sehr häufig ist im Ceppo schiefe Schichtung, bedeckt von horizontaler, ganz nach Deltaart zu sehen. Oft ist die Grenze zwischen den schiefen und den oben flachen Schichten sehr scharf, oft vermittelt. Ich habe den Eindruck erhalten, dass im Becken von Chiasso ein Stausee war, dessen Niveau successive gesunken ist, so dass die Ceppodeltas, welche aus dem Valle di Muggio hervorbrachen, immer wieder vom Flusse durchschnitten und seitlich als Terrassen zurückgelassen worden sind, während immer wieder neue Schuttkegel sich in tieferem Niveau ansetzten. (Taf. I, Fig. 1). Sehr deutliche Deltastruktur, Übergusschichtung, d. h. also unten Schichten von 10 bis 25° Gefälle talauswärts, oben von flach auflagernden Schichten bedeckt, fand ich im Ceppo:

Westlich neben Cà del Dosso in grosser Kiesgrube bei ca. 270 m
Kiesgrube S-Seite an Pontegana bei ca. 270 m Meerhöhe
Santa Lucia bei 300 m,
Kiesgruben zwischen Castello S. Pietro und Obino bei 490 m
Über dem Pontegana-Conglomerat SW von Morbio sup. bei 400 m
In beschränkter Ausdehnung noch an vielen Stellen, besonders im Übergangsgebiet von Grundmoräne und Ceppo.

Die Grenzflächen zwischen den oben flachen und unten schiefen Schichten fallen nicht in ein oder zwei Niveaux zusammen, die als einstige andauernde Seeniveaux gedeutet werden könnten, sie finden sich in einer fast kontinuierlichen bergauswärts fallenden Serie. Nur bei den beiden grossen Kiesgruben vor dem Talkessel von Chiasso, bei Cà del Dosso und Pontegana haben wir gleiches Niveau der Seefläche, in welche das Delta vorgerückt ist, und dieses Niveau entspricht dem noch undurchschnittenen Riegel der Breggia.

In den Umgebungen von Lugano und am Luganersee fehlt das hier so auffallende Phänomen des Ceppo. Dieser beginnt erst unterhalb Capolago vor Mendrisio. Da setzt er aber auch sofort ein in zahlreichen Terrassen, die Talgehänge bis auf 180 m über den Talboden hinauf verkleisternd, je eine niedrigere Terrasse in die höhere eingesetzt. Die ganzen Terrassenflächen von Mendrisio bis Balerna linksseitig des Roncagliaflusses ebenso wie die entsprechenden rechtsseitigen mit Dörfern besetzten Terrassen sind alle von Ceppo gebildet, der meistens erst nach Art von Aufschüttungsterrassen gebildet, dann wieder von Erosion durchtalt ist, worauf teilweise jeweilen wieder jüngere Aufschüttung in tieferem Niveau gefolgt hat.

14. Recente Ablagerungen.

Abermals folgt eine Erosionsfläche und postglaciale Talbildung. Als recente Ablagerungen sind die wenig mächtigen Alluvionen in der Ebene von Chiasso, die Humusbildung etc. und besonders noch der Quellentuff zu nennen, der den Fuss des obersten Pontegana-Conglomeratanschnittes im linken Talgehänge der Breggiaschlucht unter Morbio superiore bis fast zum linken Pfeiler der verschwundenen Brücke verhüllt. Es lohnt sich nicht, weiter auf diese Ablagerungen einzutreten. Der Laghetto bei Chiasso und die Sümpfe bei Pra Bolla scheinen Reste alter Seestauung im Becken von Chiasso zu sein — vielleicht der Rest der grossen Stauung, welche die Ablagerung des feinen Tones und vielerorts die Deltastruktur des Ceppo bedingt hat.

VI. Zusammenstellung der Resultate für die geologische Geschichte der Umgebung von Chiasso.

Nach den mitgeteilten Beobachtungen muss die geologische Geschichte unseres Untersuchungsgebietes ungefähr die folgende gewesen sein:

Carbonzeit: Faltung älterer Gesteine, Erosion, Discordanztransgression der Carbon-Conglomerate auf senkrechtem Gneiss (Beweisstelle: Manno bei Lugano).

Perm: Porphyrausbrüche, Ablagerung der Porphyrdecken und des Verrucano discordant, transgredierend auf dem älteren aufgerichteten Gebirge. Senkung.

Triaszeit: Ablagerung der Triassedimente in süd- und ostalpiner Ausbildung, Auffüllung und Hebung.

Schluss der Triaszeit: Flaches Festland, Erosion, Bildung von Karren und Terra rossa.

Liaszeit: Senkung, Transgression des unteren Liasmeeres, Bildung des Brocatello d'Arzo und Marmo d'Arzo.

Ablagerung mächtiger Spongitenkalke und Hornsteine.

Zunehmende Meertiefe, tonreichere Absätze des Ammonitico rosso, oscillatorischer Wechsel von Kalk und Mergel oder Tonabsätzen.

Doggerzeit: unveränderte Verhältnisse, Absatz von Kalk und Ton in oscillatorischem Wechsel, dazu von Hornsteinlagen.

Malmzeit: Tiefmeer, Zunahme der Hornsteine, Radiolarit, rote Farbe der Absätze (ca. 40 m).

Tithonzeit: Plötzlicher Umschlag in Absatz reinen Foraminiferenkalkes (Biancone 50—100 m).

Kreidezeit: Plötzlicher dauernder Umschlag in bunten Tonmergelniederschlag (Scaglia), noch foraminiferenreich, allmähliche Abnahme der Meertiefe.

Eocänzeit: Fortdauer des tonigen Niederschlages mit Einmengung weissglimmerigen Sandes (Flysch), oscillatorischer Wechsel von Ton und Sandabsatz.

Oligocaen-Miocaen: Hebungen, Erosionen, Ablagerung der Molassenagelfluh und des Molassesandsteines auf Erosionsfläche des wenig gehobenen Flysch.

Miocaen: Grosser erster alpiner Horizontalschub, Faltung und Aufrichtung der Schichten bis und mit der Tertiärnagelfluh (Profil Breggiaschlucht bis und mit Mte. Olimpino), Haupterosion, Ausbildung von Tälern.

Pliocaen: Senkung, grosse scharfe Transgression des Pliocaenmeeres am Südfuss der Alpen. Täler werden zu Fjorden, Ablagerung des Pliocaentones in den Meerbuchten und des Pontegana-Conglomerates in Tal und Fjord.

Beweise: flache Lage des Pliocaen, Transgression des horizontalen Pontegana-Conglomerates in der Breggiaschlucht aufwärts von Ghittel auf den steilen Schichten von Scaglia, Biancone, Dogger, Lias, Ammonitico rosso. Einlagerung des Pontegana-Conglomerates in ein altes Tal in diesen Schichten.

Seither relative Hebung um ca. 300 m aus dem Pliocaenmeer.

Beweis: jetzige Höhenlage flach geschichteten marinen Pliocaens 250 bis 280 m.

Diluvium: Fortgang der Erosion.

Beweis: unebene Erosionsfläche zwischen Pliocaenton und Moräne oder Ceppo am NE-Abhang von Pontegana, im Roncagliatal westlich S. Antonio, in der Talschlucht unter Fontanella, unebene Erosionsoberfläche am Pontegana-Conglomerat SW von Ghittel und zwischen Ghittel und Vigna, an der Nordseite von Cereda etc.

Vorrücken der Gletscher, discordante Transgression der Grundmoränen, Talverschluss unterhalb Chiasso, Rückzug der Gletscher, Bildung von Stauseen; die Gletscherbäche spülen die Moränen und arbeiten sie um zu Ceppo.

Postglacialzeit: Durchsägen der Moränenkluse NE von Chiasso. Sinken der Stauseen, Ausspülen postglacialer Täler (Breggiaschlucht, Schluchten im Muggiotal ca. 100 m vertieft, Schlucht unter Fontanella, Schlucht westlich Balerna, Roncagliaschlucht etc.).

Am Nordrand der Alpen gibt es kein nachweisbares Pliocaen. Die Zeitgrenze der alpinen Faltung war dort nicht so genau zu bestimmen, man wies der Dislocation die ganze Pliocaenzeit zu. Am Südrand der Alpen war Pliocaen mit Diluvium und mit Flysch z. T. verwechselt worden. Man sprach deshalb auch hier von nachpliocaener Auffaltung. Nun endlich scheint mir die Sache klar zu liegen.

Am Südrande der Alpen ist eine enorme Abtragung der Ablagerung des Pliocaen vorangegangen. Das marine (wahrscheinlich untere, wenigstens mittlere) Pliocaen liegt flach auf den erodierten Schichtenköpfen der alpin aufgerichteten Gesteine. Die alpine Faltung war also hier vor der Pliocaenzeit vollendet.

Dann wurde die Oberfläche des Pliocaen abermals unregelmässig abgetragen, und auf dieser Abtragsfläche liegen dann die Gletscherbildungen. Nirgends kommt eine Mischung von Pliocaen und Glacial vor, beide sind zeitlich und faciell scharf getrennt.

Ob der Deckenschotter des Nordrandes der Alpen pliocaen oder diluvial sei, ist eine andere Frage. Man hat sich vielfach gewöhnt, den Deckenschotter als pliocaen anzunehmen, ohne dafür irgend einen stichhaltigen Grund zu kennen. Man wünschte eben am Nordrande einen Stellvertreter des Pliocaen zu haben. Mir scheint aber, die Grenze von Pliocaen und Diluvium sollte doch am vernünftigsten dahin gelegt werden, wo der grosse Klimawechsel und der grosse Facieswechsel stattgefunden hat, d. h. vor den ersten Abstieg der Gletscher ins Vorland hinaus — also vor den Deckenschotter. Deckenschotter pliocaen zu nennen ist nicht gerechtfertigter, als marine Ablagerungen, in welche gleichzeitige Moränen sich mischen, diluvial zu nennen. Nun aber sehen wir auch am Südrande der Alpen Pliocaen und Glacial scharf getrennt. Warum sollten wir nicht auch hier das Diluvium mit dem Glacialen beginnen lassen. Dass die erste grosse Vergletscherung der Alpen, die Deckenschottervergletscherung, bloss dem Nordrande angehört und am Südrande sich nicht gezeigt habe, ist doch zum mindesten unwahrscheinlich. Ich kenne keinen Grund dafür, dass auf dem marinen Pliocaen bei Chiasso aufliegende

Grundmoränen jünger sein sollten, als die Grundmoränen unter dem Deckenschotter der Nordschweiz. Dass pliocaene Ablagerungen am Nordrande der Alpen überhaupt fehlen, ist nicht verwunderlich — das Land lag über Meer und war in starker Abspülung begriffen, bei Chiasso dagegen bespülte das Meer den Südfuss der Alpen. Mir erscheint somit am wahrscheinlichsten, dass auch das nördliche Diluvium samt dem Deckenschotter jünger ist, als das Pliocaen von Pontegana. Sicherheit wird schwer zu erlangen sein.

Der grosse Unterschied im Bau des Alpensüdrandes (S) und des Alpennordrandes (N) ist auffallend; er besteht für die Umgebung von Chiasso ungefähr in folgendem:

S: Streichen schwankend von SW—NE, W—E, auf kürzere Strecken sogar NW—SE (Umgebung von Chiasso).

N: Streichen weniger schwankend, konstanter WSW—ENE.

S: Schichtfolge Perm bis und mit Molasse stratigraphisch einfach und normal und von den Alpen abfallend.

N: Schichtlage kompliziert, repetiert, vorherrschend stratigraphisch verkehrt und gegen die Alpen einfallend, gebildet durch flache Überfaltungsdecken, die sich an der Molasse stauen.

S: Molasse ein einfaches, sehr wahrscheinlich ursprünglich etwas diskordant aufgelagertes und dann aufgerichtetes, von den Alpen wegfallendes Randgebilde aus krystallinen Geröllen.

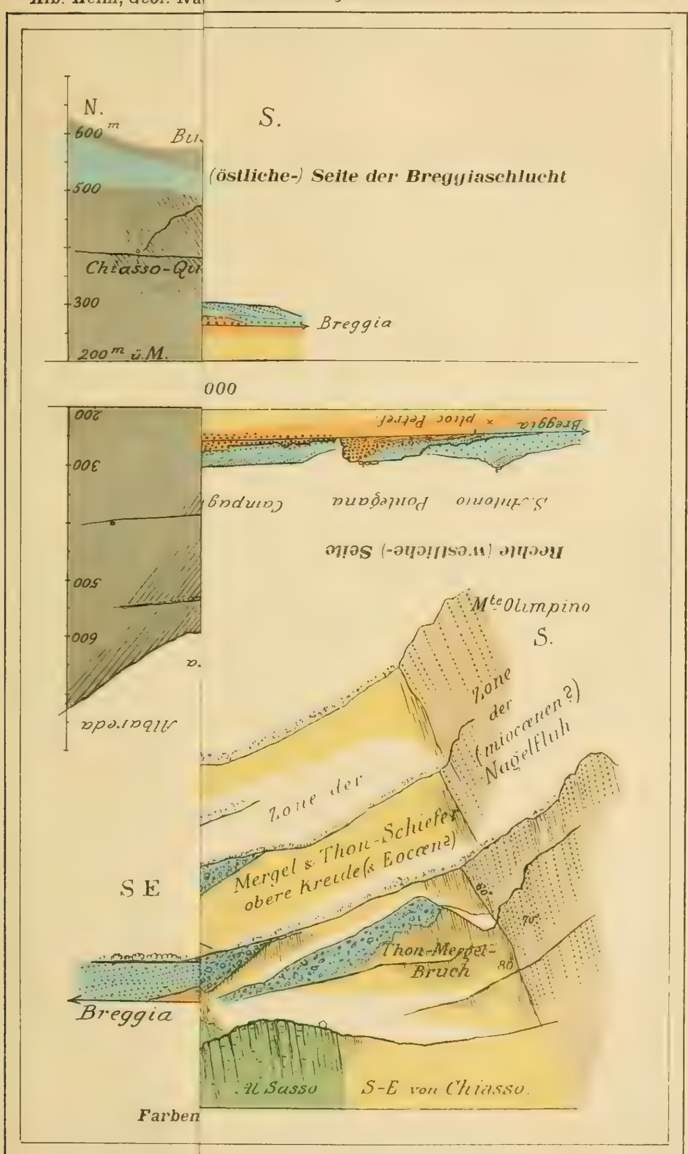
N: Molasse mit mehreren Antiklinalen und Synklinalen, z. T. vor Anstauung oder Überschiebung durch ältere Gebilde erodiert, polygene und Kalk-Conglomerate wechselnd.

S: Alpine Dislocation nach Oligocaen oder Miocaen und vor Pliocaen. Hauptdiskordanz zwischen Oligocaen oder Miocaen einerseits und Mittelpliocaen andererseits, Diskordanztransgression des Pliocaen.

N: Alpine Dislocation nach Miocaen und vor Diluvium, kein sicheres Pliocaen vorhanden, Hauptdiskordanz zwischen Miocaen und Diluvium, Diskordanztransgression des Diluvium.

Es mag auffallen, dass die alpine Stauung am Alpensüdrande sowohl nach Beginn als nach Schlusstermin als sehr wahrscheinlich etwas älter erscheint, als diejenige am Alpennordrande, S: vor Pliocaen, N: vor Diluvium, wahrscheinlich während Pliocaen. Andererseits ist man doch zu der Annahme gezwungen, dass die oberen alpinen Überfaltungsdecken jünger als Erosion in aufgerichtetem Miocaen sind und dennoch ihre Wurzel im Süden haben. Mir scheint aber darin kein Widerspruch zu liegen. Ich denke mir die Reihenfolge der Alpendislocationen vorläufig wie folgt:

Die liegenden Überfaltungsdecken haben in ihren Wurzelregionen wahrscheinlich in der Oligocaenzeit begonnen, die nördlicheren zuerst, dann eine nach der andern der südlicheren, zuletzt die „ostalpine Decke“ mit der südlichsten Wurzel. Unser Gebiet um Chiasso gehört dem südlichen Fusse und den jüngsten Schichten der Gewölbeschenkelregion der ostalpinen Überfaltungsdecke an. Die Wurzeln und die „Embryonalfalten“ der verschiedenen Decken waren ursprünglich wenigstens so weit von einander entfernt, als der Breite der in normale Mächtigkeit ausgeglätteten Decken entspricht. Die Decken sind dann flach überschoben worden und hierbei gingen gewiss die oberen Decken rascher nach Nord als die unteren, weil jeweilen bei einer höheren Deckenfalte zur Bewegung der Unterlage noch der eigene Wurzelschub dazu kam. Gegen Ende der Überschiebung sehen wir die Wurzeln der verschiedenen Decken immer dichter aneinander gedrängt. Erst hierdurch werden die Schichten in den Wurzeln aus flacher Lage steil aufgerichtet. Damit aber hat auch der Schub der einen Decke über der andern aufgehört. Die Decken bilden sich nicht mehr aus dem ihnen einzeln zukommenden Schub weiter aus. Dafür fängt jetzt die autochtone Unterlage der Decken an, sich unter den Decken noch mehr aufzufalten in der Region von Mont Blanc und Aiguille rouge, Gotthard- und Aare-Massiv etc. Es entstehen diese Zentralmassive unter den Decken, während der Südrand der Alpen ohne weitere bedeutende Schichtverstellungen als Ganzes gegen Norden drängt. Durch die Aufstauung der autochthonen Centralmassive werden die Überfaltungsdecken ins Niveau stärkerer Abwitterung gehoben. Ihr Nordteil wird von der Wurzel abgetrennt und aus dem Abspülungsmaterial der oberen Decken ist zu einem grossen Teil die miocaene Nagelfluh am Nordrand der Alpen entstanden. Der Horizontalschub geht aber noch etwas weiter und schiebt am Nordrand der Zentralmassive noch weitere autochthone Falten an, während zugleich die von ihrer Wurzel schon getrennten Decken durch ihren Untergrund mitgeschleppt werden, bis auch sie mehr und mehr an den autochtonen Molassefalten ihre Stirnen stauen, sekundär fälteln und schliesslich an ungleichen Widerständen zerschellen. In dieser Phase der Bewegung gehen die verschiedenen aus Süden stammenden Decken nun gleich schnell und ungefähr gleich schnell wie die autochthone Unterlage, manche als steifer Klotz aufliegend, andere sich mehr oder weniger mit der autochthonen Unterlage harmonisch faltend. Südlich ist nur noch Bewegung nach Nord ohne neue Faltung, der Zusammenschub aber stösst weiter nördlich noch die letzten Falten an, das Juragebirge mit inbegriffen, stets die nördlicheren als die späteren, sowohl in der autochthonen Unterlage,



Alb. Heim, autogr. Topogr. Anstalt Winterthur, J. Schlumpf.

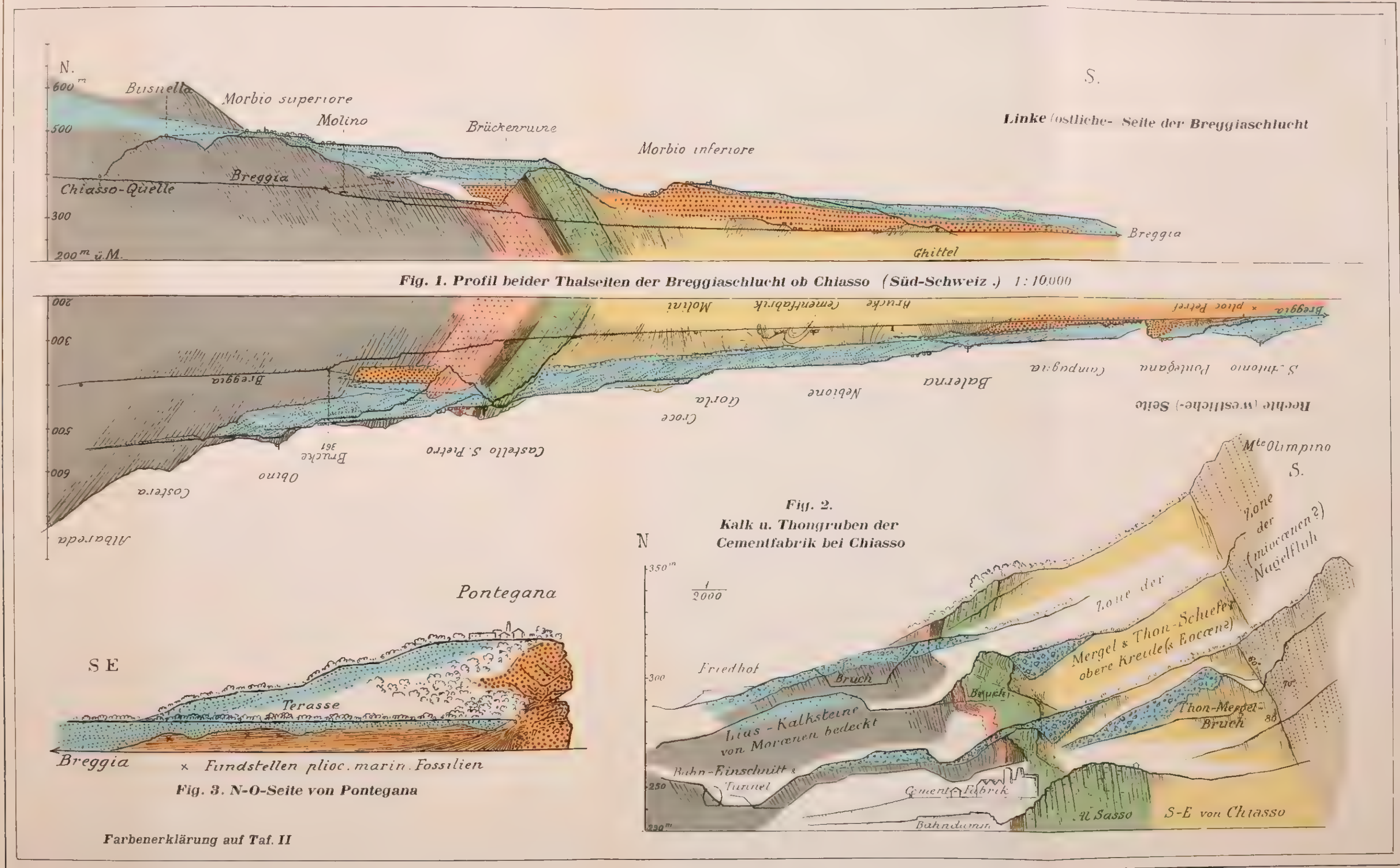
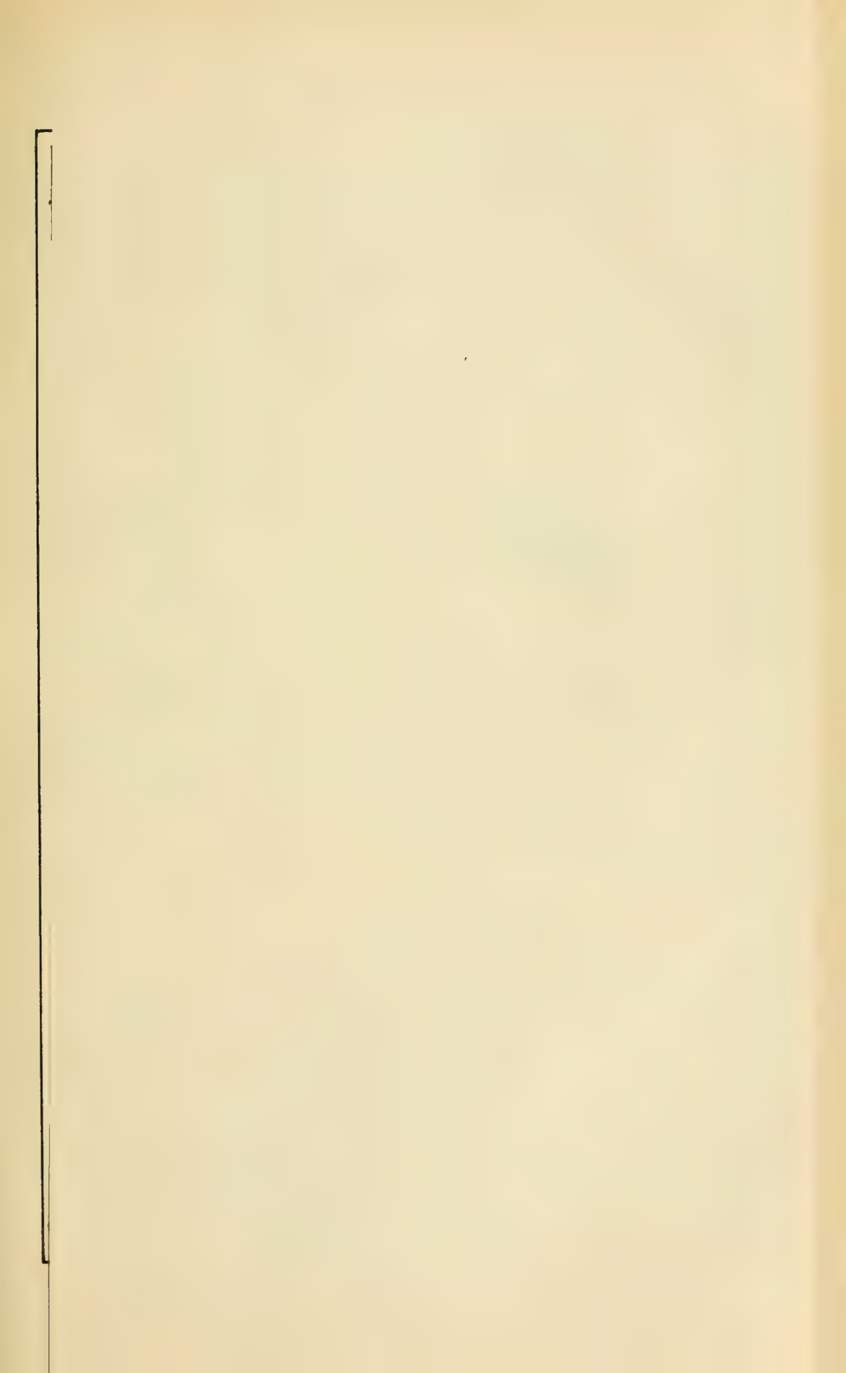


Fig. 1. Profil beider Thalseiten der Breggiaschlucht ob Chiasso (Süd-Schweiz.) 1:10000

Fig. 2. Kalk u. Thongruben der Cementfabrik bei Chiasso

Fig. 3. N-O-Seite von Pontegana

Alb. Heim, autogr. Topogr. Anstalt Winterthur, J. Schlumpf.



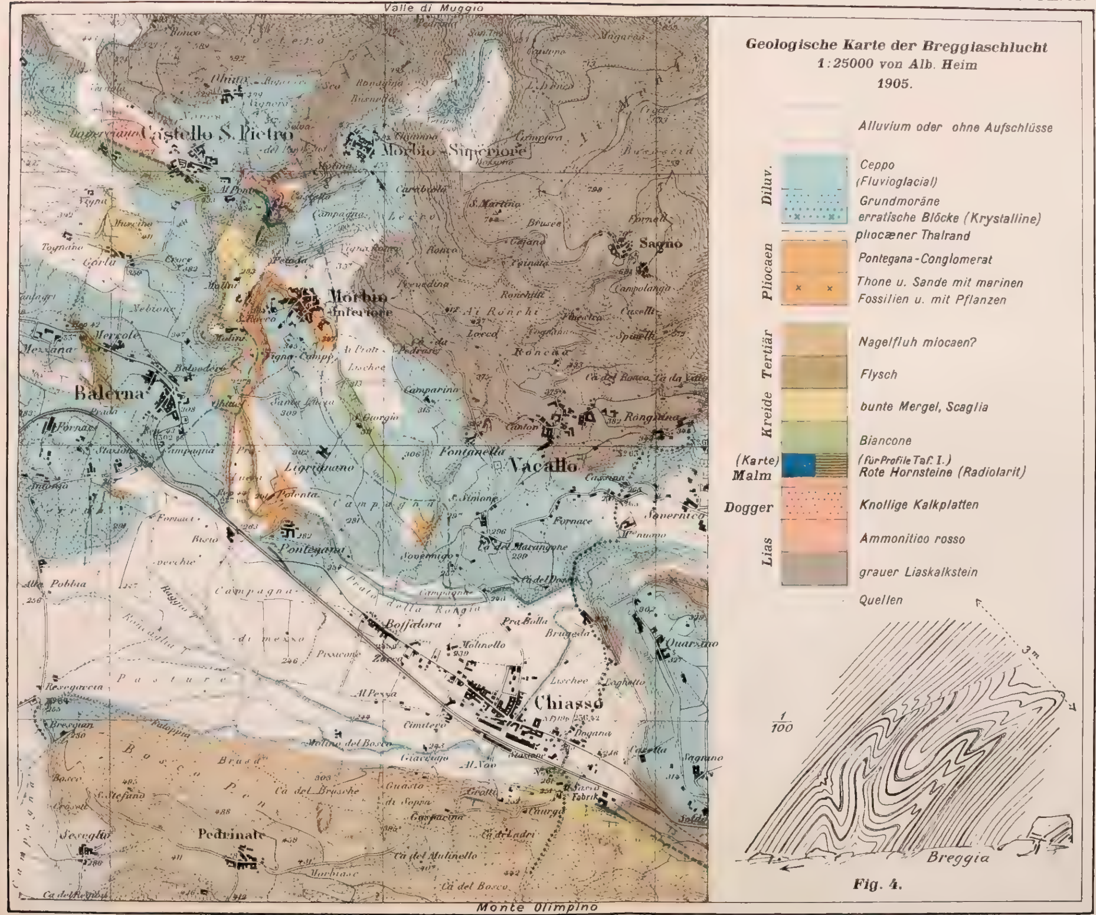


Fig. 4.

Ueberdruck aus dem topogr. Atlas der Schweiz, Blätter Nº 545. 547.
Mit Bewilligung der Schweiz. Landestopographie.
Topogr. Anstalt Winterthur. J. Schlumpf.

in welcher die Bewegung nun hauptsächlich sitzt, als auch in den darauf wurzellos liegenden und in dieser Phase passiv als Ganzes mitgetragenen Decken oder Deckenstücken. Die spätesten Faltungen und Horizontaldislocationen der Alpen sind diejenigen am Nordrand; zum Teil sind sie erst gegen Schluss der Pliocaenzeit in der Stirnregion der gleichen liegenden Faltendecken entstanden, die ihrer ersten Entstehung nach die ersten und ältesten gewesen sind.

Die endgiltige Ausbildung des nördlichsten Alpenrandes könnte also wohl jünger sein, als die Auffaltungen am Südrand der Alpen. Die Nordranddislocationen haben vermutlich im Pliocaen bis an dessen Schluss stattgefunden, diejenigen am Südrand der Alpen waren in der Pliocaenzeit sicher schon fertig. Damit stimmt vortrefflich überein das alte, von dem geologischen Bau viel weniger abhängige orographische Gepräge der Landschaft in den Südalpen, der Zusammenhang von Form und jüngsten Dislocationen in den Nordalpen. So sind zwar in ihren Anfängen die oberen Decken mit südlicherer Wurzel die jüngeren, allein dort in der Südwurzel gelangte die auffaltende Bewegung früher zum Stillstand. Bei den autochthonen Falten der nördlichen Alpenzonen und den späteren sekundären Falten innerhalb der Decken scheinen die südlicheren die älteren, die nördlicheren, wenn auch nicht im Einzelnen, so doch gruppenweise, die jüngeren.

Die Gleichgewichtsbewegungen des ganzen fertig gefalteten Alpenkörpers endlich, welche zur Rückläufigkeit von Terrassen und Deckenschotter und zur alpinen Talseenbildung geführt haben, haben sich erst im Diluvium — erste oder zweite Interglacialzeit — vollzogen.

Man möge mir diese Abschweifung in theoretisch alpinmechanische Vermutungen zugute halten. Es lag mir daran, zu zeigen, dass das Resultat, welches die Untersuchung der Gegend von Chiasso über das relative Alter der Südrandstauung der Alpen gibt, sich mit unserer nunmehrigen Erkenntnis der Überfaltungsdecken wohl reimen lässt, so viele Rätsel die Mechanik der Alpen auch noch zu lösen haben wird, und so sehr es auch möglich ist, dass neue Erkenntnis uns noch wesentlich andere Reime lehren wird.

Abgeschlossen Sylvester 1905.

Nachtrag. Ein Dünnschliff aus dem oben erwähnten Kalkgerölle aus der Nagelfluh des Monte Olimpino zeigt massenhaft Lithothamnien, ferner Orbitoiden und andere Foraminiferen, und nur wenige klastische Gemengteile. Er erweist sich als gleich mit manchen Abänderungen der eocaenen Kalke des Montorfano. Durch dieses sehr gut gerundete und der untersten Schicht der Nagelfluh angehörende Gerölle ist bewiesen, dass die Nagelfluh des Monte Olimpino wirklich jünger als Eocaen ist, wie wir es angenommen hatten.

Die Höhe der Firnlinie am Hüfigletscher

und die

Methode der Bestimmung der Höhe der Firnlinie im allgemeinen.

Von

Ed. Brückner in Halle a/S.

In seiner verdienstlichen Untersuchung des Hüfigletschers kommt G. A. Voskule auch auf die Höhe der Firnlinie an diesem Gletscher zu sprechen[1]); er bestimmte sie zu 2650 m. Die Höhe des Gletscherendes über dem Meer beträgt nach ihm 1465 m; die mittlere Randhöhe der Firnmulde findet er „aus 29 exakten Höhenzahlen" zu 3024 m. Er fährt dann fort: „Aus den angegebenen Zahlen sehen wir, dass die Höhendifferenz zwischen mittlerer Randhöhe und Firnlinie 374 m beträgt und zwischen der Firnlinie und der Höhe des Gletscherendes 1185 m ..... Nach Brückner sollen die Differenzen gleich sein, das heisst, die Firnlinie sollte bei 2244 m Meereshöhe liegen." Voskule spricht sich hier gegen die von R. Zeller und J. Jegerlehner auf meine Veranlassung auf die Gletscher der Schweiz angewandte Kurowskische Methode der Bestimmung der Höhe der Schneegrenze aus[2]) und glaubt sie am Hüfigletscher ad absurdum geführt zu haben. Doch liegt der Fehler nicht an der Methode von Kurowski, sondern an Herrn Voskule, der jene Methode völlig missverstanden und falsch angewendet hat. Da mit der Methode von Kurowski, wenigstens zum Teil, die Resultate von Zeller und Jegerlehner über die Schneegrenze an den heutigen Gletschern der Schweiz, ferner auch meine Resultate über die Höhe der Schneegrenze an den quartären Gletschern der Schweiz in verschiedenen Stadien ihres Rückganges stehen oder fallen, möchte ich hier das Missverständnis von

---

[1]) Diese Zeitschrift XLIX 1904 S. 43.

[2]) L. Kurowski. Die Höhe der Schneegrenze mit besonderer Berücksichtigung der Finsteraarhorngruppe. Geogr. Abhandlungen Bd. V, Heft 1, S. 124. Wien 1891.

R. Zeller. Die Schneegrenze im Triftgebiet. XI. Jahresbericht der geograph. Gesellschaft von Bern. Bern 1893.

J. Jegerlehner. Die Schneegrenze in den Gletschergebieten der Schweiz. Beiträge zur Geophysik V. S. 486. Leipzig 1902.

Voskule berichtigen, indem ich die von uns angewandte Methode klarlege.

Kurowski fand, als er für eine Reihe von Gletschern des Oetztales die mittlere Höhe bestimmte, dass diese mittlere Höhe der Höhe der Schneegrenze oder Firnlinie entsprach. Darauf baute er seine in den oben erwähnten Arbeiten zur Anwendung gekommene Methode auf; sie lässt sich kurz in den Worten zusammenfassen: Die mittlere Höhe eines Gletschers ist gleich der Höhe seiner Firnlinie; um die letztere zu finden, braucht man also nur die mittlere Höhe der Gletscheroberfläche festzustellen. Als mittlere Höhe der Gletscheroberfläche ist dabei die wahre mittlere Höhe zu verstehen, d. h. das Mittel der Höhen aller Differentiale der Oberfläche des Gletschers. Vorstellen kann man sich diese mittlere Höhe einfach in folgender Weise: Man denke sich den Gletscher mitsamt seinem Felssockel durch eine vertikale Fläche, die genau den Umrissen des Gletschers folgt, aus dem Gebirgsstock herausgeschnitten. Wir haben dann ein Prisma vor uns, dessen Basis der Horizontalprojektion des Gletschers auf das Meeresniveau entspricht, während die obere Begrenzungsfläche von der faktischen Gletscheroberfläche, also von einer krummen windschiefen Fläche gebildet wird. Die mittlere Höhe dieser Fläche kann man dadurch erhalten, dass man von den hochragenden Partien des Prismas oben Masse weggenommen und auf die tiefliegenden geschüttet denkt, bis beide gleiche Höhe besitzen; man denkt sich also die Oberfläche des Prismas planiert, ohne dass das Volumen des Prismas sich ändert. Es ist dann die mittlere Höhe der Gletscheroberfläche gleich der Höhe des planierten Prismas. Wie diese Planierung mit Hilfe der hypsographischen Kurve sehr einfach ausgeführt werden kann, ist in den oben angeführten Publikationen, besonders der von Zeller, dargelegt.

Was macht nun Voskule? Er nimmt das Mittel der Höhen von 29 Punkten des Kammes, der die Firnmulde des Hüfigletschers umgibt, ferner die Höhe des Gletscherendes und glaubt im arithmetischen Mittel aus diesen beiden Zahlen die mittlere Höhe der Gletscheroberfläche zu haben. Es liegt auf der Hand, dass der so erhaltene Wert sich sehr weit vom wahren Wert der mittlern Höhe entfernen kann. Ist die Gletscheroberfläche, insbesondere das Längsprofil des Gletschers im Bereich der Gletscherzunge, nach oben konkav, so wird der auf Voskules Weg gefundene Wert über der wahren mittlern Höhe liegen; ist die Gletscheroberfläche, vor allem das Längsprofil der Zunge, nach oben konvex, so wird Voskules Wert weit unter die wahre mittlere Höhe fallen. Letzteres trifft für den Hüfigletscher zu.

Jegerlehner[1]) hat nun schon zwei Jahre vor Voskules Arbeit die wahre mittlere Höhe des Hüfigletschers bestimmt, was Voskule entgangen ist; er fand sie und damit die Höhe der Firnlinie am Hüfigletscher zu 2670 m. Man vergleiche: Voskule findet die Firnlinie durch direkte Beobachtung in 2650 m, Jegerlehner aus der mittleren Höhe der Gletscheroberfläche in 2670 m, Differenz nur **20 m.** Eine bessere Übereinstimmung kann man nicht wünschen. So komme ich zu dem genau entgegengesetzten Resultate wie Voskule: Die mit Hülfe der mittleren Höhe der Gletscheroberfläche bestimmte Höhe der Firnlinie stimmt am Hüfigletscher trefflich mit der durch direkte Beobachtung gefundenen überein. Diese Übereinstimmung zwischen der direkt bestimmten Firnlinie und der nach der Kurowskischen Methode gefundenen hat sich überall gezeigt. Die nach Kurowskis Methode gefundenen Höhen stimmen auch, wie Jegerlehner an vielen Gebieten der Schweiz dargetan hat, sehr gut mit denen überein, die durch Verfolgen der Verbreitung kleiner Gletscher, also mit der sogenannten Gipfelmethode, gewonnen werden. Diese Methode basiert auf folgender einfacher Überlegung: Gipfel, welche kleine Gletscher tragen, ragen etwas über die Schneegrenze heraus; etwas niedrigere, die keine Gletscher tragen, liegen darunter. So lässt sich durch Grenzen von unten und oben die Höhe der Firnlinie sehr zuverlässig feststellen.

Wenn Kurowskis Methode so gute Resultate ergibt, so ist das keinesweg Zufall, viel mehr hat sie theoretisch durchaus ihre Berechtigung. Den Nachweis, dass die mittlere Höhe der Gletscheroberfläche sehr angenähert gleich der Höhe der Firnlinie sein muss, hat Kurowski selbst erbracht; ich habe den Beweis bei Gelegenheit einer Besprechung der Kurowskischen Arbeit in etwas anderer Form wiederholt und auch Zeller gibt ihn. Da dieser Nachweis trotzdem oft übersehen und Kurowskis Methode als rein empirische Methode nicht so gewürdigt wird, wie sie es verdient, so sei der Beweis hier nochmals vorgeführt.

Die Firnlinie oder Schneegrenze eines Gletschers ist diejenige Linie, entlang deren im Laufe eines Jahres genau ebenso viel Schnee fällt als geschmolzen werden kann; oberhalb überwiegt der Schneefall über die Abschmelzung, unterhalb herrscht Abschmelzung vor. Wie an der Schneegrenze Gleichgewicht zwischen Schneefall und Schneeschmelze besteht, so fällt auch auf die Oberfläche eines stationären Gletschers[2])

[1]) Beiträge zur Geophysik V, Leipzig 1902, S. 548, Nr. 262.

[2]) Über den Begriff des stationären Gletschers vergl. Finsterwalder, der Vernagtgletscher. Wissenschaftliche Ergänzungshefte zur Zeitschrift des deutschen und österreichischen Alpenvereins. Graz 1897.

genau ebenso viel Schnee als auf derselben geschmolzen werden kann. Es herrschen also auf seiner Oberfläche in ihrer Gesamtheit dieselben Verhältnisse wie längs der Schneegrenze. Daher darf man a priori schliessen, dass eine ganz bestimmte Beziehung zwischen der Gletscheroberfläche und der Höhe der Schneegrenze vorhanden sein muss. Diese Beziehung lässt sich in der Tat deduktiv entwickeln.

Schneeiger Niederschlag n und Ablation a sind Funktionen der Höhe h, die wir darstellen können durch $f_n\,[h]$ und $f_a\,[h]$. In der Höhe h_s der Schneegrenze gilt dann die Gleichung:

$$f_n\,[h_s] = f_a\,[h_s] \text{ oder } f_n\,[h_s] - f_a\,[h_s] = 0$$

oder, indem man die Gleichung mit einer positiven endlichen Grösse m multipliziert,

$$m f_n\,[h_s] - m f_a\,[h_s] = 0.$$

Zu einer ganz ähnlichen Gleichung kommen wir auch für den ganzen Gletscher, sofern dieser stationär ist, d. h. weder vorrückt noch sich zurückzieht, so dass ein vollständiges Gleichgewicht zwischen Schneezufuhr und Abschmelzung besteht. Denken wir uns die ganze Gletscheroberfläche in m gleichgrosse Teilchen zerlegt, so ist der Schneefall auf einem beliebigen Teilchen eine Funktion seiner Höhe, also gleich $f_n\,[h_x]$. Die gesamte Menge N des schneeigen Niederschlages, die auf alle m Teile der Gletscheroberfläche fällt, ist sonach

$$N = \sum_{x=1}^{x=m} f_n\,[h_x].$$

Ganz entsprechend ist die Abschmelzung A auf dem ganzen Gletscher

$$A = \sum_{x=1}^{x=m} f_a\,[h_x].$$

Für einen stationären Gletscher gilt dann

$$N = A \text{ oder } N - A = 0.$$

Setze ich hier die Werte für N und A ein, so erhalte ich

$$\sum_{x=1}^{x=m} \Big(f_n\,[h_x] - f_a\,[h_x] \Big) = 0.$$

Dann ist also auch

$$m f_n\,[h_s] - m f_a\,[h_s] = \sum_{x=1}^{x=m} \Big(f_n\,[h_x] - f_a\,[h_x] \Big).$$

Diese Gleichung gilt ganz allgemein und besagt: wenn die Funktionen bekannt sind, die die Abhängigkeit des schneeigen Niederschlages und der Ablation von der Meereshöhe darstellen, so lässt sich für einen stationären Gletscher die Höhe der Schneegrenze einfach berechnen.

Was wir nun über die Änderung der Ablation und des schneeigen Niederschlages mit der Höhe wissen, lehrt uns, wie Kurowski im einzelnen ausführt, dass beide im wesentlichen der Höhenabnahme bezw. Höhenzunahme proportional sind und sich sonach durch die Gleichungen

$$n = t + u\,h \qquad a = o + p\,h$$

darstellen lassen, worin t, u, o und p Konstante sind.

Es geht daher unsere obige Gleichung in die Form über:

$$m\,([t + u\,h_s] - [o + p\,h_s]) = \sum_{x=1}^{x=m} ([t + u\,h_x] - [o + p\,h_x])$$

oder umgeordnet, wobei t, o, u und p fortfallen:

$$h_s = \frac{1}{m} \sum_{x=1}^{x=m} h_x.$$

Der Ausdruck rechts ist nun offenbar nichts anderes als die mittlere Höhe der Gletscheroberfläche. Es ergibt sich also: Wenn die Menge des Schnees genau proportional der Höhe zunimmt und die Intensität der Ablation ebenso abnimmt, so muss die mittlere Höhe der Gletscheroberfläche genau gleich der Höhe der Schneegrenze sein.

Ganz streng besteht nun nicht ein arithmetisches Verhältnis zwischen schneeigem Niederschlag, bezw. Ablation und Meereshöhe. Es nimmt vielmehr der schneeige Niederschlag langsamer als die Höhen zu und andrerseits die Ablation rascher ab. Man kann dieser Tatsache dadurch gerecht werden, dass man den schneeigen Niederschlag proportional der Quadratwurzel aus der Seehöhe und ebenso die Ablation umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Seehöhe setzt. Doch ändert sich der resultierende Wert für die Höhe der Firnlinie nur um einen geringen Betrag, bei einem von Kurowski durchgerechneten Beispiel nur um 25 m. Es ist bemerkenswert, dass dort, wo von einem Gletscher die Firnlinie durch längere direkte Beobachtung und aus der mittlern Höhe der Gletscheroberfläche bestimmt wurde, der letztere Wert stets um einen kleinen Betrag, beim Hüfigletscher wie wir sahen um 20 m, höher liegt als der erste. Innerhalb dieser engen Fehlergrenze gibt also Kurowskis Methode richtige Resultate.

Zahlentheorie der Tettarionen.

Von

L. Gustav du Pasquier.

Erster Teil: ***Allgemeine Grundlagen.***

Kapitel I.

Bezeichnungen und Operationsregeln.

Einleitung.

Das in vorliegender Arbeit verfolgte Ziel ist, möglichst allgemein gefasst, folgendes: Die linearen Substitutionen bei n homogenen Veränderlichen bilden ein System von „komplexen Zahlen mit n^2 unabhängigen Haupteinheiten“, wobei die Multiplikation durch das Gesetz der Komposition von Substitutionen geregelt wird. Es soll untersucht werden, in wie weit die Begriffe und Methoden, welche der Theorie der rationalen Zahlen zu Grunde liegen, sich auf die Behandlung dieser Zahlensysteme mit nicht kommutativer Multiplikation anwenden lassen.

Einige der aufgezählten Eigenschaften sind, wenn auch in anderer Form, bereits bekannt und infolgedessen hier oft ohne Beweis angeführt. Als grundlegend wird die von Frobenius in „Crelle's Journal“ Bd. 84 veröffentlichte Arbeit „Über lineare Substitutionen und bilineare Formen“ angesehen; v. auch Paul Bachmanns „Zahlentheorie“ Bd. IV, wo sich weitere Literaturangaben vorfinden. Die allgemeinen Methoden wurden von Hurwitz in seiner Abhandlung „Über die Zahlentheorie der Quaternionen“ (Nachrichten der k. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen; 1896, Heft 4) zum ersten Male angewandt. Neu ist hier, neben der Bezeichnung, der Standpunkt, von dem aus die linearen Substitutionen betrachtet werden, sowie die hierbei sich ergebenden Fragestellungen, namentlich die Theorie der Ideale mit ihren Konsequenzen.

§ 1. Begriff des Tettarions; gleiche und entgegengesetzte Tettarionen; das Nulltettarion. Addition und Subtraktion der Tettarionen.

Im Falle von zwei homogenen Veränderlichen lassen sich die linearen Substitutionen oder Transformationen wie $\left\{\begin{array}{ll} x' & \alpha x + \beta y \\ y' & \gamma x + \delta y \end{array}\right\}$ oder vielmehr die dabei auftretenden quadratischen Matrices der Zahlen-

koeffizienten $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, beim Rechnen mit ihnen, einfach als Zahlenquadrupel auffassen. Diese Erwägung führt auf die Betrachtung eines gewissen Systemes $\{T\}$ von „komplexen Zahlen mit vier unabhängigen Haupteinheiten" der Art, dass einer beliebigen linearen Transformation eine ganz bestimmte komplexe Zahl aus $\{T\}$ zugeordnet wird, und umgekehrt.

Ganz Ähnliches gilt für lineare Substitutionen bei μ homogenen Veränderlichen; das System $\{T\}$ besteht dann aus „komplexen Zahlen mit μ^2 unabhängigen Haupteinheiten".

Jede in dieser Mannigfaltigkeit $\{T\}$ enthaltene „komplexe Zahl" t möge „Tettarion" genannt und durch das Symbol

$$t = \left| \begin{array}{l} t_{11}, \ t_{12}, \ldots\ldots t_{1,\mu} \\ t_{21}, \ t_{22}, \ldots\ldots t_{2,\mu} \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ t_{\mu,1}, t_{\mu,2}, \ldots\ldots t_{\mu,\mu} \end{array} \right|$$

bezeichnet werden. — Die Benennung „Tettarion" soll andeuten, dass die betreffende komplexe Zahl, auf die oben angegebene Weise, sich durch ein „quadratisches" Schema darstellen lässt.

Die hierbei auftretenden Zahlen $t_{i,k}$, welche im folgenden stets als gewöhnliche reelle Zahlen vorausgesetzt werden, mögen „Componenten" des Tettarions, ihr Inbegriff, in obiger Art nach μ Zeilen und μ Kolonnen geordnet, das „Komponentensystem" des Tettarions genannt werden. — Je nachdem 2, 3 u. s. w. . . allgemein μ solcher Zeilen und Kolonnen vorhanden sind, soll von „Düotettarionen", „Tritettarionen", u. s. w. . ., allgemein von „μ-Tettarionen", die Rede sein.

Zur Bezeichnung der Komponenten wird immer derselbe Buchstabe dienen, der das Tettarion selbst vorstellt, nur werden an denselben in üblicher Weise zwei untere Indices angefügt werden, von denen der erste den Rang der Zeile, der zweite den Rang der Kolonne im Komponentensysteme angibt.

Die Zahlen $t_{11}, t_{22}, \ldots\ldots t_{\mu,\mu}$ heissen „die in der Hauptdiagonale stehenden Komponenten" des Tettarions t, oder kurz „die Diagonalkomponenten" von t. — Die Zahlen $t_{1,\mu}, t_{2,\mu-1}, t_{3,\mu-2}, \ldots\ldots t_{\mu-1,2}, t_{\mu,1}$ bilden „die Nebendiagonale von t".

1. Zwei oder mehrere μ-Tettarionen heissen dann und nur dann „einander gleich", wenn je die entsprechenden Komponenten gleich sind. Ein Gleichheitszeichen zwischen μ-Tettarionen ist demnach μ^2 Gleichungen zwischen gewöhnlichen reellen Zahlen äquivalent.

Zwei μ-Tettarionen sollen „einander entgegengesetzt" heissen, wenn jeweilen die entsprechenden Komponenten denselben absoluten Betrag, aber entgegengesetztes Vorzeichen haben.

Das μ-Tettarion, dessen Komponentensystem aus lauter Nullen besteht, soll „Nulltettarion", oder kurz „Null" genannt und mit 0 bezeichnet werden.

2. Es soll, wie dies bei komplexen Zahlen gewöhnlich geschieht, die Addition folgendermassen definiert werden:

Tettarionen werden addiert, indem man die entsprechenden Komponenten der einzelnen Summanden addiert.

Beispiel für Düotettarionen:

$$a + b = \begin{Bmatrix} a_{11}, a_{12} \\ a_{21}, a_{22} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} b_{11}, b_{12} \\ b_{21}, b_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{11} + b_{11}, a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21}, a_{22} + b_{22} \end{Bmatrix}$$

Hieraus ersieht man direkt folgende Eigenschaften der Addition von μ-Tettarionen: a) sie ist commutativ: $a + b = b + a$

b) sie ist assoziativ: $(a + b) + c = a + (b + c)$

c) Ein μ-Tettarion wird nicht geändert durch Addition des Nulltettarions: $a + o = a$.

3. Bedeuten a und b zwei beliebige μ-Tettarionen, so ist in vollkommen eindeutiger Weise ein μ-Tettarion x bestimmt derart, dass $a + x = b$. Dieses x heisst „die Differenz von a und b" und seine Bildung: „Die Subtraktion des μ-Tettarions a vom μ-Tettarion b", in Zeichen: $x = b - a$.

μ-Tettarionen werden subtrahiert, indem man die entsprechenden Komponenten subtrahiert.

Durch Subtraktion vom Nulltettarion geht jedes μ-Tettarion in sein entgegengesetztes über, und umgekehrt ergibt die Addition eines μ-Tettarions und seines entgegengesetzten stets das Nulltettarion.

§ 2. Multiplikation der Tettarionen; Haupteinheiten; Vertauschbarkeit; das Haupttettarion h; die reellen Tettarionen.

1. Addiert man ein beliebiges μ-Tettarion m mal zu sich selbst, so wird jede einzelne seiner Komponenten mit m multipliziert.

Dies führt zu folgender Definition:

Ein μ-Tettarion t wird mit einer reellen Zahl r multipliziert, indem man jede seiner Komponenten mit r multipliziert.

$$r \cdot t = \begin{vmatrix} r \cdot t_{11}, & r \cdot t_{12}, & \dots\dots & r \cdot t_{1,\mu} \\ r \cdot t_{21}, & r \cdot t_{22}, & \dots\dots & r \cdot t_{2,\mu} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ r \cdot t_{\mu,1}, & r \cdot t_{\mu,2} & \dots\dots & r \cdot t_{\mu,\mu} \end{vmatrix}$$

Diese Multiplikation ist kommutativ: $r \cdot t = t \cdot r$.

2. Aus den bisherigen Festlegungen folgt ferner, dass jedes μ-Tettarion sich additiv mit numerischen Koeffizienten zusammensetzen lässt aus μ^2 passend gewählten speziellen; z. B. für Düotettarionen:

$$\begin{Bmatrix} t_{11}, t_{12} \\ t_{21}, t_{22} \end{Bmatrix} = t_{11} \cdot \begin{Bmatrix} 1,0 \\ 0,0 \end{Bmatrix} + t_{12} \cdot \begin{Bmatrix} 0,1 \\ 0,0 \end{Bmatrix} + t_{21} \cdot \begin{Bmatrix} 0,0 \\ 1,0 \end{Bmatrix} + t_{22} \cdot \begin{Bmatrix} 0,0 \\ 0,1 \end{Bmatrix}$$

Diese geeignet gewählten speziellen Tettarionen werden „Haupteinheiten" genannt und durch einfache Zeichen dargestellt, z. B:

$$e^{(1,1)} = \begin{vmatrix} 1, 0, \ldots\ldots 0 \\ 0, 0, \ldots\ldots 0 \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ 0, 0, \ldots\ldots 0 \end{vmatrix} \qquad e^{(1,2)} = \begin{vmatrix} 0, 1, 0 \ldots\ldots 0 \\ 0, 0, 0 \ldots\ldots 0 \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ 0, 0, 0 \ldots\ldots 0 \end{vmatrix}$$

ähnlich $e^{(i,k)}$ bei μ-Tettarionen.

Ein beliebiges μ-Tettarion lässt sich demnach stets in die Form bringen:

$$t = t_{1,1} \cdot e^{(1,1)} + t_{1,2} \cdot e^{(1,2)} + \cdots\cdots + t_{\mu,\mu} \cdot e^{(\mu,\mu)} = \sum_{i,k}^{1\ldots\mu}{}' t_{i,k} \cdot e^{(i,k)}.$$

3. Die Multiplikation von Tettarionen miteinander soll nach derselben Verknüpfungsregel geschehen wie die Zusammensetzung oder Komposition von linearen Substitutionen, so dass die eindeutig umkehrbare Zuordnung der Tettarionen zu den linearen Substitutionen nicht nur bei Addition und Subtraktion, sondern auch bei Multiplikation erhalten bleibt.

Bedeuten a und b zwei beliebige μ-Tettarionen, so sei unter dem „Produkt aus a und b" das μ-Tettarion $c = a \cdot b$ verstanden, dessen Komponenten nach folgender Regel gebildet werden:

$$c_{i,k} = \sum_{\lambda}^{1\ldots\mu}{}' a_{i,\lambda} \cdot b_{\lambda,k}.$$

Durch die bisherigen Definitionen sind auch die Potenzen mit ganzen positiven Exponenten, demnach die ganzen rationalen Funktionen eines μ-Tettarions, in unzweideutiger Weise definiert. Jede ganze rationale Funktion von μ-Tettarionen $a, b, \ldots . f$ ist wieder ein gewisses μ-Tettarion: $G(a, b, \ldots . f)$.

Obiger Definition zufolge gelten die Gesetze, welche die Zusammensetzung der linearen Substitutionen beherrschen, auch ohne weiteres für die Multiplikation von μ-Tettarionen:

a) Die Multiplikation der μ-Tettarionen ist assoziativ:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

b) Sie ist mit der Addition durch die beiden distributiven Gesetze verbunden, die durch folgende Formeln ausgedrückt werden:

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c.$$
$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c.$$

Von diesen zwei letzteren ist keine eine Folge der andern, weil die Multiplikation nicht kommutativ ist.

Um das Produkt $a \cdot t$ der zwei μ-Tettarionen a und t zu bezeichnen, werden wir sagen: a (als Multiplikandus aufgefasst) sei mit t rechtsseitig multipliziert" — oder: „t ist ein rechtsseitiger oder rechtsstehender Multiplikator von a" — oder: „t ist ein rechtsseitiger oder rechtsstehender Faktor des Produktes aus a und t."

Ähnlich soll das Produkt $t \cdot a$ durch die Redewendung angedeutet werden: „a ist mit t linksseitig multipliziert" — oder: „t ist ein linksseitiger oder linksstehender Multiplikator von a".

Diese aus der Nichtkommutativität der Multiplikation entspringende Verschiedenheit der „linksseitigen" und der „rechtsseitigen" Operationen tritt im Laufe der Untersuchung immer wieder auf; sie gibt zu zwei verschiedenen, wenn auch parallel laufenden Zahlentheorien derselben Grössen Anlass.

4. Die zwei μ-Tettarionen a und b heissen „miteinander vertauschbar", wenn $a \cdot b = b \cdot a$ ist.

Jedes μ-Tettarion ist mit sich selbst, folglich auch, wegen der assoziativen und distributiven Gesetze, mit jeder ganzen rationalen Funktion seiner selbst vertauschbar.

Die wiederholte Anwendung dieses Satzes ergibt folgenden allgemeineren: Jede ganze rationale Funktion $g_1(t)$ eines beliebigen μ-Tettarions t ist mit jeder ganzen rationalen Funktion $g_2(t)$ desselben μ-Tettarions vertauschbar:

$$g_1(t) \cdot g_2(t) = g_2(t) \cdot g_1(t).$$

5. Die links- oder rechtsseitige Multiplikation eines beliebigen μ-Tettarions mit dem Nulltettarion ergibt immer das Nulltettarion wieder; d. h.: *Ein Produkt aus μ-Tettarionen verschwindet, sobald einer der Faktoren Null ist.* — Die Umkehrung dieses Satzes ist aber nicht gültig.

6. Von grundlegender Bedeutung für die Zahlentheorie eines vorgelegten Systemes ist die Frage nach derjenigen Grösse, welche dieselbe Rolle spielt wie die „eins" in der Theorie der natürlichen Zahlen. Für die μ-Tettarionen wird diese Frage durch die Existenz

der „identischen Substitution", welche die Variabeln gar nicht ändert, beantwortet. Das dieser identischen Substitution entsprechende μ-Tettarion, nämlich:

$$h = \begin{vmatrix} 1, 0, 0, \ldots\ldots 0 \\ 0, 1, 0, \ldots\ldots 0 \\ 0, 0, 1, \ldots\ldots 0 \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ 0, 0, 0, \ldots\ldots 1 \end{vmatrix} = \sum_{i=1}^{i=\mu} e^{(i,i)}$$

kann als „die Zahl eins" betrachtet und soll „Haupttettarion" benannt werden.

Ein μ-Tettarion bleibt ungeändert, wenn man es, links- oder rechtsseitig, mit dem Haupttettarion multipliziert. Man überzeugt sich durch direkte Rechnung von der Richtigkeit dieser Behauptung.

7. Eine gewöhnliche Zahl r werden wir als Spezialfall eines μ-Tettarions ansehen, nämlich als mit dem Haupttettarion verknüpft:

$$r = r \cdot h = h \cdot r = \begin{vmatrix} r, 0, 0, \ldots . 0, 0 \\ 0, r, 0, \ldots . 0, 0 \\ 0, 0, r, \ldots . 0, 0 \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ 0, 0, 0, \ldots . r, 0 \\ 0, 0, 0, \ldots . 0, r \end{vmatrix}$$

Umgekehrt soll jedes μ-Tettarion, welches diese spezielle Gestalt besitzt, als „reell" bezeichnet werden.

Ein reelles μ-Tettarion r ist mit jedem beliebigen μ-Tettarion t vertauschbar $r \cdot t = t \cdot r$. — Den Beweis führt man durch direkte Ausmultiplikation. Dieser Satz stimmt überein mit der in § 2, 1 gegebenen Definition.

Durch diese Eigenschaft werden die reellen Tettarionen auch vollständig charakterisiert, d. h. die Eigenschaft, reelles Tettarion zu sein, ist nicht nur hinreichend, sondern auch notwendig für ein μ-Tettarion, das mit jedem andern vertauschbar sein soll.

Beweis: Soll das μ-Tettarion $r = \sum_{i,k}^{1\ldots\mu}{}' r_{i,k} \cdot e^{(i,k)}$ mit jedem μ-Tettarion vertauschbar sein, so muss insbesondere $r \cdot a = a \cdot r$ sein, wenn a folgendes μ-Tettarion vorstellt:

$$a = \left| \begin{array}{ccccccccc} 1, & 0, & 0, & \ldots. & 0, & 0, & 0, & \ldots. & 0 \\ 0, & 1, & 0, & \ldots. & 0, & 0, & 0, & \ldots. & 0 \\ 0, & 0, & 1, & \ldots. & 0, & 0, & 0, & \ldots. & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0, & 0, & 0, & \ldots. & 1, & 0, & 0, & \ldots. & 0 \\ a_{i,1}, & a_{i,2}, & a_{i,3}, & \ldots. & a_{i,i-1}, & 1, & a_{i,i+1}, & \ldots. & a_{i,\mu} \\ 0, & 0, & 0, & \ldots. & 0, & 0, & 1, & \ldots. & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0, & 0, & 0, & \ldots. & 0, & 0, & 0, & \ldots. & 1 \end{array} \right|$$

Hierbei bedeutet i einen beliebigen, aber bestimmten Wert aus der Reihe $i = 1, 2, \ldots . \mu$; es sind also sämtliche Diagonalkomponenten von a gleich 1, alle übrigen gleich Null mit Ausnahme der in der i^{ten} Zeile stehenden, welche ganz willkürliche Werte haben können. Man bezeichne mit $p = \sum\limits_{i,k}^{1\ldots\mu}{}' p_{i,k} \cdot e^{(i,k)}$ das Produkt aus a und r: $a \cdot r = r \cdot a = p$ und berechne speziell die Komponente $p_{i,i}$, das eine Mal aus dem Produkte $r \cdot a$, das andere Mal aus $a \cdot r$; dies ergibt:

$$p_{i,i} = r_{i,i}$$

$$p_{i,i} = a_{i,1} \cdot r_{1,i} + a_{i,2} \cdot r_{2,i} + \cdots\cdots + a_{i,i-1} \cdot r_{i-1,i} + 1 \cdot r_{i,i} + \\ a_{i,i+1} \cdot r_{i+1,i} + \cdots\cdots + a_{i,\mu} \cdot r_{\mu,i}$$

und aus diesen zwei Gleichungen folgt diese andere:

$$\sum_{\lambda=1}^{\lambda=\mu}{}' a_{i,\lambda} \cdot r_{\lambda,i} = 0 \qquad (\lambda \gtrless i)$$

wo das Komma hinter dem Summationszeichen andeuten soll, dass der Wert $\lambda = i$ übersprungen werden muss. Diese letztere Gleichung soll für alle möglichen Werte der $a_{i,\lambda}$ $(\lambda \gtrless i)$ gelten, trotzdem dieselben linear unabhängig sind; sie reduziert sich somit auf eine Identität, und zieht

$$r_{\lambda,i} = 0 \qquad \left(\begin{array}{c} \lambda \gtrless i \\ i, \lambda = 1, 2, 3, \ldots \mu \end{array} \right)$$

nach sich, mit andern Worten: es verschwinden alle nicht in der Hauptdiagonale stehenden Komponenten von r, und r muss die Gestalt haben:

$$r = \left| \begin{array}{cccc} r_{1,1}, & 0, & \ldots. & 0 \\ 0, & r_{2,2}, & \ldots. & 0 \\ . & . & . & . \\ 0, & 0, & \ldots. & r_{\mu,\mu} \end{array} \right|$$

Setzt man neuerdings $a \cdot r = r \cdot a = p$ voraus und berechnet die Komponente $p_{i,\lambda}$ jedes dieser Produkte, so findet man einerseits:

$$p_{i,\lambda} = a_{i,\lambda} \cdot r_{\lambda,\lambda}, \text{ anderseits: } p_{i,\lambda} = r_{i,i} \cdot a_{i,\lambda}.$$

Hierbei bedeuten wieder i und λ zwei beliebig gewählte, aber bestimmte Werte aus der Reihe $1, 2, \ldots . \mu$. Da vorige zwei Gleichungen für alle Werte von $a_{i,\lambda}$ gültig bleiben, erschliesst man aus ihnen: $r_{i,i} = r_{\lambda,\lambda} \quad (i, \lambda = 1, 2, \ldots . \mu)$.

Alle Diagonalkomponenten von r sind demnach einander gleich, und r fällt unter die Definition der reellen Tettarionen (§ 2, 7). Von diesen ist somit folgende Eigenschaft erwiesen:

Ein reelles μ-Tettarion, und nur ein solches, ist mit jedem beliebigen μ-Tettarion vertauschbar.

§ 3. Transponierte, adjungierte, konjugierte Tettarionen; Norm eines Tettarions; Charakteristische Gleichung.

1. Bekanntlich gibt es zu jeder linearen Transformation eine „konjugierte" und eine „reziproke". Für unsere Aufgabe wäre es unzweckmässig, diese in der Theorie der linearen Substitutionen üblich gewordenen Ausdrücke in demselben Sinne beizubehalten. Wir wollen vielmehr folgende, an die gebräuchlichen, von Gauss eingeführten Bezeichnungen sich möglichst anschliessenden Benennungen einführen:

Die zwei μ-Tettarionen a und a' sollen „zu einander transponiert" heissen, wenn in ihrem Komponentensystem die i^{te} Zeile des einen genau übereinstimmt mit der i^{ten} Kolonne des andern, und umgekehrt, unter i der Reihe nach die Werte $1, 2, 3, \ldots . \mu$ verstanden.

Das transponierte μ-Tettarion soll stets durch Anbringung eines Accentes angedeutet werden. Ist z. B.

$$t = \left| \begin{matrix} t_{1,1}, & t_{1,2}, & \ldots\ldots & t_{1,\mu} \\ t_{2,1}, & t_{2,2}, & \ldots\ldots & t_{2,\mu} \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \vdots \\ t_{\mu,1}, & t_{\mu,2}, & \ldots\ldots & t_{\mu,\mu} \end{matrix} \right| \text{ so ist } t' = \left| \begin{matrix} t_{1,1}, & t_{2,1}, & \ldots\ldots & t_{\mu,1} \\ t_{1,2}, & t_{2,2}, & \ldots\ldots & t_{\mu,2} \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ t_{1,\mu}, & t_{2,\mu}, & \ldots\ldots & t_{\mu,\mu} \end{matrix} \right|$$

Das zu a' transponierte μ-Tettarion ist wieder gleich a. Die Eigenschaft zweier Tettarionen, zu einander transponiert zu sein, ist somit eine gegenseitige.

Sind zwei μ-Tettarionen gleich, so gilt dasselbe von den zu ihnen transponierten, d. h. zugleich mit $a = b$ besteht auch immer die Gleichnng $a' = b'$.

Das zu der Summe (bez. Differenz) zweier μ-Tettarionen transponierte ist gleich der Summe (bez. Differenz) der zu den einzelnen Summanden transponierten μ-Tettarionen

$$(a+b)' = a' + b'.$$

Dies folgt aus den in Frage kommenden Definitionen und Sätzen, und wird auch durch direkte Rechnung bestätigt.

Durch direkte Ausrechnung überzeugt man sich, dass

$$(a \cdot b)' = b' \cdot a'.$$

Nach wiederholter Anwendung dieser Gleichung erkennt man:

Das zu einem Produkt aus mehreren Faktoren transponierte μ-Tettarion ist gleich dem Produkte der zu den einzelnen Faktoren transponierten, diese aber in umgekehrter Reihenfolge genommen.

2. Betrachtet man die Komponenten eines beliebigen μ-Tettarions t als Elemente einer Determinante, so bildet das Komponentensystem von t eine Determinante μ^{ten} Grades. Jedes Element $t_{i,k}$ derselben besitzt eine Adjunkte, welche eine Determinante $(\mu-1)^{ten}$ Grades ist und, in üblicher Weise, mit $T_{i,k}$ bezeichnet werden soll. Ersetzt man nun jede der μ^2 Komponenten $t_{i,k}$ von t jeweilen durch ihre Adjunkte $T_{i,k}$, so entsteht aus t ein neues μ-Tettarion, das wir mit T bezeichnen und „zu t adjungiert" nennen wollen.

Auf Grund bekannter Determinanteneigenschaften folgert man hieraus, zunächst für zwei, dann für beliebig viele Faktoren, den Satz:

Das zu einem Produkt aus einer endlichen Anzahl von Faktoren adjungierte μ-Tettarion ist gleich dem Produkte aus den zu den einzelnen Faktoren adjungierten.

Ist $t = a \cdot b \cdot c \cdot \ldots\ldots m$, so ist $T = A \cdot B \cdot C \cdot \ldots\ldots M$.

3. Betrachtet man ein beliebiges μ-Tettarion a, so ist das transponierte seines adjungierten gleich dem adjungierten seines transponierten, nämlich A'. Dieses A' soll „zu a konjugiert" heissen.

Aus dieser Definition ergibt sich: sind zwei μ-Tettarionen einander gleich, so gilt dasselbe von den zu ihnen konjugierten; von den zwei Gleichungen $a = b$ und $A' = B'$ ist die zweite stets eine Folge der ersten, obgleich das Umgekehrte nicht immer zutrifft.

Ferner fliessen aus elementaren Eigenschaften der Determinanten unmittelbar folgende Sätze:

Das zu dem Produkt aus einer endlichen Anzahl von Faktoren konjugierte μ-Tettarion ist gleich dem Produkt aus den zu den einzelnen Faktoren konjugierten μ-Tettarionen, aber in umgekehrter Reihenfolge genommen. Ist also $a \cdot b = t$, so ist $T' = B' \cdot A'$.

Für eine Summe von μ-Tettarionen gilt, im allgemeinen wenigstens, ein ähnlicher Satz nicht, auch schon dann nicht, wenn an Stelle der konjugierten die adjungierten μ-Tettarionen betrachtet werden. Für $s = a + b$ ist im allgemeinen $S' \neq A' + B'$.

Gleichzeitig mit a und b sind auch die adjungierten A und B, die transponierten a' und b', die konjugierten A' und B' miteinander vertauschbar.

4. Jedes μ-Tettarion ist mit seinem konjugierten vertauschbar.

$$a \cdot A' = A' \cdot a.$$

Das Produkt aus einem beliebigen μ-Tettarion a und seinem konjugierten A' ist ein reelles μ-Tettarion.

Dies Produkt ist somit eindeutig bestimmt und kann stets als reelle Zahl aufgefasst werden; man nennt es „die Norm von a", Bezeichnung: $N(a)$

$$N(a) = a \cdot A' = A' \cdot a.$$

Die Norm eines μ-Tettarions, als reelle Zahl aufgefasst, hat denselben Wert wie die Determinante seines Komponentensystems:

$$N(a) = \begin{vmatrix} a_{1,1}, a_{1,2} \dots\dots a_{1,\mu} \\ a_{2,1}, a_{2,2} \dots\dots a_{2,\mu} \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ a_{\mu,1}, a_{\mu,2} \dots\dots a_{\mu,\mu} \end{vmatrix}$$

Transponierte μ-Tettarionen haben somit gleiche Norm. *Die Norm eines Produktes aus mehreren Faktoren ist gleich dem Produkte aus den Normen der einzelnen Faktoren.*

Der Beweis dieses Satzes lässt sich, auf Grund der vorangehenden, für ein Produkt aus zwei Faktoren direkt geben, da $N(a\,b) = (a\,b) \cdot (A \cdot B)' = a \cdot b \cdot B' \cdot A' = a \cdot N(b) \cdot A' = N(b) \cdot a \cdot A' = N(b) \cdot N(a)$.

Durch den Schluss der vollständigen Induktion kann er dann als allgemein gültig nachgewiesen werden. Auf die Reihenfolge der Normen als Faktoren kommt es dabei nicht an, denn sie besitzen kommutative Multiplikation.

5. Betrachtet man das zum beliebigen μ-Tettarion t adjungierte T, und bildet man von T selbst das adjungierte $\bar{t}$, so folgt unmittelbar aus bekannten Determinanteneigenschaften, dass jede einzelne Komponente $\bar{t}_{i,k}$ von $\bar{t}$ gleich ist der entsprechenden Komponente $t_{i,k}$ des ursprünglichen μ-Tettarions t multipliziert mit $[N(t)]^{\mu-2}$.

Unter Berücksichtigung von § 2, 1 kann man also folgenden Satz aussprechen:

Das konjugierte des konjugierten ist gleich dem adjungierten des adjungierten, nämlich gleich dem ursprünglichen μ-Tettarion multipliziert mit der $(\mu-2)^{ten}$ Potenz seiner Norm.

Hieraus ergibt sich weiter:

$$N(T') = T' \cdot \bar{t} = T' \cdot t \cdot [N(t)]^{\mu-2} = [N(t)]^{\mu-1} \quad \text{d. h.:}$$

Die Norm des zu t konjugierten ist gleich der Norm des zu t adjungierten μ-Tettarions, nämlich gleich der $(\mu-1)^{ten}$ Potenz der Norm von t.

$$N(T') = N(T) = N^{\mu-1}(t).$$

6. Sehr einfach gestalten sich diese Verhältnisse bei Düotettarionen $(\mu = 2)$: Aus einem Düotettarion a leitet man das konjugierte A' dadurch ab, dass man erste und vierte Komponente gegen einander umtauscht und zugleich die zweite und dritte mit negativem Vorzeichen versieht.

$$\text{Für } a = \begin{Bmatrix} a_{11}, & a_{12} \\ a_{21}, & a_{22} \end{Bmatrix} \text{ ist } A' = \begin{Bmatrix} a_{22}, & -a_{12} \\ -a_{21}, & a_{11} \end{Bmatrix}$$

Hierauf beruhen folgende, ebenfalls nur für $\mu = 2$ geltenden Eigenschaften: Konjugierte Düotettarionen haben gleiche Norm; die Eigenschaft zweier Düotettarionen, zu einander konjugiert zu sein, ist eine gegenseitige.

Bei Düotettarionen ist nicht nur das Produkt, sondern auch die Summe von zwei konjugierten reell.

Aus den soeben aufgeschriebenen Ausdrücken für a und A' ergibt sich in der Tat:

$$a \cdot A' = N(a) = a_{11}\,a_{22} - a_{12}\,a_{21}$$

$$a + A' = (a_{11} + a_{22}) \begin{Bmatrix} 1, & 0 \\ 0, & 1 \end{Bmatrix} = a_{11} + a_{22}.$$

Aus dieser letzten Gleichung zieht man: $A' = (a_{11} + a_{22}) - a$ und dies in die vorletzte eingesetzt, ergibt:

$$a \cdot A' = a\,[(a_{11} + a_{22}) - a] = a_{11}\,a_{22} - a_{12}\,a_{21}, \quad \text{oder}$$

$$a^2 - (a_{11} + a_{22})\,a + (a_{11}\,a_{22} - a_{12}\,a_{21}) = 0.$$

Diese Gleichung führt den Namen „charakteristische Gleichung". Sie lässt sich folgendermassen in Gestalt einer verschwindenden Determinante schreiben:

$$\begin{vmatrix} a_{11} - a, & a_{12} \\ a_{21}, & a_{22} - a \end{vmatrix} = 0.$$

Somit ist nachgewiesen, dass jedes Düotettarion eine „charakteristische Gleichung" zweiten Grades mit reellen Koeffizienten be-

friedigt. Mit ihrer Hülfe lässt sich eine beliebige ganze rationale Funktion eines Düotettarions vom n^{ten} Grade auf den ersten Grad reduzieren.

7. Für den Fall eines beliebigen μ haben mehrere Autoren die Existenz einer „charakteristischen Gleichung" nachgewiesen. (v. Frobenius.)

Es sei hier nur das in die Sprache der μ-Tettarionen übersetzte Resultat angeführt:

Jedes μ-Tettarion t erfüllt eine „charakteristische Gleichung" μ^{ten} Grades mit reellen Koeffizienten, der man folgende Gestalt geben kann:

$$\begin{vmatrix} t_{11}-t, & t_{12}, & t_{13}, & \ldots\ldots & t_{1,\mu} \\ t_{21}, & t_{22}-t, & t_{23}, & \ldots\ldots & t_{2,\mu} \\ t_{31}, & t_{32}, & t_{23}-t, & \ldots\ldots & t_{3,\mu} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ t_{\mu,1}, & t_{\mu,2}, & t_{\mu,3}, & \ldots\ldots & t_{\mu,\mu}-t \end{vmatrix} = 0.$$

Mit ihrer Hülfe lässt sich jede ganze rationale Funktion n^{ten} Grades des μ-Tettarions t, sobald $n \geqq \mu$, auf den Grad $(\mu - 1)$ reduzieren.

§ 4. Nullteiler; Reziproke Tettarionen; Division bei Tettarionen; Diagonaltettarionen.

1. Ein μ-Tettarion t, dessen Norm den Wert Null hat, heisst „ein Nullteiler", und zwar „echter Nullteiler", wenn es nicht gleich dem Nulltettarion ist. Die Null ist der einzige „unechte Nullteiler".

Jedes Produkt, in welchem ein Nullteiler als Faktor auftritt, ist selbst wieder ein Nullteiler (§ 3, 4).

Der in § 2, 5 formulierte Satz lässt sich folgendermassen umkehren: Verschwindet ein Produkt aus μ-Tettarionen, so ist entweder mindestens einer der Faktoren unechter Nullteiler, oder es treten mindestens zwei echte Nullteiler als Faktoren auf.

2. Ist t nicht Nullteiler, so versteht man unter dem „reziproken μ-Tettarion von t" das μ-Tettarion

$$t^{-1} = \frac{T'}{N(t)}$$

Das zu t reziproke μ-Tettarion t^{-1} erfüllt die Gleichungen:

$$t \cdot t^{-1} = t^{-1} \cdot t = h = 1.$$

Die Norm des reziproken μ-Tettarions ist gleich dem reziproken Werte der Norm des ursprünglichen μ-Tettarions; denn

$$N(t) \cdot N(t^{-1}) = N(t \cdot t^{-1}) = N(1) = 1.$$

3. Bedeuten a und b zwei μ-Tettarionen von nicht verschwindender Norm, so existieren zwei je eindeutig bestimmte zu ihnen reziproke μ-Tettarionen a^{-1} und b^{-1}. Aus den Gleichheiten

$$ab \cdot b^{-1} \cdot a^{-1} = a \cdot (b \cdot b^{-1}) \cdot a^{-1} = a \cdot h \cdot a^{-1} = a \cdot a^{-1} = h = 1$$

folgt die Beziehung: $(ab)^{-1} = b^{-1} \cdot a^{-1}$, die sich leicht auf beliebig viele Faktoren verallgemeinern lässt; sie besagt: *Ist ein Produkt aus einer endlichen Anzahl von Faktoren nicht Nullteiler, so ist das zum Produkt reziproke μ-Tettarion gleich dem Produkte der zu den einzelnen Faktoren reziproken, aber in umgekehrter Reihenfolge genommen.*

Da das Haupttettarion h, wie übrigens jedes reelle, mit seinem transponierten identisch ist, so folgt unter Berücksichtigung von § 3, 1 aus den Gleichheiten: $a' \cdot (a')^{-1} = h = 1$, und:

$$(a^{-1} \cdot a)' = a' \cdot (a^{-1})' = h' = h = 1 \text{ die Beziehung:}$$
$$(a^{-1})' = (a')^{-1}$$

d. h.: Für jedes μ-Tettarion a von nicht verschwindender Norm ist das transponierte seines reziproken gleich dem reziproken seines transponierten.

Aus den aufgestellten Definitionen folgt weiter:

$$(A')^{-1} = \frac{a \cdot [N(a)]^{n-2}}{N(A')} = \frac{a \cdot [N(a)]^{n-2}}{[N(a)]^{n-1}} = \frac{a}{N(a)} = a \cdot \frac{1}{N(a)}; \text{ in Worten:}$$

Das reziproke des konjugierten ist gleich dem ursprünglichen μ-Tettarion multipliziert mit dem reziproken Werte seiner Norm, wenn dieselbe nicht Null ist.

Aus der ersten der in 2 angeführten Eigenschaften ergibt sich $(a^{-1})^{-1} \cdot a^{-1} = 1$, oder, nach rechtsseitiger Multiplikation mit a:

$$(a^{-1})^{-1} = a$$

in Worten: *Das reziproke des reziproken ist gleich dem ursprünglichen μ-Tettarion; die Eigenschaft zweier μ-Tettarionen, zu einander reziprok zu sein, ist eine gegenseitige.*

4. Unter t^{-n} soll die n^{te} Potenz des μ-Tettarions t^{-1} verstanden werden:

$$t^{-n} = \left[\frac{T'}{N(t)}\right]^n.$$

Aus Analogiegründen mit der Theorie der rationalen Zahlen setzen wir die null^{te} Potenz eines μ-Tettarions a, welches nicht Nullteiler ist, gleich dem Haupttettarion:

$$a^0 = h = 1, \text{ wenn } N(a) \neq 0.$$

Durch diese Festlegungen sind nun auch die Tettarionspotenzen mit ganzzahligen negativen Exponenten in eindeutiger Weise definiert. Wie man leicht übersieht, unterliegen sie denselben Rechnungsregeln, wie diejenigen mit positiven ganzzahligen Exponenten.

5. Versteht man unter a und b zwei vertauschbare μ-Tettarionen, von denen das letztere nicht Nullteiler ist, so ergeben sich bei Berücksichtigung von $a \cdot b = b \cdot a$ folgende Gleichheiten:

$$a \cdot b^{-1} = (b^{-1} \cdot b) \cdot (a \cdot b^{-1}) = b^{-1} \cdot (b \cdot a) \cdot b^{-1} = b^{-1} \cdot (a \cdot b) \cdot b^{-1}$$
$$= b^{-1} \cdot a \cdot (b \cdot b^{-1}) = b^{-1} \cdot a \cdot 1 = b^{-1} \cdot a$$

d. h. a ist auch mit b^{-1} vertauschbar. Unter diesen Voraussetzungen kann man schreiben:

$$a \cdot b^{-1} = b^{-1} \cdot a = \frac{a}{b} \tag{1}$$

und auf diese Weise den „Quotienten von zwei vertauschbaren μ-Tettarionen" definieren.

Sind beide μ-Tettarionen nicht Nullteiler, so existiert auch der Quotient $\frac{b}{a}$; dann ist, wie man aus der Definitionsgleichung (1) einsieht:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}.$$

Das zum Quotienten zweier vertauschbarer μ-Tettarionen transponierte ist gleich dem Quotienten der transponierten μ-Tettarionen; denn aus der Definitionsgleichung (1) folgt

$$\text{einerseits: } \left(\frac{a}{b}\right)' = (a \cdot b^{-1})' = (b^{-1})' \cdot a' = (b')^{-1} \cdot a'$$

$$\text{anderseits: } \left(\frac{a}{b}\right)' = (b^{-1} \cdot a)' = a' \cdot (b^{-1})' = a' \cdot (b')^{-1}$$

$$\text{also: } a' \cdot (b')^{-1} = (b')^{-1} \cdot a' = \frac{a'}{b'}.$$

Der soeben aufgestellte Satz bleibt richtig, wenn „transponiert" ersetzt wird durch „adjungiert", oder durch „konjugiert", oder durch „reziprok". Es ergibt sich dies aus bisher aufgestellten Definitionen und Sätzen.

6. Bedeuten a und b zwei nicht vertauschbare μ-Tettarionen, von denen das letztere b nicht Nullteiler ist, so kann man zwei im allgemeinen voneinander verschiedene Quotienten x und y des μ-Tettarions a durch das μ-Tettarion b definieren, je nachdem nämlich $a = x \cdot b$, oder $a = b \cdot y$ sein soll.

Im ersten Falle soll x „der linksseitige Quotient von a durch b" heissen:

$$x = a \cdot b^{-1} = \frac{a \cdot B'}{N(b)}.$$

Im zweiten Falle möge y „rechtsseitiger, oder rechtsstehender Quotient von a durch b“ genannt werden.

$$y = b^{-1} \cdot a = \frac{B' \cdot a}{N(b)}.$$

Das Zeichen des Quotienten $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot B'}{N(b)}$ ist nur dann eindeutig bestimmt, wenn a und B' miteinander vertauschbar sind, und soll auch nur in diesem Falle angewandt werden.

Sobald der Divisor b nicht Nullteiler ist, sind beide Arten von Divisionen möglich, und die entsprechenden Quotienten eindeutig bestimmt. Bedeutet aber b einen Nullteiler, so ist die Division durch b entweder unmöglich, oder der Quotient unbestimmt; dieser letztere Fall tritt ein, wenn das Produkt $a \cdot B'$ [bezw. $B'a$] verschwindet.

7. Durch die vorhergehenden Festsetzungen sind nun auch die gebrochenen rationalen Funktionen von μ-Tettarionen unzweideutig definiert. Sie haben, unter Zugrundelegung dieser Festsetzungen, im allgemeinen nur dann Sinn, wenn die Norm des Nenners nicht verschwindet. Jede solche Funktion von μ-Tettarionen $a, b, \ldots . m$ ist ein gewisses μ-Tettarion $R(a, b, \ldots . m)$. Dasselbe lässt sich, vermöge der charakteristischen Gleichung (§ 3, 7), als ganze rationale Funktion von $a, b, \ldots . m$ mit reellen Koeffizienten und höchstens vom Grade $(\mu - 1)$ darstellen.

Aus dem soeben Gesagten und aus § 2, 4 folgt:

Jede rationale Funktion eines μ-Tettarions t ist mit jeder rationalen Funktion desselben μ-Tettarions vertauschbar:

$$R_1(t) \cdot R_2(t) = R_2(t) \cdot R_1(t).$$

Dieser Satz ist ein Spezialfall des allgemeineren:

Sind zwei μ-Tettarionen von nicht verschwindender Norm miteinander vertauschbar, so ist es auch jede rationale Funktion des einen mit jeder rationalen Funktion des andern.

8. Eine hervorragende Rolle spielen diejenigen μ-Tettarionen, deren Komponentensystem ausserhalb der Hauptdiagonale lauter Nullen aufweist. Diese ausgezeichneten μ-Tettarionen sollen „Diagonal-μ-Tettarionen“ heissen, z. B.:

$$d = \left\{ \begin{array}{l} d_{11}, \ 0, \ 0, \ldots\ldots 0 \\ 0, \ d_{22}, \ 0, \ldots\ldots 0 \\ 0, \ 0, \ d_{33} \ldots\ldots 0 \\ \cdot \ \cdot \ \cdot \ \cdot \ \cdot \ \cdot \ \cdot \\ 0, \ 0, \ 0, \ldots\ldots d_{\mu,\mu} \end{array} \right|$$

Die Gesamtheit der Diagonal-μ-Tettarionen bildet, innerhalb des Bereiches aller μ-Tettarionen, ein „Hypotettarionensystem mit nur μ Haupteinheiten"; d. h.: 1) die Elemente dieses Untersystemes reproduzieren sich durch die vier rationalen Operationen; 2) das Untersystem enthält zugleich mit d stets auch das konjugierte D'.

Jedes Diagonal-μ-Tettarion ist mit jedem Diagonal-μ-Tettarion vertauschbar; die Diagonaltettarionen sind somit durch kommutative Multiplikation ausgezeichnet, was man bei direkter Rechnung leicht überblickt.

Die Norm eines Diagonaltettarions ist gleich dem Produkte aus seinen Diagonalkomponenten.

Kapitel II.
Die ganzen Tettarionen.

§ 5. Tettarionenkörper; Substitution, Permutation, Inversion eines Körpers. Das Inversionsprinzip.

1. Ein System $\{K\}$ von unendlich vielen μ-Tettarionen t heisst „ein Körper", wenn die Summen, Differenzen, Produkte und Quotienten irgendwelcher μ-Tettarionen aus $\{K\}$ wieder demselben System angehören. — Die Tettarionen eines Körpers reproduzieren sich demnach durch die vier rationalen Operationen.

Das nächstliegende Beispiel eines Körpers liefert der Körper Ω, welcher die Gesamtheit aller möglichen μ-Tettarionen umfasst.

2. Liegt ein System $\{T\}$ von beliebigen Tettarionen t vor, und wird jedes Tettarion desselben nach einem gewissen Gesetze durch ein bestimmtes, ihm entsprechendes $f(t)$ ersetzt, das in $\{T\}$ enthalten sein kann oder auch nicht, so nennt man ein solches Gesetz „eine Abbildung" oder „eine Substitution". Sie möge durch $\big(t, f(t)\big)$ bezeichnet werden. — Durch die Substitution $\big(t, f(t)\big)$ geht das Tettarion t in $f(t)$, das ganze System $\{T\}$ in ein System $\{\bar{T}\}$ über, welches „Bild des Systems $\{T\}$" heisst; ebenso wird $f(t)$ als „Bild von t" bezeichnet.

3. Diesen Begriff der Substitution oder Abbildung wenden wir auf einen beliebigen Tettarionenkörper $\{K\}$ an. Bedeutet a jedes μ-Tettarion desselben, so möge a durch eine gewisse Substitution in sein Bild $\bar{a}$ übergeführt werden. Wir fragen nun, ob es unter den unendlich vielen Substitutionen solche gibt, die sich durch folgende Eigenschaft vor andern auszeichnen: alle möglichen zwischen den μ-Tettarionen a bestehenden Beziehungen rationaler Natur sollen sich vollständig auf die entsprechenden Tettarionen $\bar{a}$ übertragen. Wenn also aus beliebigen μ-Tettarionen $a^{(1)}, a^{(2)}, \ldots . a^{(n)}$ des Körpers $\{K\}$

durch ausschliessliche Anwendung der rationalen Operationen ein μ-Tettarion $a = R(a^{(1)}, a^{(2)}, \ldots a^{(n)})$ abgeleitet ist, dann soll, wenn genau dieselben rationalen Operationen auf die entsprechenden Tettarionen $\bar{a}^{(1)}, \bar{a}^{(2)}, \ldots \bar{a}^{(n)}$ angewandt werden, stets auch das dem a entsprechende Bild $\bar{a} = R(\bar{a}^{(1)}, \bar{a}^{(2)}, \ldots \bar{a}^{(n)})$ entstehen. Eine solche ausgezeichnete Substitution heisst „eine Permutation" des Körpers $\{K\}$.

Ordnet man jedem μ-Tettarion a eines Körpers nach einem bestimmten Gesetze ein Tettarion $f(a)$ zu, so heisst die Substitution $\big(a, f(a)\big)$ „eine Permutation des Körpers", wenn durch Anwendung dieser Substitution jede rationale Gleichung zwischen μ-Tettarionen des Körpers in eine richtige Gleichung übergeht.

Da die Subtraktion eines Tettarions auf Addition des entgegengesetzten, und die Division durch ein Tettarion a auf Multiplikation mit $\frac{A'}{N(a)}$ hinauskommt, wenn von einem bestimmten Quotienten überhaupt die Rede sein kann, da anderseits jede rationale Operation sich aus einer endlichen Anzahl von Additionen, Subtraktionen, Multiplikationen und Divisionen zusammensetzt, so leuchtet folgendes ein:

Die Substitution $\big(a, f(a)\big)$ ist stets und nur dann eine Permutation des Körpers $\{K\}$, wenn die Tettarionen $f(a)$ nicht sämtlich Null sind und ferner die beiden Gleichungen bestehen:

$$f(a+b) = f(a) + f(b)$$
$$f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b)$$

unter a und b zwei beliebige μ-Tettarionen des Körpers $\{K\}$ verstanden.

Durchläuft a alle μ-Tettarionen eines Körpers, so bildet die Gesamtheit der Tettarionen $f(a)$ wiederum einen Körper.

4. Neben den soeben definierten Permutationen hat man hier, wie überhaupt in Körpern bei Zahlsystemen mit nicht kommutativer Multiplikation, noch eine andere Art von Substitutionen oder Abbildungen zu betrachten, welche nach Hurwitz „Inversionen" genannt werden (v. dessen „Zahlentheorie der Quaternionen" § 1).

Bedeutet t jedes μ-Tettarion eines Körpers, so soll die Substitution $\big(t, f(t)\big)$ „eine Inversion des Körpers" heissen, wenn die Tettarionen $f(t)$ nicht sämtlich Null sind und ferner, für je zwei μ-Tettarionen a und b des Körpers, die Gleichungen gelten:

$$f(a+b) = f(a) + f(b),$$
$$f(a \cdot b) = f(b) \cdot f(a).$$

Aus § 3, 1 folgt, dass die Substitution (t, t') wo t' das zu t transponierte μ-Tettarion bedeutet, eine Inversion ist. Man erkennt nun ohne weiteres:

Wenn $(a, f(a))$ die allgemeinste Permutation eines Körpers vorstellt, so ist $(a, f(a'))$ die allgemeinste Inversion desselben Körpers.

5. Bedeutet q irgend ein Tettarion von nicht verschwindender Norm, das dem Körper $\{K\}$ angehören kann oder auch nicht, so heissen die zwei Permutationen $(a, f(a))$ und $(a, q \cdot f(a) \cdot q^{-1})$ „äquivalent". Man übersieht sofort, dass die Eigenschaft zweier Permutationen, äquivalent zu sein, eine gegenseitige ist; ferner, dass zwei derselben dritten äquivalente Permutationen auch untereinander äquivalent sind.

Es lassen sich demnach die verschiedenen Permutationen eines Körpers in Klassen einteilen nach dem Prinzipe, dass zwei Permutationen in dieselbe Klasse geworfen werden oder nicht, je nachdem sie einander äquivalent sind oder nicht; und so entsteht die Frage: wie viele von einander verschiedene Klassen nicht äquivalenter Permutationen besitzt ein vorgelegter Tettarionenkörper?

Entsprechende Definitionen und Sätze lassen sich bezüglich der Inversionen eines Körpers aufstellen.

Für den aus der Gesamtheit aller möglichen μ-Tettarionen bestehenden Körper Ω hat man jedenfalls die folgenden Permutationen:

Ordnet man irgend einem μ-Tettarion a das μ-Tettarion $t \cdot a \cdot t^{-1}$ zu, unter t ein beliebiges μ-Tettarion von nicht verschwindender Norm verstanden, so ist hierdurch eine Permutation des Körpers Ω definiert.

Dies lehren die Gleichungen:

$$t \cdot (a+b) \cdot t^{-1} = t \cdot a \cdot t^{-1} + t \cdot b \cdot t^{-1}, \text{ d. h.: } f(a+b) = f(a) + f(b).$$

$$t \cdot (a \cdot b) \cdot t^{-1} = t \cdot a \cdot (t^{-1} \cdot t) \cdot b \cdot t^{-1} = (t \cdot a \cdot t^{-1}) \cdot (t \cdot b \cdot t^{-1}),$$

$$\text{d. h.: } f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b).$$

Dieses Zuordnungsgesetz stellt auch für einen beliebigen μ-Tettarionenkörper eine Permutation dar, wie aus seinem Beweise direkt ersichtlich ist. Dasselbe folgt auch aus dem Umstande, dass jeder Tettarionenkörper ein Unterkörper von Ω ist. — Entsprechend werden durch $(a, t \cdot a' \cdot t^{-1})$ Körperinversionen definiert.

6. Das Inversionsprinzip. Von Wichtigkeit für die weiteren Untersuchungen wird folgender Umstand sein:

Ordnet man jedem Tettarion t eines beliebigen Systemes sein transponiertes t' zu, so geht dadurch rechtsseitige Multiplikation und Division in linksseitige über, und umgekehrt; sonst aber bleiben alle rationalen Beziehungen zwischen Tettarionen des Systemes unverändert bestehen. — Diese Tatsache wollen wir kurz „das Inversionsprinzip" nennen. Seine Richtigkeit beruht darauf, dass durch die Abbildung (t, t') eine Inversion definiert ist.

§ 6. Rationale und ganze Tettarionen; Teilbarkeit; Einheits-μ-Tettarionen.

Ein μ-Tettarion möge „rational“ heissen, wenn seine sämtlichen μ^2 Komponenten gewöhnliche rationale Zahlen sind. — Die Gesamtheit aller rationalen μ-Tettarionen bildet einen Körper $\{R\}$. Allgemein bilden die μ-Tettarionen, deren Komponenten irgend einem algebraischen Zahlenkörper entnommen sind, einen Tettarionenkörper. Unter diesen ist der Körper $\{R\}$ der einfachste. Alle weiteren Untersuchungen werden sich ausschliesslich auf ihn beziehen, und von jetzt ab ist unter „Tettarion“ schlechthin immer ein solches mit rationalen Komponenten zu verstehen.

Wir gehen dazu über, die Zahlentheorie des Körpers $\{R\}$ darzustellen. Der erste hierzu notwendige Schritt besteht darin, die betreffenden Tettarionen in „ganze“ und „gebrochene“ zu scheiden.

2. Ein rationales μ-Tettarion heisst „ganz“, wenn seine sämtlichen Komponenten rationale ganze Zahlen sind.

Zu dieser Definition hat folgender Satz geführt:

Der grösste endliche Integritätsbereich, der die μ^2 Haupteinheiten $e^{(i,k)}$ $(i,k = 1, 2, \ldots . \mu)$ sämtlich enthält, hat die Basis $[e^{(1,1)}, e^{(1,2)}, \ldots . e^{(i,k)} \ldots . e^{(\mu,\mu)}]$.

Der etwas weitläufige, keine prinzipiellen Schwierigkeiten bietende Beweis wird der Kürze halber hier unterdrückt.

Gleichzeitig mit einem μ-Tettarion g sind auch: sein transponiertes g', sein adjungiertes G, sein konjugiertes G' ganz.

Die Norm eines ganzen μ-Tettarions ist eine rationale ganze Zahl; das umgekehrte trifft hier nicht immer zu.

3. Der nächste Schritt zur Begründung der Zahlentheorie des Körpers $\{R\}$ wird die Lösung der Frage nach den „Einheiten“ dieses Systemes sein. Nun wird eine „Einheit“ immer dadurch charakterisiert, dass sie in jeder „ganzen Zahl“ aufgeht; demnach ist zunächst der Begriff der „Teilbarkeit“ zu formulieren, und auch hier sind eine rechtsseitige und eine linksseitige Teilbarkeit wohl zu unterscheiden.

Das ganze μ-Tettarion $a = \sum_{i,k}^{1\ldots\mu}{}' a_{i,k} \cdot e^{(i,k)}$ heisst „durch das ganze μ-Tettarion $b = \sum_{i,k}^{1\ldots\mu}{}' b_{i,k} \cdot e^{(i,k)}$ rechtsseitig teilbar [bezw. linksseitig teilbar]“, wenn die Gleichung $a = c \cdot b$ [bezw. $a = b \cdot c$] durch ein passend gewähltes ganzes μ-Tettarion $c = \sum_{i,k}^{1\ldots\mu}{}' c_{i,k} \cdot e^{(i,k)}$ befriedigt werden kann.

Es soll dann auch b „ein rechtsseitiger oder rechtsstehender [bezw. linksseitiger oder linksstehender] Divisor oder Teiler von a“ genannt werden.

Wenn der Divisor b nicht Nullteiler ist, lässt sich dieses ganze μ-Tettarion c eindeutig bestimmen als

$$c = a \cdot b^{-1} \qquad [\text{bez. } c = b^{-1} \cdot a]. \tag{1}$$

Bedeutet der Devisor b einen ganzen Nullteiler, so hat die Gleichung $a = c \cdot b$ in ganzen μ-Tettarionen nur dann angebbare Lösungen, wenn auch a Nullteiler ist. Insbesondere hat dann die Gleichung $o = c \cdot b$ die unendlich vielen Lösungen: $c = g \cdot B'$, unter g ein beliebiges ganzes μ-Tettarion verstanden. Auf diesen Umstand kann die Bezeichnung „Nullteiler“ zurückgeführt werden. — Ganz entsprechende Betrachtungen kann man an die Gleichung $a = b \cdot c$ anknüpfen.

In Analogie mit der rationalen Zahlentheorie sollen, neben den genannten Bezeichnungen, auch die Redewendungen gebraucht werden: „a ist durch b rechtsseitig [bezw. linksseitig] teilbar“, oder: „b geht rechtsseitig [bezw. linksseitig] in a auf.“

4. Das ganze μ-Tettarion b ist stets und nur dann ein rechtsseitiger [bezw. linksseitiger] Divisor von a, wenn $a \cdot b^{-1}$ [bzw. $b^{-1} \cdot a$] ganz ist, wie Gleichung (1) lehrt. Soll nun das ganze μ-Tettarion ε in jedem andern rechtsseitig aufgehen, so muss $g \cdot \varepsilon^{-1}$ für ein beliebiges ganzes μ-Tettarion g, insbesondere für $g = 1$, ganz sein; d. h: es muss $\varepsilon^{-1} = \frac{E'}{N(\varepsilon)}$ ganz sein. Dann ist aber auch $\varepsilon^{-1} \cdot g$ ganz, und ε geht dann auch linksseitig in jedem ganzen μ-Tettarion auf. — Ein solches ganzes μ-Tettarion ε, welches von jedem ganzen μ-Tettarion g sowohl rechts- als auch linksseitiger Divisor ist, heisst „Einheits-μ-Tettarion“.

Um alle möglichen Einheits-μ-Tettarionen zu bestimmen, hat man nach vorigem diejenigen ganzen μ-Tettarionen ε zu suchen, für welche gleichzeitig mit ε auch ε^{-1} ganz ist; dann muss jedenfalls gleichzeitig mit $N(\varepsilon)$ auch $N(\varepsilon^{-1}) = \frac{1}{N(\varepsilon)}$ eine ganze Zahl, d. h. $N(\varepsilon) = \pm 1$ sein (§ 6, 2 und § 4, 2). Diese notwendige Bedingung ist auch hinreichend, denn bei dieser Voraussetzung ist $\varepsilon^{-1} = \frac{E'}{N(\varepsilon)} = \pm E'$, also $\varepsilon^{-1} \cdot g$ und $g \cdot \varepsilon^{-1}$ ein ganzes μ-Tettarion, somit ε ein Einheits-μ-Tettarion, weil in jedem andern aufgehend.

Die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass ein ganzes μ-Tettarion ε ein Einheits-μ-Tettarion sei, lautet demnach: $N(\varepsilon) = \pm 1$.

Diese eine Beziehung zwischen μ^2 Unbestimmten $\varepsilon_{i,k}$ lässt unendlich viele Lösungen zu; anders ausgedrückt besagt dies:

Im Bereiche der ganzen μ-Tettarionen gibt es unendlich viele Einheits-μ-Tettarionen.

Man unterscheidet:

„eigentliche Einheitstettarionen", wenn $N(\varepsilon) = +1$,
„uneigentliche Einheitstettarionen", deren Norm gleich -1 ist.

§ 7. Benachbarte; reduzierte; äquivalente Tettarionen.

1. Das Inversionsprinzip (§ 5, 6) gestattet hier, Wiederholungen zu vermeiden. Der bequemeren und kürzeren Ausdrucksweise halber werden wir nur die eine der beiden parallel laufenden Zahlentheorien berücksichtigen, etwa die linksseitige. Da es sich ausschliesslich um rationale Operationen handelt, gelten aber, dem Inversionsprinzipe zufolge, alle Betrachtungen auch für die rechtsseitige Zahlentheorie; man hat nur die zwei Indices der Komponenten, ferner „links ..." mit „rechts ..." und „Kolonne" mit „Zeile" zu vertauschen, und umgekehrt.

Endlich sei vorausgeschickt, dass i, $\varkappa$, λ, ϱ stets irgend welche Zahlen aus der Reihe $1, 2, 3, \ldots\ldots \mu$ vorstellen.

2. Bedeutet $h = \sum_{i=1}^{i=\mu} e^{(i,i)}$ das Haupttettarion und $\alpha^{(\lambda,\varkappa)}$ die Summe

$$\alpha^{(\lambda,\varkappa)} = h + e^{(\lambda,\varkappa)}$$

so ist für beliebige ganzzahlige Werte von r (positiv, Null oder negativ)

$$[\alpha^{(\lambda,\varkappa)}]^r = h + r \cdot e^{(\lambda,\varkappa)}$$

wie man aus direkter Rechnung und durch vollständigen Induktionsschluss von n auf $(n+1)$ ohne Mühe erschliesst; z. B.:

$$[\alpha^{(2,4)}]^r = \begin{vmatrix} 1, 0, 0, 0, 0 \ldots\ldots\ldots 0, 0 \\ 0, 1, 0, r, 0 \ldots\ldots\ldots 0, 0 \\ 0, 0, 1, 0, 0 \ldots\ldots\ldots 0, 0 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ 0, 0, 0, 0, 0 \ldots\ldots\ldots 1, 0 \\ 0, 0, 0, 0, 0 \ldots\ldots\ldots 0, 1 \end{vmatrix}$$

Man beachte nun folgendes: Das Produkt $[\alpha^{(i,\varkappa)}]^r \cdot t$ erhält man aus t, indem man zu jeder Komponente der i^{ten} Zeile des Komponentensystems von t die mit r multiplizierte entsprechende Komponente der $\varkappa^{\text{ten}}$ Zeile addiert, alle andern Komponenten von t aber durchaus ungeändert lässt; z. B.:

$$[\alpha^{(2,4)}]^r \cdot t = \begin{vmatrix} 1, 0, 0, 0, 0, \ldots\ldots 0 \\ 0, 1, 0, r, 0, \ldots\ldots 0 \\ 0, 0, 1, 0, 0, \ldots\ldots 0 \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ 0, 0, 0, 0, 0, \ldots\ldots 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} t_{1,1}, & t_{1,2}, & \ldots\ldots & t_{1,\mu} \\ t_{2,1}, & t_{2,2}, & \ldots\ldots & t_{2,\mu} \\ t_{3,1}, & t_{3,2}, & \ldots\ldots & t_{3,\mu} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ t_{\mu,1}, & t_{\mu,2}, & \ldots\ldots & t_{\mu,\mu} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} t_{11}, & t_{12}, & \ldots\ldots & t_{1,\mu} \\ t_{21} + r \cdot t_{41}, & t_{22} + r \cdot t_{42}, & \ldots\ldots & t_{2,\mu} + r \cdot t_{4,\mu} \\ t_{31}, & t_{32}, & \ldots\ldots & t_{3,\mu} \\ t_{41}, & t_{42}, & \ldots\ldots & t_{4,\mu} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ t_{\mu,1}, & t_{\mu,2}, & \ldots\ldots & t_{\mu,\mu} \end{vmatrix}$$

3. Ist g ein beliebiges ganzes μ-Tettarion, so soll

$$g^{(r)} = [\alpha^{(\lambda,\varkappa)}]^r \cdot g \qquad (\text{bezw.: } g \cdot [\alpha^{(\lambda,\varkappa)}]^r)$$

„zu g nach links benachbart" (bezw. „zu g nach rechts benachbart") heissen. Von Wichtigkeit ist folgender Hülfssatz:

Bedeutet $t = \sum\limits_{i,\varkappa}^{1\ldots\mu} t_{i,\varkappa} \cdot e^{(i,\varkappa)}$ *ein beliebiges ganzes* μ*-Tettarion, so gibt es unter den unendlich vielen zu t nach links benachbarten* μ*-Tettarionen*

$$t^{(r)} = [\alpha^{(i,\lambda)}]^r \cdot t$$

stets eines von der Eigenschaft, dass eine beliebig vorgeschriebene seiner Komponenten, z. B. $t^{(r)}_{i,\varkappa}$, *nicht negativ, aber kleiner ist, als der absolute Betrag irgend einer in derselben* $\varkappa^{ten}$ *Kolonne stehenden und nicht verschwindenden Komponente von t, z. B. als* $|t_{\lambda,\varkappa}|$.

Es kann nämlich über die ganze Zahl r so verfügt werden, dass

$$0 \leqq t^{(r)}_{i,\varkappa} = t_{i,\varkappa} + r \cdot t_{\lambda,\varkappa} < t_{\lambda,\varkappa} \quad \text{wird.}$$

4. Die μ-Tettarionen, deren Komponentensystem links [bezw. rechts] von der Hauptdiagonale lauter Nullen aufweist, spielen eine besonders wichtige Rolle und mögen deswegen mit einem besondern Namen belegt und „linksseitig reduziert" [bezw. „rechtsseitig reduziert"] genannt werden. Sie bilden einen Unterkörper im Körper der μ-Tettarionen, denn sie reproduzieren sich durch die vier rationalen Operationen, auch dann, wenn ihre Komponenten beliebige reelle Zahlen sind.

Diagonaltettarionen sind stets links- und rechtsseitig reduziert.

Diagonalkomponenten reduzierter μ-Tettarionen verschwinden nur bei Nullteilern, denn die Norm eines reduzierten μ-Tettarions ist gleich dem Produkte aus seinen μ Diagonalkomponenten.

5. *Bedeutet t ein beliebiges ganzes μ-Tettarion, so kann man auf mannigfache Weise ein eigentliches Einheits-μ-Tettarion ε derart bestimmen, dass das Produkt $\varepsilon \cdot t$ zu einem linksseitig reduzierten μ-Tettarion wird, von dessen Diagonalkomponenten höchstens die letzte negativ ist, was nur für den Fall $N(t) < 0$ eintritt.*

Beweis: Man verstehe unter $\beta^{(i,i)}$ das Haupttettarion h:

$$\beta^{(i,i)} = h = 1$$

und unter $\beta^{(i,\varkappa)}$ dasjenige eigentliche Einheits-μ-Tettarion, welches aus dem Haupttettarion h dadurch abgeleitet wird, dass man in h die mit entgegengesetztem Vorzeichen genommene i^{te} Zeile mit der $\varkappa^{\text{ten}}$ vertauscht $(i \neq \varkappa)$; z. B.:

$$\beta^{(1,4)} = \left\{\begin{matrix} 0, 0, 0, 1, 0, 0 \ldots\ldots 0 \\ 0, 1, 0, 0, 0, 0 \ldots\ldots 0 \\ 0, 0, 1, 0, 0, 0 \ldots\ldots 0 \\ -1, 0, 0, 0, 0, 0 \ldots\ldots 0 \\ 0, 0, 0, 0, 1, 0 \ldots\ldots 0 \\ 0, 0, 0, 0, 0, 1 \ldots\ldots 0 \\ \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ 0, 0, 0, 0, 0, 0 \ldots\ldots 1 \end{matrix}\right\}$$

Es ist dann $[\beta^{(\varkappa,i)}]^4 = [\beta^{(i,\varkappa)}]^4 = h = 1$, und für beliebiges ganzzahliges n: $[\beta^{(i,\varkappa)}]^{n+4} = [\beta^{(i,\varkappa)}]^n \quad (i, \varkappa = 1, 2, \ldots\ldots \mu)$.

Man verstehe ferner unter $\varepsilon^{(i,i)}$ das Haupttettarion h und unter $\varepsilon^{(i,\varkappa)} = \varepsilon^{(\varkappa,i)} (\varkappa \neq i)$ dasjenige eigentliche Einheitsdiagonal-μ-Tettarion, bei welchem in der i^{ten} und in der $\varkappa^{\text{ten}}$ Zeile je -1, in allen andern je $+1$ steht; z. B.:

$$\varepsilon^{(2,3)} = \varepsilon^{(3,2)} = \left\{\begin{matrix} 1, & 0, & 0, & 0 \ldots\ldots\ldots 0, 0 \\ 0, & -1, & 0, & 0 \ldots\ldots\ldots 0, 0 \\ 0, & 0, & -1, & 0 \ldots\ldots\ldots 0, 0 \\ 0, & 0, & 0, & 1 \ldots\ldots\ldots 0, 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ 0, & 0, & 0, & 0 \ldots\ldots\ldots 1, 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0 \ldots\ldots\ldots 0, 1 \end{matrix}\right\}$$

Es ist dann $[\varepsilon^{(i,\varkappa)}]^2 = h = 1$ und für beliebiges ganzzahliges n:

$$[\varepsilon^{(i,\varkappa)}]^{n+2} = [\varepsilon^{(i,\varkappa)}]^n \quad (i, \varkappa = 1, 2, \ldots\ldots \mu).$$

Man beachte endlich folgendes:

a) das Produkt $\beta^{(i,\varkappa)} \cdot t$ erhält man aus t, indem man die i^{te} Zeile des Komponentensystems von t mit der $\varkappa^{\text{ten}}$ vertauscht und zugleich mit dem negativen Vorzeichen versieht; z. B.:

$$\beta^{(1,4)} \cdot t = \begin{vmatrix} 0, 0, 0, 1, 0 \ldots\ldots 0 \\ 0, 1, 0, 0, 0 \ldots\ldots 0 \\ 0, 0, 1, 0, 0 \ldots\ldots 0 \\ -1, 0, 0, 0, 0 \ldots\ldots 0 \\ 0, 0, 0, 0, 1 \ldots\ldots 0 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ 0, 0, 0, 0, 0 \ldots\ldots 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} t_{1,1}, & t_{1,2} & \ldots\ldots & t_{1,\mu} \\ t_{2,1}, & t_{2,2} & \ldots\ldots & t_{2,\mu} \\ t_{3,1}, & t_{3,2} & \ldots\ldots & t_{3,\mu} \\ t_{4,1}, & t_{4,2} & \ldots\ldots & t_{4,\mu} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ t_{\mu,1}, & t_{\mu,2} & \ldots\ldots & t_{\mu,\mu} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} t_{4,1}, & t_{4,2}, & t_{1,3} & \ldots\ldots & t_{4,\mu} \\ t_{2,1}, & t_{2,2}, & t_{2,3} & \ldots\ldots & t_{2,\mu} \\ t_{3,1}, & t_{3,2}, & t_{3,3} & \ldots\ldots & t_{3,\mu} \\ -t_{1,1}, & -t_{1,2}, & -t_{1,3} & \ldots\ldots & -t_{1,\mu} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ t_{\mu,1}, & t_{\mu,2}, & t_{\mu,3} & \ldots\ldots & t_{\mu,\mu} \end{vmatrix}$$

b) Das Produkt $\varepsilon^{(i,\varkappa)} \cdot t$ erhält man aus t, indem man die i^{te} und die $\varkappa^{\text{te}}$ Zeile des Komponentensystems von t, d. h. jede einzelne Komponente dieser zwei Zeilen, mit dem entgegengesetzten Vorzeichen versieht.

In beiden Fällen bleiben alle übrigen Komponenten durchaus ungeändert.

Um nun den aufgestellten Lehrsatz 5 zu beweisen, betrachte man unter den Komponenten $t_{i,\varkappa}$ der $\varkappa^{\text{ten}}$ Kolonne von t diejenigen, welche links von der Hauptdiagonale stehen, also diejenigen, bei welchen $\varkappa < i$.

Erste Operation: Sind dieselben nicht bereits alle Null, so tritt unter den nicht verschwindenden eine solche von minimalem absolutem Betrage auf, z. B. $t_{\varrho,\varkappa}$. Bei geeigneter Wahl von n ist im Produkte $[\varepsilon^{(\varrho,\varkappa)}]^n \cdot \beta^{(\varrho,\varkappa)} \cdot t$ diese Komponente positiv und steht in der Hauptdiagonale, heisst also $t_{\varkappa,\varkappa}$.

Zweite Operation: Durch Anwendung des vorigen Hülfssatzes (§ 7, 3) kann man nun erreichen, dass alle Komponenten $t_{i,\varkappa}$, bei denen $\varkappa < i$, nicht negativ, aber kleiner als $t_{\varkappa,\varkappa}$ werden.

Sind sie dann noch nicht alle Null, so wende man die erste Operation von Neuem an; die Diagonalkomponente $t_{\varkappa,\varkappa}$ wird dadurch immer verkleinert; nach einer endlichen Anzahl solcher Wiederholungen wird man alle links von der Hauptdiagonale stehenden Komponenten der $\varkappa^{\text{ten}}$ Kolonne auf Null reduziert haben.

Führt man diese Operationen nacheinander für $\varkappa = 1, \varkappa = 2; \ldots.$ $\varkappa = \mu - 1$ durch, so gelangt man tatsächlich zu einem linksseitig reduzierten μ-Tettarion r mit nicht negativen Diagonalkomponenten.

Da $N(t) = N(r)$ durch das Produkt derselben ausgedrückt wird, muss bei nicht verschwindender negativer Norm eine dieser $t_{\lambda,\lambda}$ negativ sein, und hierzu kann man, vermöge der $\varepsilon^{(i,\kappa)}$, die letzte wählen.

Anmerkung: Man sieht ein, dass an Stelle der Haupt- auch die Nebendiagonale treten könnte; im Beweis hätte man nur $\varkappa < \mu - i$ an Stelle von $\varkappa < i$ zu setzen.

Es leuchtet ferner ein, dass durch geringe Abänderung der Operationen ($>$ anstatt $<$, und „links . . .“ anstatt „rechts . . .“) das Produkt $\varepsilon \cdot t$ auch rechtsseitig reduziert gemacht werden kann.

Schliesslich sei bemerkt, dass, dem Inversionsprinzipe zufolge, an Stelle des linksseitigen ein rechtsseitiger Reduktionsalgorithmus treten kann, der in folgendem Satze gipfelt:

Einem vorgegebenen ganzen μ-Tettarion g lässt sich ein eigentliches Einheits-μ-Tettarion ε derart zuordnen, dass das Produkt $g \cdot \varepsilon$ ein links- oder rechtsseitig reduziertes μ-Tettarion wird.

6. *Bedeutet t ein beliebiges ganzes μ-Tettarion, so lassen sich auf mannigfache Weise zwei eigentliche Einheits-μ-Tettarionen $\varepsilon^{(1)}$ und $\varepsilon^{(2)}$ derart bestimmen, dass das Produkt $\varepsilon^{(1)} \cdot t \cdot \varepsilon^{(2)}$ ein Diagonal-μ-Tettarion d wird, unter dessen Diagonalkomponenten $d_{i,i}$ höchstens die letzte negativ ist, und das nur, wenn $N(t) < 0$.* Beweis: L. Kronecker hat diese Tatsache in seinem Aufsatze „Über die Reduktion der Systeme von n^2 ganzzahligen Elementen“ (Crelles Journal Bd. 107, pag. 135—136) bewiesen, und P. Bachmann in seiner „Zahlentheorie“ IV. Teil, erste Abteilung („Von den Elementarteilern der Zahlensysteme“, pag. 294 ff.) näher ausgeführt.

Auf etwas anderem Wege gelangt man zu demselben Ziele, wenn man mit Hülfe der vorhin definierten $\alpha^{(i,\kappa)}$, $\beta^{(i,\kappa)}$, $\varepsilon^{(i,\kappa)}$ und ihrer ganzzahligen Potenzen nacheinander auf Null reduziert:

1. Alle Komponenten der ersten Kolonne, bis auf höchstens die in der Hauptdiagonale stehende;

2. Alle Komponenten der ersten Zeile, höchstens mit Ausnahme der in der Hauptdiagonale stehenden;

3. Alle Komponenten der zweiten Kolonne, höchstens mit Ausnahme der in der Hauptdiagonale stehenden;

4. Alle Konponenten der zweiten Zeile, bis auf höchstens die in der Hauptdiagonale stehende; usw.

Die schliesslich übrig bleibenden nicht verschwindenden $\varkappa$ Komponenten $t_{1,1}$, $t_{2,2}$, ... $t_{\kappa,\kappa}$, wo $\varkappa < \mu$, erfüllen dann die behaupteten Bedingungen. Da nun sämtliche $\alpha^{(i,\kappa)}$, $\beta^{(i,\kappa)}$, $\varepsilon^{(i,\kappa)}$ eigentliche Einheitstettarionen sind, gilt dasselbe von ihren Potenzprodukten,

und aus der Assoziativität der Multiplikation folgt die Richtigkeit des aufgestellten Satzes.

Anmerkung: Man sieht zunächst ein, dass an Stelle der Hauptdiagonale die Nebendiagonale treten könnte.

Ferner leuchtet ein, dass jede Diagonalkomponente Divisor von $N(t)$ sein muss. — Vermittelst des von Kronecker angegebenen Verfahrens lässt sich noch erreichen, dass jedes $t_{i,i}$ durch das vorhergehende $t_{i-1,i-1}$ teilbar wird.

7. Zwei μ-Tettarionen a und b, zwischen denen die Beziehung

$$a = \varepsilon^{(1)} \cdot b \cdot \varepsilon^{(2)}$$

besteht, heissen „äquivalent", wenn $\varepsilon^{(1)}$ und $\varepsilon^{(2)}$ eigentliche Einheits-μ-Tettarionen bedeuten.

Äquivalente μ-Tettarionen haben gleiche Normen, aber nicht umgekehrt. — Die Eigenschaft zweier μ-Tettarionen, einander äquivalent zu sein, ist eine gegenseitige; denn aus voriger Definitionsgleichung zieht man: $b = [\varepsilon^{(1)}]^{-1} \cdot a \cdot [\varepsilon^{(2)}]^{-1} = \varepsilon \cdot a \cdot \bar{\varepsilon}$. Sind zwei ganze μ-Tettarionen a und b demselben dritten g äquivalent, so sind sie es auch untereinander; denn aus $a = \varepsilon \cdot g \cdot \bar{\varepsilon}$ und $b = \varepsilon^{(1)} \cdot g \cdot \bar{\varepsilon}^{(1)}$ folgt $a = \varepsilon \cdot [\varepsilon^{(1)}]^{-1} \cdot b \cdot [\bar{\varepsilon}^{(1)}]^{-1} \cdot \bar{\varepsilon} = \varepsilon^{(2)} \cdot b \cdot \varepsilon^{(3)}$.

Diese Eigenschaften gestatten es, sämtliche ganzen μ-Tettarionen von vorgeschriebener Norm in Klassen einzuteilen nach dem Prinzipe, dass zwei μ-Tettarionen in dieselbe Klasse geworfen werden oder nicht, je nachdem sie einander äquivalent sind oder nicht.

§ 8. Multiplikative Darstellung der ganzen Einheits-μ-Tettarionen: Rang und Elementarteiler eines Tettarions.

1. Um die im vorigen Paragraphen angegebene Reduktion durchzuführen, braucht man im allgemeinen die positiven und negativen ganzzahligen Potenzen von: a) den $\mu(\mu-1)$ Einheitstettarionen $\alpha^{(i,\varkappa)}$; b) den $\binom{\mu}{2} = \frac{1}{2}\mu(\mu-1)$ Einheitstettarionen $\beta^{(i,\varkappa)} = [\beta^{(\varkappa,i)}]^3$; c) den $\frac{1}{2}\mu(\mu-1)$ Einheitstettarionen $\varepsilon^{(i,\varkappa)} = \varepsilon^{(\varkappa,i)}$; im ganzen also von $2\mu(\mu-1)$ verschiedenen Einheitstettarionen. Kronecker hat gezeigt, dass schon μ verschiedene hinreichend sind, um alle andern darzustellen. (Crelles Journal Bd. 68. pag. 283; oder Berliner Akademie der Wissenschaften, vom 15. Oktober 1866.) Diese Anzahl lässt sich weiter auf höchstens drei reduzieren; es ist nämlich:

$$\alpha^{(i,\varkappa)} = \beta^{(\varkappa,1)} \cdot \beta^{(i,2)} \cdot \alpha^{(2,1)} \cdot \beta^{(2,i)} \cdot \beta^{(1,\varkappa)}$$

folglich genügt es, von den $\alpha^{(i,\varkappa)}$ nur eines, z. B. $\alpha^{(2,1)}$, beizubehalten.

Schliesslich kann man auch noch die $\beta^{(\varrho,\lambda)}$ zusammensetzen aus ganzzahligen Potenzen eines einzigen unter ihnen, z. B. von $\beta^{(1,2)}$. Setzt man nämlich:

$$\gamma = \beta^{(2,1)} \cdot \beta^{(3,2)} \cdot \beta^{(4,3)} \cdot \ldots\ldots\ldots \cdot \beta^{(\mu,\mu-1)} = \begin{vmatrix} 0, 0, 0 \ldots\ldots 0, 0, (-1)^{\mu-1} \\ 1, 0, 0 \ldots\ldots 0, 0, 0 \\ 0, 1, 0 \ldots\ldots 0, 0, 0 \\ 0, 0, 1 \ldots\ldots 0, 0, 0 \\ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot \\ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\ \ \cdot \\ 0, 0, 0 \ldots\ldots 1, 0, 0 \\ 0, 0, 0 \ldots\ldots 0, 1, 0 \end{vmatrix}$$

so bewirkt die linksseitige Multiplikation eines beliebigen μ-Tettarions t mit γ eine zyklische Vertauschung aller Zeilen des Komponentensystems von t, abgesehen vom Vorzeichen im Falle, wo μ gerade Zahl ist. Dann wird bei ungeradem μ:

$$\beta^{(\varrho,\lambda)} = \gamma^{\varrho-1} \cdot \beta^{(1,\lambda-\varrho+1)} \cdot \gamma^{\mu-\varrho+1}$$

d. h. aber: mit Hülfe von γ lässt sich ein beliebiges der $\beta^{(i,\varkappa)}$ auf ein solches zurückführen, dessen erster Index $i = 1$ ist. Hiebei darf noch $\varrho \leq \lambda$ vorausgesetzt werden, weil $\beta^{(i,\varkappa)} = [\beta^{(\varkappa,i)}]^3$.

Ferner lässt sich jedes $\beta^{(1,\varrho)}$, dessen erster Index 1 ist, als Produkt aus solchen $\beta^{(i,\varkappa)}$ darstellen, deren Indices zwei aufeinanderfolgende Zahlen sind, wie aus der Formel hervorgeht:

$$\beta^{(1,\varrho)} = \beta^{(\varrho,\varrho-1)} \cdot \beta^{(\varrho-1,\varrho-2)} \cdot \ldots \beta^{(3,2)} \cdot \beta^{(1,2)} \cdot \beta^{(2,3)} \cdot \ldots \beta^{(\varrho-2,\varrho-1)} \cdot \beta^{(\varrho-1,\varrho)}.$$

Von diesen letzteren genügt aber eines, etwa $\beta^{(1,2)}$, zur Darstellung aller übrigen, denn:

$$\beta^{(\varrho,\varrho+1)} = \gamma^{\varrho-1} \cdot \beta^{(1,2)} \cdot \gamma^{\mu-\varrho+1}.$$

Bei geradem μ erhalten, durch Anwendung von γ, gewisse Komponenten das negative Vorzeichen; dies lässt sich aber vermöge der $\varepsilon^{(i,\varkappa)}$ wieder aufheben. — Da endlich

$$\varepsilon^{(i,\varkappa)} = \varepsilon^{(\varkappa,i)} = \left[\beta^{(i,\varkappa)}\right]^2$$

so leuchtet ein, dass $\alpha^{(2,1)}$, $\beta^{(1,2)}$ und γ mit ihren ganzzahligen Potenzen zur multiplikativen Darstellung aller $\alpha^{(i,\varkappa)}$, $\beta^{(i,\varkappa)}$, $\varepsilon^{(i,\varkappa)}$ ausreichen.

2. Führt man die in § 7, 5 und 6 skizzierte Reduktion an einem eigentlichen Einheits-μ-Tettarion ε durch, so gelangt man zu einem ihm äquivalenten Diagonaltettarion $\varepsilon^{(1)} \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon^{(2)}$, dessen Norm ebenfalls gleich + 1 ist (§ 3, 4): dies kann nur das Haupttettarion h sein:

$$\varepsilon^{(1)} \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon^{(2)} = h = 1.$$

Diese Gleichung lehrt: Jedes eigentliche Einheitstettarion ist dem Haupttettarion äquivalent.

Zieht man in Betracht, dass in obiger Gleichung $\varepsilon^{(1)}$ und $\varepsilon^{(2)}$ Potenzprodukte von $\alpha^{(2,1)}$, $\beta^{(1,2)}$ und γ sind, so ergibt sich folgender Lehrsatz:

Jedes eigentliche Einheitstettarion ε ist auf unendlich viele Arten darstellbar als Produkt ganzzahliger Potenzen von höchstens drei Einheitstettarionen.

Für diese drei kann man wählen: 1. ein beliebiges der $\alpha^{(i,\varkappa)}$; 2. ein beliebiges der $\beta^{(i,\varkappa)}$; 3. eine beliebige Potenz von γ, wenn nur der Exponent relativ prim gegen μ ist.

Der anzuwendende Algorithmus erinnert an das Kettenbruchverfahren und ergibt sich aus dem Beweise des Satzes; ebenso seine unendliche Vieldeutigkeit.

3. Bei den Düotettarionen ($\mu = 2$) fallen $\beta^{(1,2)}$ und γ zusammen, es genügen also z. B. $\alpha^{(1,2)} = \begin{Bmatrix}1, & 1\\ 0, & 1\end{Bmatrix}$ und $\gamma = \begin{Bmatrix}0, & -1\\ 1, & 0\end{Bmatrix}$ zur Darstellung aller andern eigentlichen Einheitsdüotettarionen.

Bemerkung: Die uneigentlichen Einheitstettarionen bilden nicht eine multiplikative Gruppe. Das obige Reduktionsverfahren wäre in diesem Falle nicht auf ε, sondern etwa auf $(-\varepsilon)$ anzuwenden.

4. Betrachtet man die Komponenten $g_{i,\varkappa}$ eines ganzen μ-Tettarions g als Elemente einer Determinante μ^{ten} Grades, so lassen sich aus derselben $\binom{\mu}{\varkappa}^2 = \left[\frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)\ldots(\mu-\varkappa+1)}{1\cdot 2\cdot 3 \ldots\ldots \varkappa}\right]^2$ Minoren vom Grade $\varkappa$ bilden. ($\varkappa = 1, 2, 3, \ldots \mu$).

Geschieht es hierbei, dass sämtliche Minoren $\varkappa^{\text{ten}}$ Grades verschwinden, so gilt dasselbe auch von allen Unterdeterminanten $(\varkappa+1)^{\text{ten}}$ Grades, denn diese letzteren, nach den Elementen einer Zeile entwickelt, werden homogene lineare Funktionen von Determinanten $\varkappa^{\text{ten}}$ Grades, also Null. Ist nun die ganze Zahl r so beschaffen, dass sämtliche Minoren $(r+1)^{\text{ten}}$ Grades verschwinden, nicht aber alle Minoren r^{ten} Grades, so heisst r: „der Rang des Tettarions". — Bei μ-Tettarionen von nicht verschwindender Norm ist der Rang gleich μ, bei Nullteilern kleiner als μ.

5. Der von Weierstrass eingeführte Begriff des Elementarteilers lässt sich ohne weiteres auf die Tettarionen übertragen. Definition und Grundeigenschaften der Elementarteiler, ebenso diesbezügliche Literaturnachweise, finden sich z. B. in P. Bachmanns „Zahlentheorie" Bd. IV. 1 (p. 288—319) zusammengestellt. Wir wollen hier, unter Anwendung unserer Bezeichnungen, nur folgende Resultate anführen:

a) *Ein gegebenes ganzes μ-Tettarion g ist stets einem Diagonal-μ-Tettarion äquivalent, dessen $\varkappa^{te}$ Diagonalkomponente gleich dem betreffenden $\varkappa^{ten}$ Elementarteiler des gegebenen g ist* ($\varkappa = 1, 2, \ldots . \mu$);

b) *Die Norm eines μ-Tettarions ist gleich dem Produkte aus seinen μ Elementarteilern;*

c) *Zur Äquivalenz zweier μ-Tettarionen ist notwendig und hinreichend, dass sie gleichen Rang und gleiche Elementarteiler besitzen.*

Dieser letzte Satz ist ein Spezialfall des folgenden allgemeineren:

d) *Damit ein μ-Tettarion $a^{(m)}$ in einer multiplikativen Zerlegung eines ganzen μ-Tettarions $g = a^{(1)} \cdot a^{(2)} \cdot \ldots . \cdot a^{(m)} \cdot \ldots . a^{(s)}$ als Faktor auftreten könne, ist notwendig und hinreichend, dass der Rang von $a^{(m)}$ nicht kleiner sei als der von g, und dass alle Elementarteiler von $a^{(m)}$ je in den entsprechenden Elementarteilern von g aufgehen;*

e) *Ist ein ganzes μ-Tettarion p Produkt aus mehreren andern, so ist jeder Elementarteiler von p ein Multiplum des entsprechenden Elementarteilers eines jeden der Faktoren.*

Kapitel III.

Grösste gemeinsame Teiler von ganzen Tettarionen.

§ 9. Assoziierte Tettarionen; die primären Tettarionen: ihre Anzahl bei vorgeschriebener Norm.

1. Nach Festlegung des Begriffes der rechtsseitigen Teilbarkeit sollen deren Gesetze untersucht werden. Es stellt sich dabei heraus, dass μ-Tettarionen, die nur um einen linksstehenden Einheitsfaktor differieren, in Bezug auf rechtsseitige Teilbarkeit dieselbe Rolle spielen und geradezu durcheinander ersetzt werden können. Dies führt zu folgender Definition:

Ganze μ-Tettarionen, die sich nur durch einen linksstehenden Einheitsfaktor unterscheiden, sollen „linksseitig assoziiert" heissen. Beispiel: g und $\varepsilon \cdot g$.

Je nachdem die Norm dieses Einheitsfaktors ε den Wert $+1$ oder -1 hat, kann man „eigentlich assoziierte" und „uneigentlich assoziierte μ-Tettarionen" unterscheiden.

Eigentlich assoziierte μ-Tettarionen haben stets dieselbe, uneigentlich assoziierte stets entgegengesetzte Norm. Darauf beruht der Umstand, dass bei Untersuchungen über Teilbarkeit die Norm der in Frage kommenden μ-Tettarionen immer positiv vorausgesetzt werden kann. μ-Tettarionen von gleicher Norm sind nicht notwendiger Weise linksseitig assoziiert.

2. Die Eigenschaft zweier μ-Tettarionen, zu einander linksseitig assoziiert zu sein, ist eine gegenseitige: Aus $a = \varepsilon \cdot b$ folgt:

$$b = \varepsilon^{-1} \cdot a = \bar{\varepsilon} \cdot a.$$

Sind zwei μ-Tettarionen zu demselben dritten linksseitig assoziiert, so sind sie es auch zu einander: Aus $\left\{\begin{array}{l} a = \varepsilon \cdot d \\ b = \varepsilon^{(1)} \cdot d \end{array}\right\}$ folgt:

$$\varepsilon^{-1} \cdot a = d = [\varepsilon^{(1)}]^{-1} \cdot b, \text{ also: } a = \varepsilon \cdot [\varepsilon^{(1)}]^{-1}\, b = \varepsilon^{(2)} \cdot b.$$

Diese zwei Eigenschaften gestatten es, alle ganzen μ-Tettarionen von vorgeschriebener Norm in Klassen einzuteilen, wobei eine solche „Klasse" aus allen zu einander linksseitig assoziierten μ-Tettarionen besteht. Es wird dann genügen, aus einer solchen Klasse einen einzigen Repräsentanten, etwa p, herauszuheben, um an ihm die rechtsseitigen Teilbarkeitseigenschaften eines jeden Individuums der Klasse zu untersuchen. Dieses p wollen wir von möglichst einfachem Aufbau wählen und „primär" nennen. Ein derartiges, eine ganze Klasse repräsentierendes p muss eindeutig bestimmt sein; man kann es jedenfalls immer linksseitig reduziert und mit nicht negativen Diagonalkomponenten voraussetzen (§ 7, 5 und § 9, 1). Nun unterscheide man zwei Fälle:

3. Erster Fall: Das vorgelegte ganze μ-Tettarion g hat eine nicht verschwindende Norm. Dann tritt in der Klasse aller zu g linksseitig assoziierten μ-Tettarionen $\varepsilon \cdot g$ kein einziger Nullteiler auf, wohl aber ein μ-Tettarion $p = \sum\limits_{i,\varkappa}^{1\ldots\mu} p_{i,\varkappa} \cdot e^{(i,\varkappa)}$ mit folgenden drei Eigenschaften:

a) Links von der Hauptdiagonale stehen lauter Nullen:

$$p_{i,\varkappa} = 0 \text{ für alle } i > \varkappa. \qquad (\S\ 7,\ 5)$$

b) Alle Diagonalkomponenten sind positiv:

$$p_{\varkappa,\varkappa} > 0. \qquad (\S\ 9,\ 1)$$

c) Jede rechts von der Hauptdiagonale stehende Komponente der $\varkappa^{\text{ten}}$ Kolonne ist nicht negativ, aber kleiner als die betreffende Diagonalkomponente selbst, wenn $\varkappa$ jeden der Werte 2, 3, ... μ bedeutet:

$$0 < p_{i,\varkappa} < p_{\varkappa,\varkappa} \text{ für alle } i < \varkappa. \qquad (\S\ 7,\ 3)$$
$$(i, \varkappa = 1, 2, 3, \ldots . \mu).$$

Dieses μ-Tettarion p ist in der „Klasse" der $\varepsilon^{(\lambda)} \cdot g$ $(\lambda = 1, 2, 3, \ldots)$ eindeutig bestimmt, weil jede seiner Komponenten es ist (v. P. Bachmann „Zahlentheorie" Bd. IV, p. 348 u. f.). Hierauf gründet sich folgende Definition:

Jedes ganze μ-Tettarion p, dessen Komponenten die obigen drei Gruppen von Bedingungen erfüllen, soll „linksseitig primär“ heissen.

4. Zweiter Fall: Das vorgelegte ganze μ-Tettarion g ist ein Nullteiler; dann gilt dasselbe von allen zu g linksseitig assoziierten $\varepsilon^{(\lambda)} \cdot g = p^{(\lambda)}$. Denkt man sich unter allen $p^{(\lambda)}$ die linksseitig reduzierten herausgehoben, so ist bei jedem derselben mindestens eine Diagonalkomponente $p_{i,i}^{(\lambda)} = 0$. Über Vorzeichen oder Grösse der rechts von der Hauptdiagonale stehenden Komponenten $p_{\varrho,i}^{(\lambda)}$ ($\varrho < i$) dieser i^{ten} Kolonne lässt sich dann nichts aussagen. Bedeutet aber $p_{\varkappa,\varkappa}^{(\lambda)}$ jede der nicht verschwindenden Diagonalkomponenten von $p^{(\lambda)}$, ist also $p_{\varkappa,\varkappa}^{(\lambda)} \neq 0$, so kann man, durch wiederholte Anwendung des Hülfssatzes über linksseitig benachbarte μ-Tettarionen (§ 7, 3), noch erreichen, dass jede rechts von der Hauptdiagonale stehende Komponente dieser $\varkappa^{\text{ten}}$ Kolonne nicht negativ, aber kleiner als $p_{\varkappa,\varkappa}^{(\lambda)}$ werde.

Ein ganzer Nullteiler p soll „linksseitig primär“ heissen, wenn er die vorigen Bedingungen erfüllt, nämlich:

a) links von der Hauptdiagonale lauter Nullen:

$$p_{i,\varkappa} = 0, \text{ für alle } i > \varkappa.$$

b) in der Hauptdiagonale keine negativen Komponenten:

$$p_{\varkappa,\varkappa} \geqq 0.$$

c) für alle $i < \varkappa$ und so oft $p_{\varkappa,\varkappa} \neq 0$:

$$0 \leqq p_{i,\varkappa} < p_{\varkappa,\varkappa}.$$

Somit gilt folgender Satz: *Unter den unendlich vielen, zu einem gegebenen ganzen μ-Tettarion linksseitig assoziierten gibt es stets ein linksseitig primäres. Jedem ganzen μ-Tettarion g lässt sich ein Einheits-μ-Tettarion ε derart zuordnen, dass das Produkt $\varepsilon \cdot g$ ein linksseitig primäres μ-Tettarion wird.*

5. Ganz ähnliche Überlegungen gelten, dem Inversionsprinzipe zufolge, für „rechtsseitig assoziierte“ ganze μ-Tettarionen, wie z. B. g und $g \cdot \varepsilon$, und „rechtsseitig primäre“. Die entsprechenden Definitionen und Sätze ergeben sich aus den angeführten, wenn man darin die beiden Indices der Komponenten, ferner „links ...“ mit „rechts ...“ und „Kolonne“ mit „Zeile“ vertauscht.

Ein primäres μ-Tettarion hat nie eine negative Norm.

6. Schliesslich sei noch bemerkt, dass man auch unter den zu g linksseitig assoziierten ein rechtsseitig primäres, oder unter den zu g rechtsseitig assoziierten ein linksseitig primäres definieren könnte. Der Zusatz „links-“ oder „rechtsseitig“ kann aber im allgemeinen nur bei Diagonaltettarionen fortgelassen werden, weil das eine Mal nach Kolonnen, das andere Mal nach Zeilen reduziert wird.

7. Die primären Nullteiler können nach vorigem nicht abgezählt werden, wohl aber die primären μ-Tettarionen von nicht verschwindender vorgeschriebener Norm $m \neq 0$. Es sei diese vorgegebene Zahl m in ein Produkt aus μ Faktoren zerlegt:

$$m = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \ldots\ldots \cdot a_\varkappa \ldots\ldots a_{\mu-1} \cdot a_\mu \tag{1}$$

und es bedeute $r = \sum\limits_{i,\varkappa}^{1\ldots\mu} r_{i,\varkappa} \cdot e^{(i,\varkappa)}$ ein linksseitig [rechtsseitig] primäres μ-Tettarion von derselben Norm: $N(r) = m$. Es ist dann:

$r_{1,1} = a_1$

$r_{1,2}$ eine der Zahlen $0, 1, 2, \ldots\ldots a_2 - 1$;

$r_{1,3}$ und $r_{2,3}$ eine der Zahlen $0, 1, 2, \ldots\ldots a_3 - 1$

. . . .

allgemein können die Komponenten: $r_{1,\varkappa}, r_{2,\varkappa}, r_{3,\varkappa}, \ldots\ldots r_{\varkappa-1,\varkappa}$ unabhängig von einander jeden der $a_\varkappa$ Werte $0, 1, 2, \ldots\ldots (a_\varkappa - 1)$ annehmen, wo $\varkappa$ der Reihe nach gleich $2, 3, \ldots\ldots \mu$ zu setzen ist. Die Abzählung ergibt

$$\sum (a_1)^0 \cdot (a_2)^1 \cdot (a_3)^2 \cdot \ldots\ldots \cdot a_\varkappa^{\varkappa-1} \cdot \ldots\ldots a_\mu^{\mu-1} \tag{2}$$

Möglichkeiten, wobei die Summe über alle verschiedenen Zerlegungen (1) zu erstrecken ist. — Man denke sich nun die Zahl m in ihre Primzahlpotenzen zerlegt:

$$m = p_1^{\alpha^{(1)}} \cdot p_2^{\alpha^{(2)}} \cdot p_3^{\alpha^{(3)}} \cdot \ldots\ldots p_n^{\alpha^{(n)}} = \prod_i^{1\ldots n} p_i^{\alpha^{(i)}}$$

dann wird: $a_\varkappa = p_1^{\alpha_\varkappa^{(1)}} \cdot p_2^{\alpha_\varkappa^{(2)}} \cdot p_3^{\alpha_\varkappa^{(3)}} \cdot \ldots\ldots p_n^{\alpha_\varkappa^{(n)}} = \prod\limits_i^{1\ldots n} p_i^{\alpha_\varkappa^{(i)}}$

$$(\varkappa = 1, 2, 3, \ldots\ldots \mu).$$

Wegen der Gleichung (1) bestehen zwischen den Exponenten die Beziehungen:

$$\alpha_1^{(i)} + \alpha_2^{(i)} + \alpha_3^{(i)} + \cdots\cdots + \alpha_\mu^{(i)} = \alpha^{(i)} \tag{1'}$$
$$(i = 1, 2, 3, \ldots\ldots n).$$

Der Ausdruck (2), der die Anzahl der primären μ-Tettarionen von der Norm m angibt, geht somit in folgenden über:

$$\sum \left(\prod_i^{1\ldots n} p_i^{0 \cdot \alpha_1^{(i)} + 1 \cdot \alpha_2^{(i)} + 2 \cdot \alpha_3^{(i)} + \ldots\ldots + (\mu-1) \cdot \alpha_\mu^{(i)}} \right).$$

Hierbei bezieht sich die Summation auf alle möglichen Zerlegungen (1'). Denkt man sich diese Summe ausgeschrieben, so leuchtet ein, dass die Summation mit der Multiplikation vertauscht werden darf. Der Ausdruck (2) geht somit über in

$$\prod_i^{1\ldots n} \left(\sum p_i^{0 \cdot \alpha_1^{(i)} + 1 \cdot \alpha_2^{(i)} + 2 \cdot \alpha_3^{(i)} + \ldots\ldots + (\mu-1) \alpha_\mu^{(i)}} \right) \tag{3}$$

Bezeichnet man mit $\chi_\mu(m)$ die gesuchte Anzahl der von einander verschiedenen linksseitig primären μ-Tettarionen von der Norm m, so besagt dieser Ausdruck, dass

$$\chi_\mu(m) = \chi_\mu\left(p_1^{\alpha^{(1)}}\right) \cdot \chi_\mu\left(p_2^{\alpha^{(2)}}\right) \cdot \;\ldots\ldots\; \cdot \chi_\mu\left(p_n^{\alpha^{(n)}}\right).$$

Es genügt demnach, diese Anzahl für eine Primzahlpotenz zu bestimmen.

Die einzelnen Glieder der Summe in (3), die auf alle möglichen Zerlegungen (1′) auszudehnen ist, sind identisch mit den Gliedern der Entwicklung von

$$\left(1 + p_i + p_i^2 + p_i^3 + \;\ldots\ldots\; + p_i^{\mu-1}\right)^{\alpha^{(i)}}$$

wenn diese Glieder nur einfach, ohne ihre Polynomialkoeffizienten, genommen werden. Eine direkte Abzählung liefert das Ergebnis:

$$\chi_\mu(p^\alpha) = \frac{(p^{\alpha+1}-1)\cdot(p^{\alpha+2}-1)\cdot \ldots\ldots (p^{\alpha+\lambda}-1)\cdot \ldots\ldots (p^{\alpha+\mu-1}-1)}{(p-1)\cdot(p^2-1)\cdot \ldots\ldots (p^\lambda-1)\cdot \ldots\ldots (p^{\mu-1}-1)}$$

dessen Allgemeingültigkeit durch den Schluss der vollständigen Induktion dargetan werden kann.

§ 10. Euclid'scher Divisionsalgorithmus für ganze Tettarionen.

1. Von fundamentaler Bedeutung für die Zahlentheorie eines vorgelegten Systemes ist die Frage nach dem grössten gemeinschaftlichen Divisor von zwei „ganzen Zahlen". Man gelangt, wenn auch unter gewissen Einschränkungen, zum Beweise der Existenz und zur Auffindung grösster gemeinsamer Teiler von ganzen μ-Tettarionen mit Hülfe des folgenden Satzes:

Bedeutet t ein beliebiges ganzes μ-Tettarion, und m eine rationale, von Null verschiedene ganze Zahl, so lässt sich immer ein ganzes μ-Tettarion q so bestimmen, dass

$$\textit{entweder: } t = m\cdot q, \quad \textit{oder: } t = m\cdot q + \alpha,$$

wobei die Norm des ganzen μ-Tettarions α von Null verschieden, aber ihrem absoluten Betrage nach kleiner als $|m^\mu|$ ausfällt:

$$0 < |N(\alpha)| < |m^\mu|.$$

Ist zunächst t ein Diagonaltettarion $d = \begin{vmatrix} d_{11}, & 0, & \ldots\ldots & 0 \\ 0, & d_{22}, & \ldots\ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ 0, & 0, & \ldots\ldots & d_{\mu,\mu} \end{vmatrix}$

so ist jede seiner Diagonalkomponenten $d_{i,i}$ irgend einer Zahl $\alpha_{i,i}$ aus der Reihe $0, \pm 1, \pm 2, \ldots. \pm \alpha_{i,i}, \ldots. \pm E\left(\frac{m}{2}\right)$ kongruent *mod* m,

denn diese m Zahlen bilden ein vollständiges Restsystem $mod\ m$, wenn man bei geradem m von den zwei letzten nur die positive zählt. Da somit $d_{i,i} \equiv \alpha_{i,i} \pmod{m}$, existieren μ Zahlen $q_{i,i}$ der Art, dass:

$$d_{i,i} - m \cdot q_{i,i} = \alpha_{i,i} \leq \left|\frac{m}{2}\right|, \text{ d. h.: } d - m \cdot q = \alpha.$$

Sind alle Komponenten $d_{i,i}$ durch m teilbar, so bedeutet α das Nulltettarion, und es wird $d = m \cdot q$.

Sind nicht sämtliche Komponenten $d_{i,i}$ durch m teilbar, so ist sicher

$$\left| N(\alpha) \right| \leq \left| \left(\frac{m}{2}\right)^{\mu} \right|.$$

Sollte dabei $N(\alpha)$ verschwinden, so ersetze man diejenigen der $\alpha_{i,i}$, welche Null sind, durch m, und bestimme in geeigneter Weise die entsprechenden Zahlen $q_{i,i} = \frac{d_{i,i} - \alpha_{i,i}}{m}$. Es ist dann immer $d - m\,q = \alpha$, und zugleich:

$$0 < \left| N(\alpha) \right| \leq \left| m^{\mu-1} \cdot \frac{m}{2} \right| < \left| m^{\mu} \right|.$$

Ist nun t nicht Diagonaltettarion, so ist es doch einem solchen äquivalent: $t = \varepsilon \cdot d \cdot \bar{\varepsilon}$, und die vorigen Gleichungen nehmen die Gestalt an:

Bei der ersten Alternative: $t = \varepsilon \cdot d \cdot \bar{\varepsilon} = \varepsilon \cdot m\,q \cdot \bar{\varepsilon} = m \cdot \varepsilon\,q\,\bar{\varepsilon} = m \cdot \bar{q}$. Bei der zweiten Alternative: $t = \varepsilon \cdot d \cdot \bar{\varepsilon} = \varepsilon\,(m\,q + \alpha)\,\bar{\varepsilon} = m\,\varepsilon\,q\,\bar{\varepsilon} + \varepsilon\,\alpha\,\bar{\varepsilon} = m \cdot \bar{q} + \bar{\alpha}$. Da $|N(\bar{\alpha})| = |N(\alpha)|$, ist der behauptete Satz vollständig bewiesen.

2. Es mögen a und d zwei ganze μ-Tettarionen vorstellen, von denen mindestens eines, etwa d, als Nicht-Nullteiler vorausgesetzt wird. Dann lässt sich obiger Lehrsatz 1 auf den Fall $\left\{\begin{array}{l} t = a \cdot D' \\ m = d \cdot D' = N(d) \end{array}\right\}$ anwenden, unter D' das zu d konjugierte μ-Tettarion verstanden. Aus dem angeführten Lehrsatze folgert man die Existenz zweier ganzen μ-Tettarionen q und α von der Eigenschaft, dass:

entweder $\quad a \cdot D' = N(d) \cdot q \qquad (4)$

oder: $\quad a \cdot D' = N(d) \cdot q + \alpha \qquad (4')$

und zugleich $\quad 0 < |N(\alpha)| < |N(d)^{\mu}|$ wird. $\qquad (5)$

Bei der ersten Alternative wird aus (4):

$$a \cdot N(d) = N(d) \cdot q\,d, \text{ oder, weil } N(d) \neq 0:$$
$$a = q \cdot d.$$

Bei der zweiten Alternative zieht man aus (4′):

$$\alpha = a \cdot D' - q \cdot d \cdot D' = (a - q\,d)\,D' = c \cdot D'$$

wobei $c = a - q \cdot d$, oder: $a = q \cdot d + c$ gesetzt wurde.

Aus $\alpha = c \cdot D'$ zieht man weiter:

$$N(\alpha) = N(c) \cdot N(D') = N(c) \cdot [N(d)]^{n-1}$$

und durch Einsetzen in (5):

$$0 < |N(\alpha)| = |N(c) \cdot (N(d))^{n-1}| < |N(d)|^n$$

oder, da $N(d) \neq 0$ vorausgesetzt wurde:

$$0 < |N(c)| < |N(d)|.$$

Die gefundenen Gleichungen enthalten folgenden Fundamentalsatz:

Bedeuten a und d zwei ganze μ-Tettarionen, von denen das letztere d nicht Nullteiler ist, so lassen sich immer die ganzen μ-Tettarionen q und c so bestimmen, dass

entweder: $a = q \cdot d$ *und* $c = 0$

oder: $a = q \cdot d + c$ *und zugleich* $0 < |N(c)| < |N(d)|$ *wird.*

3. Auf diesem Satze beruht die Möglichkeit eines rechtsseitigen Divisionsalgorithmus, analog dem bekannten Euklidschen Algorithmus in der Theorie der rationalen Zahlen, mit dem Unterschiede jedoch, dass er im allgemeinen hier nicht in eindeutig bestimmter Weise fortschreitet. Die wiederholte Anwendung obigen Satzes ergibt nämlich:

$$\begin{array}{lll}
a = q \cdot d + c & \text{wobei} & |N(c)| < |N(d)| \\
d = q^{(1)} \cdot c + c^{(1)} & \text{"} & |N(c^{(1)})| < |N(c)| \\
c = q^{(2)} \cdot c^{(1)} + c^{(2)} & \text{"} & |N(c^{(2)})| < |N(c^{(1)})| \\
\cdots & & \cdots \\
\cdots & & \cdots \\
c^{(n-2)} = q^{(n)} c^{(n-1)} + c^{(n)} & \text{"} & |N(c^{(n)})| < |N(c^{(n-1)})| \\
c^{(n-1)} = q^{(n+1)} \cdot c^{(n)} & &
\end{array}$$

Da man für die absoluten Beträge der Normen eine Aufeinanderfolge von ganzzahligen positiven, stets abnehmenden Werten erhält, wird, nach einer endlichen Anzahl von Operationen, schliesslich die Null erreicht, und man gelangt dann tatsächlich zur letzten Gleichung:

$$c^{(n-1)} = q^{(n+1)} \cdot c^{(n)}.$$

Durch die bekannte Kette von Schlüssen kommt man zur Einsicht, dass dieses $c^{(n)}$ in a und d rechtsseitig aufgeht, ebenso alle seine rechtsseitigen Divisoren. Dieses $c^{(n)}$ heisst „ein rechtsseitiger grösster gemeinsamer Teiler von a und d".

4. Dem Inversionsprinzipe zufolge kann man, durch einen entsprechenden linksseitigen Euklidschen Divisionsalgorithmus, von zwei ganzen μ-Tettarionen a und d, die nicht beide Nullteiler sind, einen

„linksseitigen grössten gemeinsamen Teiler“ c finden, so dass: $\left\{\begin{matrix} a & c \cdot q \\ d - c \cdot \bar{q} \end{matrix}\right\}$. Man hat nur den vorigen Lehrsatz 1 auf den Spezialfall anzuwenden:

$$t = D' \cdot a; \quad m = N(d) = D' \cdot d.$$

Bei diesem Divisionsalgorithmus muss aber stets die Beschränkung eingeführt werden, dass mindestens eines der zwei μ-Tettarionen nicht Nullteiler ist.

§ 11. Tettarionenideale.

1. Die Theorie des grössten gemeinsamen Teilers lässt sich auf allgemeinere und elegantere Art begründen, wenn man sie auf den Begriff des „Tettarionenideals“ stützt.

Ein System von unendlich vielen, nicht sämtlich verschwindenden ganzen μ-Tettarionen t heisse „ein rechtsseitiges Ideal“ [bezw. „ein linksseitiges Ideal“], wenn zugleich mit $t^{(\iota)}$ und $t^{(\varkappa)}$ auch $t^{(\iota)} \pm t^{(\varkappa)}$ und $g \cdot t^{(\iota)}$ [bezw. $t^{(\iota)} \cdot g$] im Systeme enthalten sind, unter g ein beliebiges ganzes μ-Tettarion (nicht nur eine rationale ganze Zahl) verstanden.

Es ist demnach jedes Ideal zugleich ein Modul, weil Addition und Subtraktion, und ein Integritätsbereich, weil auch die Multiplikation in ihm unbeschränkt ausführbar sind. — Ein Ideal kann definitionsgemäss nur ganze μ-Tettarionen enthalten, so dass nicht umgekehrt jeder Modul, noch jeder Integritätsbereich, auch wenn er eine endliche Basis besitzt, zugleich ein Ideal ist.

2. Die in 1 aufgestellte Definition des Ideals lehrt unmittelbar folgendes: *Bezeichnen $t^{(1)}, t^{(2)}, \ldots\ldots t^{(\iota)}, \ldots\ldots t^{(\varkappa)}, \ldots\ldots t^{(n)}$ eine endliche Anzahl von ganzen μ-Tettarionen, die nicht sämtlich verschwinden, so bildet die Gesamtheit aller μ-Tettarionen*

$$g^{(1)} \cdot t^{(1)} + g^{(2)} \cdot t^{(2)} + \ldots\ldots + g^{(\iota)} \cdot t^{(\iota)} + \ldots\ldots + g^{(n)} \cdot t^{(n)}$$

wobei $g^{(1)}, g^{(2)}, \ldots\ldots g^{(\iota)}, \ldots\ldots g^{(n)}$ unabhängig von einander alle ganzen μ-Tettarionen durchlaufen, ein rechtsseitiges Ideal.

Es soll dann die Redewendung gebraucht werden: „das rechtsseitige Ideal wird aus $t^{(1)}, t^{(2)}, \ldots\ldots t^{(n)}$ erzeugt“ oder „das rechtsseitige Ideal hat die Basis $[t^{(1)}, t^{(2)}, \ldots\ldots t^{(n)}]$“.

3. Bezeichnet t irgend ein von Null verschiedenes ganzes μ-Tettarion, und durchläuft g die Gesamtheit aller ganzen μ-Tettarionen, so bildet das System aller $g \cdot t$ ein rechtsseitiges, das System aller $t \cdot g$ ein linksseitiges Ideal. Solche Ideale, deren Basis „eingliedrig“ ist, mögen „rechtsseitige [bezw. linksseitige] Hauptideale“ heissen. Das aus t erzeugte rechtsseitige Hauptideal soll durch das Symbol $(g \cdot t)$ bezeichnet werden.

Ein rechtsseitiges Hauptideal ist somit der Inbegriff aller derjenigen ganzen μ-Tettarionen, in welche ein vorgegebenes ganzes μ-Tettarion rechtsseitig aufgeht.

4. Zwei Ideale $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$ sollen stets und nur dann „einander gleich" genannt werden: $\mathfrak{a} = \mathfrak{b}$, wenn sie genau dieselben Tettarionen enthalten.

Das System aller ganzen μ-Tettarionen bildet demnach das Hauptideal $(g \cdot 1)$ oder (1). Dasselbe lässt sich sowohl als rechtsseitiges, wie auch als linksseitiges Ideal betrachten. *Der Zusatz „rechtsseitig" oder „linksseitig" kann allgemein fortgelassen werden bei Idealen, deren Basis aus lauter reellen Tettarionen besteht.* — Später wird gezeigt werden, dass dieser Zusatz auch nur in dem eben angegebenen Falle überflüssig ist (§ 11, 9).

5. Jedes Einheits-μ-Tettarion ε erzeugt dasselbe Hauptideal $(g \cdot 1)$, denn zugleich mit ε ist auch $E' \cdot \varepsilon = \varepsilon \cdot E' = h = 1$, und somit jedes ganze μ-Tettarion, im Hauptideale $(g \cdot \varepsilon) = (\varepsilon \cdot g)$ enthalten. — Dieser Satz ist ein Spezialfall des folgenden allgemeinern:

Linksseitig assoziierte μ-Tettarionen erzeugen dasselbe rechtsseitige Hauptideal.

Dass jedes μ-Tettarion des Hauptideals $(g \cdot \varepsilon t)$ auch im Ideale $(g \cdot t)$ vorkommt, leuchtet unmittelbar ein. Umgekehrt lässt sich jedes in $(g \cdot t)$ auftretende μ-Tettarion $a \cdot t$ in die Form setzen:

$$a \cdot t = a \cdot h \cdot t = a\,(E' \cdot \varepsilon) \cdot t = a\,E' \cdot \varepsilon\, t = g \cdot \varepsilon\, t$$

und somit ist nachgewiesen, dass beide Hauptideale genau dieselben Tettarionen enthalten.

Wenn zwei ganze μ-Tettarionen von nicht verschwindender Norm dasselbe rechtsseitige Hauptideal erzeugen, sind sie linksseitig assoziiert. Aus der Voraussetzung: Ideal $(g \cdot d)$ = Ideal $(g \cdot d^{(1)})$ folgt nämlich: $d = g^{(1)} \cdot d^{(1)}$ und $d^{(1)} = g \cdot d$, somit $d = g^{(1)} \cdot g \cdot d$; hieraus weiter: $N(d) = N(g^{(1)}) \cdot N(g) \cdot N(d)$. Diese Gleichung lehrt aber: $N(g) \cdot N(g^{(1)}) = 1$, weil $N(d) \neq 0$ vorausgesetzt ist. Da $N(g)$ und $N(g^{(1)})$ beide ganzzahlig, ergibt sich:

$$N(g) = N(g^{(1)}) = \pm 1$$

d. h. g und $g^{(1)}$ sind Einheits-μ-Tettarionen, etwa $g = \varepsilon$; $g^{(1)} = \varepsilon^{(1)}$, somit $d = \varepsilon^{(1)} d^{(1)}$; $d^{(1)} = \varepsilon \cdot d$ w. z. b. w.

Es gilt nun folgender Fundamentalsatz:

6. *Jedes aus rationalen ganzen μ-Tettarionen gebildete und nicht ausschliesslich aus Nullteilern bestehende rechtsseitige Ideal ist Hauptideal.*

Beweis: Es sei $\mathfrak{a}$ ein solches Ideal. Nach Voraussetzung enthält es μ-Tettarionen von nicht verschwindender Norm; es bedeute

d eines derjenigen unter ihnen, deren Norm, ihrem absoluten Werte nach, möglichst klein, aber nicht Null ist. Stellt dann a irgend ein Tettarion aus $\mathfrak{a}$ vor, so ist der absolute Betrag seiner Norm entweder Null, oder aber nicht kleiner als $|N(d)|$. Zugleich mit a und d tritt definitionsgemäss auch $a - q\,d$ im Ideale auf. Nach § 10, 2 ist es möglich, dieses q und ein anderes ganzes μ-Tettarion c so zu bestimmen, dass

$$a = q \cdot d + c \text{ und zugleich } 0 \leq |N(c)| < |N(d)|$$

wird, wobei das Gleichheitszeichen nur dann gilt, wenn $c = 0$ ist. Nach den getroffenen Annahmen tritt aber notwendigerweise dies letztere ein, d. h. $a = q \cdot d$. Jedes μ-Tettarion des betrachteten Ideals $\mathfrak{a}$ ist somit im Hauptideale $(g \cdot d)$ enthalten; ebenso das umgekehrte, weil d selbst in $\mathfrak{a}$ auftritt. Demnach ist $\mathfrak{a} = (g \cdot d)$ w. z. b. w.

7. Aus dem Inversionsprinzipe folgen ohne weiteres die entsprechenden Tatsachen für linksseitige Ideale. Die wichtigsten unter ihnen lassen sich in folgendem Satze zusammenfassen:

Jedes aus rationalen ganzen μ-Tettarionen gebildete linksseitige Ideal, das nicht ausschliesslich aus Nullteilern besteht, ist Hauptideal.

Rechtsseitig assoziierte μ-Tettarionen erzeugen stets dasselbe linksseitige Ideal; wenn zwei ganze μ-Tettarionen von nicht verschwindender Norm dasselbe linksseitige Hauptideal erzeugen, sind sie rechtsseitig assoziiert.

8. Unter den rechts- und linksseitigen Idealen gibt es singuläre mit der charakteristischen Eigenschaft, dass sie lauter μ-Tettarionen von verschwindender Norm enthalten. Wir wollen sie „Nullteilerideale“ benennen. Die vorhin gebrauchten Beweismethoden lassen sich auf Nullteilerideale nicht anwenden. Um diese Schwierigkeit zu umgehen, liegt der Gedanke nahe, den Begriff des „zweiseitigen Ideals“ einzuführen durch folgende Definition:

Ein System von unendlich vielen nicht sämtlich verschwindenden ganzen μ-Tettarionen soll „ein zweiseitiges Ideal“ heissen, wenn gleichzeitig mit a und b auch $a + b$, $a - b$ und $g^{(1)} \cdot a \cdot g^{(2)}$ dem Systeme angehören, unter $g^{(1)}$ und $g^{(2)}$ zwei beliebige ganze μ-Tettarionen verstanden.

Man bemerkt nämlich, dass ein zweiseitiges Ideal niemals Nullteilerideal sein kann. Es enthält in der Tat von Null verschiedene μ-Tettarionen $t = \varepsilon \cdot d \cdot \bar{\varepsilon}$, somit auch Diagonaltettarionen d; zugleich mit d kommt aber auch

$$d + \gamma^{m_1} \cdot d \cdot \gamma^{n_1} + \gamma^{m_2} \cdot d \cdot \gamma^{n_2} + \cdots\cdots + \gamma^{m_r} \cdot d \cdot \gamma^{n_r} = s$$

im Ideale vor, wo γ das in § 8, 1 definierte eigentliche Einheits-μ-Tettarion bedeutet, welches, als Faktor gesetzt, eine zyklische Ver-

tauschung der Reihen des Komponentensystems bewirkt. Es lassen sich die Exponenten m_i und n_i ($i = 1, 2 \ldots\ldots r$) derart bestimmen, dass $N(s)$ nicht Null wird.

Es stellt sich aber heraus, dass diese zweiseitigen Ideale unter den früher definierten links- und rechtsseitigen bereits enthalten sind. Vergleicht man nämlich die diesbezüglichen Definitionen, so erkennt man, dass jedes zweiseitige Ideal $\mathfrak{z}$ sowohl als rechtsseitiges, wie auch als linksseitiges Ideal aufgefasst werden kann. Somit ist jedes zweiseitige Ideal $\mathfrak{z}$ Hauptideal. Es existieren demnach zwei ganze μ-Tettarionen a und b derart, dass

$$\text{zweiseitiges Ideal } \mathfrak{z} = \text{Ideal } (g \cdot a) = \text{Ideal } (b \cdot g) \qquad (6)$$

Hieraus folgt weiter die Existenz zweier μ-Tettarionen f und $f^{(1)}$ von der Beschaffenheit, dass $a = b \cdot f$ und $b = f^{(1)} a$, also $a = f^{(1)} \cdot a \cdot f$, $N(a) = N(f^{(1)}) \cdot N(a) \cdot N(f)$, also $N(f) \cdot N(f^{(1)}) = 1$, weil $N(a) \neq 0$. Demnach sind a und b linksseitig sowohl als auch rechtsseitig assoziiert. Unter Berücksichtigung von § 11, 5 und 7 wird somit aus obiger Gleichung (6):

$$\text{Ideal } (g \cdot a) = \text{Ideal } (a \cdot g).$$

Die Bestimmung der zweiseitigen Ideale kommt also auf das Auffinden derjenigen ganzen μ-Tettarionen a hinaus, welche mit der Gesamtheit aller ganzen μ-Tettarionen vertauschbar sind. Diese Eigenschaft besitzen die reellen Tettarionen (§ 2, 7), aber auch nur die reellen, wie jetzt nachgewiesen werden soll.

9. „Das ganze μ-Tettarion c ist mit der Gesamtheit aller ganzen μ-Tettarionen vertauschbar" heisst: einem beliebig vorgegebenen ganzen μ-Tettarion x muss sich ein ganzes μ-Tettarion y derart zuordnen lassen, dass die Gleichung besteht:

$$c \cdot x = y \cdot c.$$

Hierbei darf c als Diagonaltettarion vorausgesetzt werden, denn mit voriger Gleichung ist die folgende:

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} \cdot c (\varepsilon \cdot \varepsilon^{-1}) \cdot x \cdot \varepsilon &= \bar{\varepsilon} \cdot y \cdot (\bar{\varepsilon}^{-1} \cdot \bar{\varepsilon}) \cdot c \cdot \varepsilon \\ (\bar{\varepsilon} \cdot c \cdot \varepsilon) \cdot (\varepsilon^{-1} \cdot x \cdot \varepsilon) &= (\bar{\varepsilon} \cdot y \cdot \bar{\varepsilon}^{-1}) \cdot (\bar{\varepsilon} \cdot c \cdot \varepsilon) \\ d \cdot x \quad &= \quad y \cdot d \end{aligned}$$

gleichbedeutend, weil zugleich mit x auch $\bar{x} = \varepsilon^{-1} \cdot x \cdot \varepsilon$ jedes ganze μ-Tettarion vorstellen kann. $\bar{\varepsilon}$ und ε lassen sich bekanntlich so bestimmen, dass $\bar{\varepsilon} \cdot c \cdot \varepsilon = d$ ein Diagonaltettarion mit nicht negativen Komponenten wird (§ 7, 6). Aus der Gleichung

$$d \cdot \bar{x} = \bar{y} \cdot d$$

folgert man aber, durch Vergleichung der entsprechenden Komponenten, dass $(d_{\iota,\iota} \cdot x_{\iota,\varkappa})$ durch $d_{\varkappa,\varkappa}$ teilbar sein muss, und zwar für beliebige ganzzahlige Werte von $x_{\iota,\varkappa}$. Dies ist nur möglich, wenn $d_{\iota,\iota}$ ein Multiplum von $d_{\varkappa,\varkappa}$ ist, wobei ι und $\varkappa$ der Reihe nach und unabhängig von einander, gleich $1, 2, \ldots\ldots \mu$ zu setzen sind, und dies wieder zieht $d_{11} = d_{22} = \cdots\cdots = d_{\mu,\mu}$ nach sich, d. h. d ist ein reelles μ-Tettarion.

Die zweiseitigen Ideale sind somit identisch mit denjenigen, die aus reellen Tettarionen erzeugt werden, und bei denen man den Zusatz „rechtsseitig" oder „linksseitig", also auch „zweiseitig", fortlassen kann.

§ 12. Grösste gemeinschaftliche Divisoren ganzer Tettarionen; Teilerfremde Tettarionen.

1. Aus den Fundamentalsätzen 6 und 7 des vorigen Paragraphen folgert man direkt den Existenzbeweis und die Eigenschaften von rechtsseitigen und linksseitigen „grössten gemeinschaftlichen Divisoren" irgendwelcher ganzer μ-Tettarionen $a, b, c \ldots\ldots m$, die nicht sämtlich Nullteiler sind. — Zuvörderst sei bemerkt, dass von jetzt ab die Nullteilerideale aus der Betrachtung ganz ausgeschlossen sein sollen, um in einem besondern Kapitel (Kap. VI) erörtert zu werden. Hier wird nur von solchen Idealen die Rede sein, welche nicht ausschliesslich aus Nullteilern bestehen.

Sind nun $a, b, c, \ldots\ldots m$ beliebig vorgelegte ganze μ-Tettarionen, von denen mindestens eines eine nicht verschwindende Norm hat, so bilden die μ-Tettarionen

$$g^{(1)} \cdot a + g^{(2)} \cdot b + g^{(3)} \cdot c + \cdots\cdots + g^{(n)} \cdot m$$

ein rechtsseitiges Ideal, wenn $g^{(1)}, g^{(2)}, \ldots\ldots g^{(n)}$ unabhängig von einander die Gesamtheit der ganzen μ-Tettarionen durchlaufen. Dasselbe ist Hauptideal, d. h. es gibt ein μ-Tettarion d von der Beschaffenheit, dass

$$\text{Ideal}\,(g^{(1)} \cdot a + g^{(2)} \cdot b + g^{(3)} \cdot c + \cdots\cdots + g^{(n)} \cdot m) = \text{Ideal}\,(g \cdot d). \qquad (7)$$

Zu jedem Werte von g gehört ein bestimmtes Wertsystem der $g^{(i)}$ $(i = 1, 2, 3 \ldots\ldots n)$, oder deren mehrere, und umgekehrt. Wählt man insbesondere $g^{(1)} = 1$; $g^{(2)} = g^{(3)} = \cdots\cdots = g^{(n)} = 0$, so entspricht diesem Wertsysteme in der Gleichung (7) ein gewisses g, etwa $g = \alpha$, und es wird wegen (7):

$$a = \alpha \cdot d.$$

In ähnlicher Weise ergibt sich durch passende Wahl der $g^{(i)}$ und Einsetzen in (7):

$$b = \beta \cdot d; \; c = \gamma \cdot d; \; \ldots\ldots \; m = \nu \cdot d.$$

Diese Gleichheiten besagen aber: d ist ein rechtsseitiger gemeinsamer Teiler der vorgelegten μ-Tettarionen $a, b, c, \ldots\ldots m$. Dasselbe gilt von jedem rechtsseitigen Divisor von d. Man sieht auch ein, dass jedes μ-Tettarion, welches gleichzeitig in a, in b, in c, ... in m rechtsseitig aufgeht, zugleich rechtsstehender Divisor von d ist. — Diese Gleichungen lehren somit, dass die rechtsseitigen Divisoren von d genau übereinstimmen mit den gemeinsamen rechtsseitigen Teilern der vorgelegten n μ-Tettarionen $a, b, c, \ldots\ldots m$; es ist somit d als „grösster gemeinsamer rechtsseitiger (oder rechtsstehender) Teiler“ von $a, b, c, \ldots\ldots m$ zu bezeichnen.

2. Wählt man in (7) das μ-Tettarion $g = 1$, so entspricht dieser Annahme ein bestimmtes Wertsystem der $g^{(i)}$ (oder deren mehrere), etwa: $g^{(1)} = \gamma^{(1)}, g^{(2)} = \gamma^{(2)}, \ldots\ldots g^{(n)} = \gamma^{(n)}$, und die Gleichung (7) ergibt:

$$d = \gamma^{(1)} \cdot a + \gamma^{(2)} \cdot b + \gamma^{(3)} \cdot c + \ldots\ldots + \gamma^{(n)} \cdot m \tag{8}$$

worin die $\gamma^{(i)}$ gewisse ganze μ-Tettarionen bedeuten. In Worten ausgedrückt heisst dies: *Der rechtsseitige grösste gemeinsame Teiler der ganzen μ-Tettarionen $a, b, c, \ldots\ldots m$ ist immer durch die Form (8) darstellbar als homogene lineare Funktion der $a, b, c, \ldots\ldots m$ mit ganzen Koeffizienten.*

Aus einem früher bewiesenen Lehrsatze (§ 11, 5) erhellt, dass alle bisher angestellten Überlegungen nicht nur für d, sondern auch für $\varepsilon \cdot d$ gelten, unter ε ein beliebiges Einheits-μ-Tettarion verstanden; anders ausgedrückt heisst dies:

Der rechtsseitige grösste gemeinsame Teiler von ganzen μ-Tettarionen ist nur bis auf einen linksstehenden Einheitsfaktor bestimmt.

3. Aus dem Inversionsprinzipe ergibt sich die Richtigkeit der entsprechenden Überlegungen an linksseitigen Idealen. Das Resultat ist folgender zusammenfassende Lehrsatz:

Je n vorgelegte ganze μ-Tettarionen $a, b, c, \ldots\ldots\ldots m$, die nicht sämtlich Nullteiler sind, besitzen einen linksseitigen grössten gemeinsamen Teiler $d^{(1)}$, welcher in der Form

$$d^{(1)} = a \cdot \delta^{(1)} + b \cdot \delta^{(2)} + c \cdot \delta^{(3)} + \ldots\ldots + m \cdot \delta^{(n)} \tag{8'}$$

darstellbar ist, wobei die $\delta^{(i)}$ $(i = 1, 2, 3, \ldots\ldots n)$ gewisse ganze μ-Tettarionen bedeuten. Jeder linksseitige Divisor von $d^{(1)}$ ist ein linksseitiger gemeinschaftlicher Teiler von $a, b, c, \ldots. m$ und umgekehrt. Ferner ist $d^{(1)}$ nur bis auf ein rechtsseitiges Einheits-μ-Tettarion ε bestimmt.

4. Von jetzt ab beschränken wir, der Kürze halber, die Betrachtung auf zwei μ-Tettarionen a und b; die einzuführenden Begriffe

lassen sich aber auf beliebig viele vorgelegte μ-Tettarionen ohne weiteres ausdehnen. — Die Analogie mit den rationalen ganzen Zahlen führt zu folgender Definition:

Ist der rechtsseitige [bezw. linksseitige] grösste gemeinschaftliche Divisor d von a und b ein Einheits-μ-Tettarion ε, so heissen a und b „rechtsseitig teilerfremd" [bezw. „linksseitig teilerfremd"].

Da jedes ε zu dem Haupttettarion h assoziiert ist, linksseitig sowohl als rechtsseitig, so leuchtet wegen Gleichung (8) folgendes ein:

Sind a und b rechtsseitig teilerfremd, so ist es möglich, die Gleichung

$$g \cdot a + f \cdot b = 1 \tag{9}$$

durch ganze μ-Tettarionen g und f zu befriedigen. — Sind a und b nicht rechtsseitig teilerfremd, so ist diese Gleichung (9) *in ganzen μ-Tettarionen g und f nicht auflösbar*;

oder, in anderer Formulierung:

Die ganzen μ-Tettarionen a und b sind rechtsseitig teilerfremd oder nicht, je nachdem es möglich oder unmöglich ist, ihnen zwei ganze μ-Tettarionen g und f so zuzuordnen, dass die Gleichung (9) *erfüllt wird.*

5. Entsprechende Betrachtungen lassen sich an die Gleichung (8′) anknüpfen. Unter Benutzung der Definition in 4 stellt sich folgendes Ergebnis heraus: Die Gleichung

$$a \cdot g + b \cdot f = 1 \tag{9'}$$

worin a und b zwei vorgeschriebene ganze μ-Tettarionen bedeuten, lässt sich dann und nur dann in ganzen μ-Tettarionen g und f befriedigen, wenn a und b linksseitig teilerfremd sind.

6. Sind a und b rechtsseitig [bezw. linksseitig] nicht teilerfremd,

$$\text{so ist } \begin{Bmatrix} a = \alpha \cdot d \\ b = \beta \cdot d \end{Bmatrix} \text{ bezw.: } \begin{Bmatrix} a = d^{(1)} \cdot \alpha^{(1)} \\ b = d^{(1)} \cdot \beta^{(1)} \end{Bmatrix}$$

Nimmt man von jeder Seite die Normen, so wird:

$$N(a) = N(\alpha) \cdot N(d) = N(\alpha^{(1)}) \cdot N(d^{(1)}).$$
$$N(b) = N(\beta) \cdot N(d) = N(\beta^{(1)}) \cdot N(d^{(1)}).$$

Diese Gleichungen besagen:

Wenn die ganzen μ-Tettarionen a und b einen rechtsseitigen oder einen linksseitigen gemeinsamen Teiler haben, der nicht Einheits-μ-Tettarion ist, so besitzen $N(a)$ und $N(b)$ einen von 1 verschiedenen gemeinschaftlichen Divisor.

7. Voriger Satz lässt sich für den Fall, in welchem eines der zwei μ-Tettarionen a und b ein reelles ist, umkehren:

Ein beliebiges ganzes μ-Tettarion a und ein reelles r sind immer zugleich rechtsseitig und linksseitig teilerfremd oder nicht, und zwar tritt der erste oder der zweite Fall ein, je nachdem $N(a)$ und $N(r)$ relativ prim sind oder nicht.

Sind nämlich a und r linksseitig teilerfremd, so ist die Gleichung

$$a \cdot g + r \cdot f = 1 \tag{10}$$

möglich; aus ihr folgt: $N(a) \cdot N(g) = N(1 - r \cdot f) = 1 - r \cdot z$, unter z eine gewisse rationale ganze Zahl verstanden. Hieraus wird weiter:

$$N(a) \cdot N(g) + r \cdot z = 1 \tag{11}$$

und diese Gleichung zwischen rationalen ganzen Zahlen besagt bekanntlich, dass $N(a)$ und r, also auch $N(a)$ und $N(r) = r^{\mu}$, teilerfremd sind.

Wenn $N(a)$ und $N(r)$ einen von 1 verschiedenen gemeinschaftlichen Divisor besitzen, so können a und r nicht linksseitig teilerfremd sein, weil sonst Gleichung (10), also auch (11), gelten müssten, was durch die Annahme, dass $N(a)$ und r einen gemeinschaftlichen Divisor haben, ausgeschlossen ist. — Hierauf gestützt, beweist man auch den ersten Teil des Satzes indirekt.

Kapitel IV.

Der Zerlegungssatz.

§ 13. Die Primtettarionen; der Zerlegungssatz für Diagonaltettarionen.

1. Ein ganzes μ-Tettarion $\pi = \sum_{\iota,\kappa}^{1\ldots\mu} \pi_{\iota,\kappa} \cdot e^{(\iota,\kappa)}$, welches nicht Einheits-μ-Tettarion und nicht Nullteiler ist, heisse „Primtettarion", wenn es nur solche Darstellungen als Produkt aus zwei ganzen μ-Tettarionen zulässt, bei welchen einer der Faktoren ein Einheitstettarion ist.

Ist ein ganzes μ-Tettarion π Primtettarion, so gilt dasselbe von allen zu π assoziierten, ebenso von den mit π äquivalenten. — Die Norm eines Primtettarions kann man stets, ohne Beschränkung der Allgemeinheit, als positiv voraussetzen; denn ist sie es nicht bereits, so betrachte man $\varepsilon \cdot \pi$ oder $\pi \cdot \varepsilon$ an Stelle von π, unter ε ein uneigentliches Einheits-μ-Tettarion verstanden (§ 3, 4 und § 9, 1).

2. Auf Nullteiler ist dieser Begriff nicht anwendbar. Bedeutet nämlich n einen solchen, so ist n einem Diagonaltettarion d äquivalent, dessen Rang s sicher kleiner als μ ist: $s \leq \mu - 1$.

Man hat dann:

$$d = \begin{vmatrix} d_{1,1}, & 0, & \ldots\ldots & 0, & 0, & \ldots\ldots & 0 \\ 0, & d_{2,2}, & \ldots\ldots & 0, & 0, & \ldots\ldots & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0, & 0, & \ldots\ldots & d_{s,s}, & 0, & \ldots\ldots & 0 \\ 0, & 0, & \ldots\ldots & 0, & 0, & \ldots\ldots & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0, & 0, & \ldots\ldots & 0, & 0, & \ldots\ldots & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} d_{1,1}, & 0, & \ldots & 0, & 0, & \ldots & 0 \\ 0, & d_{2,2}, & \ldots & 0, & 0, & \ldots & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0, & 0, & \ldots & d_{s,s}, & 0, & \ldots & 0 \\ 0, & 0, & \ldots & 0, & 0, & \ldots & 0 \\ 0, & 0, & \ldots & 0, & 0, & \ldots & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0, & 0, & \ldots & 0, & 0, & \ldots & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1, & 0, & \ldots & 0, & 0, & \ldots & 0 \\ 0, & 1, & \ldots & 0, & 0, & \ldots & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0, & 0, & \ldots & 1, & 0, & \ldots & 0 \\ g_{s+1,1}, & g_{s+1,2}, & \ldots & g_{s+1,s}, & g_{s+1,s+1}, & \ldots & g_{s+1,\mu} \\ g_{s+2,1}, & g_{s+2,2}, & \ldots & . & . & \ldots & g_{s+2,\mu} \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ g_{\mu,1}, & g_{\mu,2}, & \ldots & g_{\mu,s}, & g_{\mu,s+1}, & \ldots & g_{\mu,\mu} \end{vmatrix} = d \cdot$$

Hierbei sind die Komponenten der letzten $\mu - s$ Zeilen von g beliebige ganze Zahlen. Jeder Nullteiler $u = \varepsilon \cdot d \cdot \bar{\varepsilon} = \varepsilon \cdot (d \cdot g) \cdot \bar{\varepsilon} = (\varepsilon \cdot d) \cdot (g \cdot \bar{\varepsilon}) = f^{(1)} \cdot f^{(2)}$ kann somit auf unendlich viele, wesentlich verschiedene Arten als Produkt aus zwei μ-Tettarionen $f^{(1)}$ und $f^{(2)}$, von denen keines Einheits-μ-Tettarion ist, dargestellt werden.

Bei allen Untersuchungen dieses Kapitels sind demnach die Nullteiler ausdrücklich ausgeschlossen.

3. Ein Primtettarion π wird dadurch charakterisiert, dass seine Norm $N(\pi)$ eine rationale Primzahl ist. — Diese Bedingung ist jedenfalls hinreichend, denn jedes ganze μ-Tettarion π, dessen Norm eine rationale Primzahl ist, ist ein Primtettarion. Angenommen nämlich, es lasse sich dieses π als Produkt aus zwei ganzen μ-Tettarionen a und b darstellen: $\pi = a \cdot b$. Dann folgt hieraus: $N(\pi) = N(a) \cdot N(b)$. Nach Voraussetzung ist aber $N(\pi)$ eine rationale Primzahl p; also muss entweder $N(a)$ oder $N(b)$ gleich 1, d. h. entweder a, oder b, ein Einheitstettarion sein, und π fällt unter die in 1 gegebene Definition.

Die Bedingung $N(\pi) =$ Primzahl p ist aber auch notwendig, denn zugleich mit π muss auch

$$\varepsilon \cdot \pi \cdot \bar{\varepsilon} \quad d = \begin{vmatrix} d_{1,1}, & 0, & \ldots\ldots\ldots & 0 \\ 0, & d_{2,2}, & \ldots\ldots\ldots & 0 \\ . & . & . & . \\ 0, & 0, & \ldots\ldots\ldots & d_{\mu,\mu} \end{vmatrix}$$

Primtettarion sein, und hierzu ist notwendig, dass eine der Zahlen $d_{1,1}, d_{2,2}, \ldots. d_{\mu,\mu}$ eine Primzahl, alle übrigen ± 1 seien, denn es ist:

$$\begin{vmatrix} d_{11}, & 0, & \ldots\ldots & 0 \\ 0, & d_{22}, & \ldots\ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot\cdot & \cdot \\ 0, & 0, & \ldots\ldots & d_{\mu,\mu} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} d'_{11}, & 0, & \ldots\ldots & 0 \\ 0, & d'_{22}, & \ldots\ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot\cdot & \cdot \\ 0, & 0, & \ldots\ldots & d'_{\mu,\mu} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} d''_{11}, & 0, & \ldots\ldots & 0 \\ 0, & d''_{22}, & \ldots\ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot\cdot & \cdot \\ 0, & 0, & \ldots\ldots & d''_{\mu,\mu} \end{vmatrix}$$

sobald $d'_{i,i} \cdot d''_{i,i} = d_{i,i} \quad (i = 1, 2, \ldots\ldots \mu)$.

Man erkennt somit folgendes: *Die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass π ein Primtettarion sei, besteht darin, dass $N(\pi)$ eine rationale Primzahl ist.*

4. Aus dem in § 9, 7 festgestellten allgemeinen Ergebnisse fliesst als Spezialfall folgender Lehrsatz:

Es gibt genau $1 + p + p^2 + \cdots\cdots + p^{\mu-1} = \frac{p^\mu - 1}{p - 1}$ *verschiedene primäre Primtettarionen von der Norm p. Jedes derselben geht, links- und rechtsseitig, in der rationalen Primzahl p auf.*

Diese letztere Tatsache erhellt sofort aus der Gleichung:

$$p = N(\pi) = \pi \cdot \Pi' = \Pi' \cdot \pi$$

welche allgemein besagt: Jedes ganze μ-Tettarion ist sowohl rechtsstehender als auch linksstehender Divisor seiner Norm.

5. *Bedeutet d ein ganzes Diagonal-μ-Tettarion, und ist*

$$N(d) = p^\alpha \cdot q^\beta \cdot r^\gamma \cdot \ldots\ldots \cdot t^\nu$$

unter $p, q, r, \ldots\ldots t$ lauter voneinander und von 1 verschiedene Primzahlen verstanden, so lässt sich d, wenn von der Reihenfolge der Faktoren abgesehen wird, in eindeutiger Weise durch ein Produkt von der Form

$$d = \pi^{(1)} \cdot \pi^{(2)} \cdots \pi^{(\alpha)} \cdot \varkappa^{(1)} \cdot \varkappa^{(2)} \cdots \varkappa^{(\beta)} \cdot \varrho^{(1)} \cdots \varrho^{(\gamma)} \cdots \tau^{(1)} \cdot \tau^{(2)} \cdots \tau^{(\nu)} \quad (1)$$

darstellen, worin $\pi^{(1)}, \pi^{(2)}, \ldots. \pi^{(\alpha)}$ primäre Diagonalprimtettarionen von der Norm p, ferner $\varkappa^{(1)}, \varkappa^{(2)}, \ldots\ldots \varkappa^{(\beta)}$ solche von der Norm q, ferner $\varrho^{(1)}, \varrho^{(2)}, \ldots\ldots \varrho^{(\gamma)}$ solche von der Norm r, u. s. w. ....., schliesslich $\tau^{(1)}, \tau^{(2)}, \ldots\ldots \tau^{(\nu)}$ solche von der Norm t bezeichnen.

Dass eine solche Darstellung möglich ist, erhellt aus der in § 13, 3 angegebenen Zerlegung unmittelbar. Sie ist aber auch stets und nur dann eindeutig bestimmt, wenn alle auftretenden Faktoren primär sein sollen. Dass nur einer der in (1) auftretenden Faktoren, etwa $\pi^{(1)}$, nicht Diagonaltettarion sei, ist desswegen ausgeschlossen, weil die rechts von der Hauptdiagonale stehenden nicht verschwindenden Komponenten bei Multiplikation mit $\pi^{(2)}, \ldots \pi^{(\alpha)}, \varkappa^{(1)}, \ldots \tau^{(\nu)}$ erhalten bleiben und somit auch im Produkte d auftreten müssten, im Wider-

spruche zur Annahme, d sei Diagonaltettarion. — Derselbe Widerspruch ergibt sich, sobald man annimmt, unter den Faktoren in (1) seien mehrere nicht Diagonaltettarionen. Dieselben könnten nämlich, weil primär, rechts von der Hauptdiagonale keine negativen Komponenten enthalten, und in ihrem Produkte d würden gewisse, rechts von der Hauptdiagonale stehende Komponenten, als Summe von lauter positiven Gliedern, nicht Null sein können.

§ 14. Primitive Tettarionen. Der allgemeine Zerlegungssatz. Semikonjugierte Tettarionen.

1. Es soll jetzt die multiplikative Darstellung eines beliebigen ganzen μ-Tettarions mit Hülfe der primären Primtettarionen untersucht werden, um zu dem Analogon der Zerlegung einer rationalen ganzen Zahl in ihre Primfaktoren zu gelangen. Zu diesem Zwecke werden folgende weitere Benennungen eingeführt:

Ein ganzes μ-Tettarion g heisst „primitiv nach m“, wenn der grösste gemeinsame Teiler seiner μ^2 Komponenten $g_{i,\kappa}$ relative Primzahl gegen m ist. — Dies tritt sicher dann ein, wenn derselbe gleich 1 ist. In diesem Falle ist das betreffende Tettarion nach jeder ganzen Zahl m primitiv, der Zusatz „nach m“ kann fortgelassen werden:

Ein ganzes μ-Tettarion a heisst „primitiv“, wenn seine μ^2 Komponenten $a_{i,\kappa}$ keinen von 1 verschiedenen gemeinschaftlichen Teiler besitzen.

2. Ein primäres Primtettarion ist stets auch primitiv, denn es sind immer $(\mu-1)$ seiner Diagonalkomponenten gleich 1. — Das einzige primitive reelle Tettarion ist das Haupttettarion, positiv oder negativ genommen.

Alle ganzen μ-Tettarionen gehen aus den primitiven unter ihnen hervor durch Multiplikation mit rationalen ganzen Zahlen. Nun ist die Zerlegung der letzteren in Primfaktoren bekannt, und die Darstellung einer Primzahl als Produkt aus μ primären Primtettarionen in § 13, 5 bereits angegeben. Es bleiben noch die primitiven μ-Tettarionen, welche nicht Diagonaltettarionen sind, zu betrachten übrig. Es sei c ein solches, seine Norm $N(c)$ in ihre Primfaktoren aufgelöst und dieselben in eine beliebige, aber bestimmte Reihenfolge gebracht, etwa:

$$N(c) = p^{(1)} \cdot p^{(2)} \cdot p^{(3)} \cdot \ldots\ldots \cdot p^{(n)}. \tag{2}$$

Es sind zwei Fälle denkbar, die gesondert behandelt werden müssen:

3. **Erster Fall.** Unter den Faktoren $p^{(i)}$ kommen nirgends zwei gleiche vor: $p^{(i)} \neq p^{(\varkappa)}$ sobald $i \neq \varkappa$ $(i, \varkappa = 1, 2, 3, \ldots . n)$.

Es besitzen c und $p^{(1)}$ unendlich viele linksseitige grösste gemeinsame Teiler, die sämtlich zu einander assoziiert, aber nicht Einheits-μ-Tettarionen sind (§ 12, 7). Unter denselben sei $\pi^{(1)}$ der primäre, so dass:

$$c = \pi^{(1)} \cdot c^{(1)} \tag{3}$$

$$p^{(1)} = \pi^{(1)} \cdot q^{(1)}. \tag{4}$$

Hieraus folgt zunächst:

$$N(c^{(1)}) = \frac{N(c)}{N(\pi^{(1)})} = \frac{p^{(1)} \cdot p^{(2)} \cdot p^{(3)} \cdot \ldots . . \cdot p^{(n)}}{N(\pi^{(1)})} \tag{5}$$

ferner:

$$N(p^{(1)}) = [p^{(1)}]^{\mu} = N(\pi^{(1)}) \cdot N(q^{(1)}).$$

Da $p^{(1)}$ eine Primzahl vorstellt, muss $N(\pi^{(1)})$ eine Potenz derselben sein, und zwar die erste, wie aus (5) hervorgeht, weil $N(c^{(1)})$ ganzzahlig ausfallen muss und nach Voraussetzung nur ein Faktor $p^{(1)}$ in $N(c)$ auftritt. Demnach ist: $N(\pi^{(1)}) = p^{(1)}$, somit $\pi^{(1)}$ ein primäres Primtettarion, und die Gleichung (5) reduziert sich auf:

$$N(c^{(1)}) = p^{(2)} \cdot p^{(3)} \cdot \ldots \ldots p^{(n)}. \tag{2'}$$

Aus (3) schliesst man weiter, dass $c^{(1)}$ wieder primitiv ist. Bedeutet nämlich r den grössten gemeinschaftlichen Divisor aller μ^2 Komponenten von $c^{(1)}$, so ist $c^{(1)} = r \cdot C'$, demnach

$$c = \pi^{(1)} \cdot c^{(1)} = \pi^{(1)} \cdot r\, C' = r \cdot \pi^{(1)}\, C'$$

durch r teilbar, d. h. die μ^2 Komponenten von c besitzen den gemeinschaftlichen Divisor r; die vorausgesetzte Primitivität von c zieht $r = 1$ nach sich, und dies besagt, dass $c^{(1)}$ primitiv ist.

Man behandle nun die Gleichung (2') genau so, wie vorhin die Gleichung (2): es ergibt sich die Existenz eines primären Primtettarions $\pi^{(2)}$ von der Norm $p^{(2)}$, so dass

$$c^{(1)} = \pi^{(2)} \cdot c^{(2)}$$

$$p^{(2)} = \pi^{(2)} \cdot q^{(2)}$$

ferner: $c^{(2)}$ wieder primitiv, und

$$N(c^{(2)}) = p^{(3)} \cdot \ldots \ldots p^{(n)}.$$

Durch fortgesetzte Anwendung derselben Schlussweise ergibt sich, nach einer endlichen Anzahl von Operationen:

$$c^{(n-1)} = \pi^{(n)} \cdot c^{(n)}$$

$$p^{(n)} = \pi^{(n)} \cdot q^{(n)}$$

ferner: $c^{(n-1)}$ wieder primitiv, und $N\ (c^{(n-1)}) = p^{(n)}$.

Da auch $N(\pi^{(n)}) = p^{(n)}$, erhellt aus diesen Gleichungen, dass $N(c^{(n)}) = \pm 1$, d. h. dass $c^{(n)}$ ein Einheitstettarion ε vorstellt. Somit hat sich das zusammenfassende Resultat ergeben:

$$c = \pi^{(1)} \cdot \pi^{(2)} \cdot \ldots\ldots \cdot \pi^{(n)} \cdot \varepsilon.$$

Aus dem Beweise geht noch hervor, dass diese Darstellung des primitiven μ-Tettarions c als Produkt aus primären Primtettarionen durchaus eindeutig ist, weil $\pi^{(1)}, \pi^{(2)}, \ldots \pi^{(n)}$ als linksseitige primäre grösste gemeinsame Teiler der Reihe nach in vollkommen unzweideutiger Weise bestimmt sind; ebenso ist es der auftretende Einheitsfaktor

$$\varepsilon = (\pi^{(n)})^{-1} \cdot \ldots\ldots \cdot (\pi^{(2)})^{-1} \cdot (\pi^{(1)})^{-1} \cdot c.$$

Dies Resultat lässt sich in folgendem Zerlegungssatze aussprechen:

Es sei c ein primitives ganzes μ-Tettarion, und

$$N(c) = p^{(1)} \cdot p^{(2)} \cdot p^{(3)} \cdot \ldots\ldots \cdot p^{(n)}$$

worin $p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}, \ldots p^{(n)}$ die sämtlichen, von einander und von 1 verschieden vorausgesetzten Primfaktoren von $N(c)$, in eine beliebige, aber bestimmte Reihenfolge gebracht, bedeuten. Dann lässt sich c, und zwar nur auf eine Weise, in der Form darstellen:

$$c = \pi^{(1)} \cdot \pi^{(2)} \cdot \pi^{(3)} \cdot \ldots\ldots \pi^{(n)} \cdot \varepsilon$$

worin ε ein Einheits-μ-Tettarion vorstellt, und $\pi^{(1)}, \pi^{(2)}, \pi^{(3)}, \ldots \pi^{(n)}$ primäre Primtettarionen bezeichnen, deren Normen der Reihe nach gleich $p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}, \ldots p^{(n)}$ sind.

Bemerkung: An Stelle des linksseitigen kann der rechtsseitige Divisionsalgorithmus treten. Es ergibt sich dann, bei derselben einschränkenden Voraussetzung, dass nämlich unter den $p^{(i)}$ $(i = 1, 2, 3, \ldots n)$ nicht zwei gleiche auftreten, die ebenfalls eindeutig bestimmte Zerlegung des primitiven μ-Tettarions c:

$$c = \bar{\varepsilon} \cdot \bar{\pi}^{(1)} \cdot \bar{\pi}^{(2)} \cdot \ldots\ldots \cdot \bar{\pi}^{(n)}.$$

4. Zweiter Fall: Die Primfaktoren $p^{(i)}$ sind nicht alle von einander verschieden. Ganz wie im ersten Falle ergeben sich aus (2) die Gleichungen (3), (4) und (5), ebenso die Tatsache, dass $c^{(1)}$ wieder primitiv ist und dass $N(\pi^{(1)}) \neq 1$ eine positive ganzzahlige Potenz der Primzahl $p^{(1)}$ sein muss. — Ist $N(\pi^{(1)}) = p^{(1)}$, so behalten die im ersten Falle gezogenen Schlüsse ihre Gültigkeit: ist aber $N(\pi^{(1)}) = [p^{(1)}]^{2+i}$ $(i = 0, 1, 2, \ldots \mu - 3)$, so ist zwar $\pi^{(1)}$ immer unzweideutig bestimmt als linksseitiger primärer grösster gemeinsamer Teiler. In diesem Falle lässt sich schreiben (§ 7, 6):

$$\pi^{(1)} = \varepsilon \cdot d \cdot \varepsilon$$

unter d ein Diagonal-μ-Tettarion von der Norm $[p^{(1)}]^{2+i}$ verstanden. Dasselbe kann in ein Produkt aus $(2+i)$ anderen Diagonal-μ-Tettarionen $d^{(\varkappa)}$ von der Norm $p^{(1)}$ zerlegt werden (§ 13, 5):

$$d = d^{(1)} \cdot d^{(2)} \cdot \ldots\ldots \cdot d^{(\varkappa)} \cdot \ldots\ldots \cdot d^{(1+i)} \cdot d^{(2+i)} \tag{6}$$

$$N(d^{(1)}) = N(d^{(2)}) = \ldots\ldots = N(d^{(\varkappa)}) = \ldots\ldots = N(d^{(2+i)}) = p^{(1)}.$$

Dann ist:

$$\pi^{(1)} = \varepsilon\, d\, \bar{\varepsilon} = \varepsilon \cdot d^{(1)} \cdot d^{(2)} \cdot d^{(3)} \ldots\ldots d^{(1+i)} \cdot d^{(2+i)} \cdot \bar{\varepsilon}$$
$$= a \cdot d^{(2)} \cdot d^{(3)} \ldots\ldots d^{(1+i)} \cdot b$$

wobei $a = \varepsilon \cdot d^{(1)}$ und $b = d^{(2+i)} \cdot \bar{\varepsilon}$

gesetzt wurde. Nun sind a und b wohl Primtettarionen, da ihre Norm gleich der rationalen Primzahl $p^{(1)}$ ist (v. § 13, 3); aber sie sind nicht notwendigerweise primär. Ferner sind sie nicht unzweideutig bestimmt, weil die Reihenfolge der $d^{(\varkappa)}$ in (6) beliebig ist und, wenn r und s irgend zwei von einander verschiedene Zahlen aus der Reihe $1, 2, \ldots 1+i, 2+i$ bedeuten, man eben so gut setzen könnte:

$$a = \varepsilon \cdot d^{(r)} \text{ und } b = d^{(s)} \cdot \bar{\varepsilon}$$

ohne die Richtigkeit der Gleichung $\pi^{(1)} = a \cdot \ldots\ldots \cdot d^{(\varkappa)} \cdot \ldots\ldots \cdot b$ aufzuheben.

Demnach lässt sich c stets in ein Produkt aus Primtettarionen zerlegen, so dass entweder jeder einzelne Faktor für sich, oder doch jeweilen das Produkt aus je $\varkappa$ nebeneinander stehenden primär ist, wobei $\varkappa$ einen der Werte $1, 2, \ldots\ldots \mu-1$ annehmen kann.

Die Zerlegung von c in Primtettarionen ist sicher dann mehrdeutig, wenn c nicht Diagonaltettarion ist und überdies unter den Primfaktoren von $N(c)$ mehr als je $(\mu-1)$ einander gleich sind und dieselben nicht nebeneinander stehen, wie aus Gleichung (5) ersichtlich ist.

5. Die Mehrdeutigkeit der Zerlegung wird verringert, wenn in $N(c)$ je alle gleichen Primfaktoren nebeneinander stehen und zu einer Potenz vereinigt werden. Dies ergibt folgenden Spezialfall des Zerlegungssatzes:

Bezeichnet c ein primitives, ganzes μ-Tettarion, aber nicht ein Diagonaltettarion, und ist seine Norm

$$N(c) = p^{\alpha_1} \cdot q^{\alpha_2} \cdot \ldots\ldots t^{\alpha_n}$$

unter $p, q, \ldots\ldots t$ lauter von einander und von 1 verschiedene Primzahlen verstanden, so lässt sich c, wenn mindestens einer der Exponenten $\alpha_i > 1$ ist, im allgemeinen auf mehrere Arten, in die Form setzen:

$$c = \pi^{(1)} \cdot \pi^{(2)} \cdot \ldots\ldots \cdot \pi^{(\alpha_1)} \cdot \varkappa^{(1)} \cdot \varkappa^{(2)} \cdot \ldots\ldots \cdot \varkappa^{(\alpha_2)} \cdot \ldots\ldots \cdot \tau^{(1)} \cdot \tau^{(2)} \cdot \ldots\ldots \cdot \tau^{(\alpha_n)} \cdot \varepsilon$$

unter $\pi^{(1)}, \pi^{(2)}, \ldots \pi^{(\alpha_1)}$ Primtettarionen von der Norm p, ferner unter $\varkappa^{(1)}, \varkappa^{(2)}, \ldots \varkappa^{(\alpha_2)}$ solche von der Norm q, u. s. w., schliesslich unter $\tau^{(1)}$,

$\tau^{(2)}, \ldots \tau^{(\alpha_n)}$ *solche von der Norm t, und unter* ε *ein Einheits-*μ*-Tettarion verstanden. Hierbei sind die Produkte aus je* λ *nebeneinander stehenden Faktoren primär, wo* λ *eine der Zahlen* $1, 2, \ldots \alpha_i$ $(i = 1, 2, \ldots n)$ *bedeutet.*

6. Dass unter den $\pi^{(i)}$, den $\varkappa^{(i)}$, u. s. f. niemals zwei konjugierte nebeneinander stehen, leuchtet unmittelbar ein, denn „konjugierte" treten überhaupt nicht auf, weil die Norm eines „konjugierten" μ-Tettarions nicht eine Primzahl sein kann, sobald $\mu > 2$. Ferner kommen unter den $\pi^{(i)}$, den $\varkappa^{(i)}$, u. s. f. auch nirgends μ nebeneinander zu stehen von der Beschaffenheit, dass das Produkt der $(\mu-1)$ ersten unter ihnen gleich dem konjugierten des μ^{ten} wäre; sonst würde ja das Produkt aus diesen μ nebeneinander stehenden ein reelles μ-Tettarion r ergeben, und hieraus würde folgen, dass c nicht primitiv ist, im Gegensatze zur ausdrücklichen Voraussetzung. μ-Tettarionen, die in dieser speziellen Beziehung zu einander stehen, mögen der Kürze des Ausdruckes halber durch eine besondere Benennung charakterisiert werden:

Bedeuten $a^{(1)}, a^{(2)}, \ldots\ldots\ldots\ldots a^{(\mu)}$ gewisse ganze μ-Tettarionen von gleicher Norm

$$N(a^{(1)}) = N(a^{(2)}) = \ldots\ldots\ldots = N(a^{(\mu)})$$

und ist überdies ein Produkt aus $(\mu-1)$ nebeneinander stehenden unter ihnen gleich dem zum μ^{ten} konjugierten, etwa

$$a^{(1)} \cdot a^{(2)} \cdot \ldots\ldots \cdot a^{(\mu-1)} = (A^{(\mu)})'$$

so heissen diese μ-Tettarionen „zu einander semikonjugiert". Diese Definition soll auch dann noch gelten, wenn die betreffenden Faktoren, deren Produkt reell ist, nicht direkt nebeneinander stehen, aber infolge Vertauschbarkeit nebeneinander zu stehen kommen können.

Bei Düotettarionen $(\mu = 2)$ ist „semikonjugiert" identisch mit „konjugiert".

7. Unter Benutzung dieser Ausdrucksweise lässt sich der Zerlegungssatz für Diagonaltettarionen (§ 13, 5) folgendermassen umkehren:

Ein Produkt aus beliebig vielen ganzen Diagonalprimtettarionen stellt ein primitives Diagonal-μ*-Tettarion vor, wenn unter den Faktoren nicht* μ *zu einander semikonjugierte auftreten.* Dies folgt einerseits aus der Tatsache, dass die Diagonal-μ-Tettarionen ein Hypo-μ-Tettarionensystem mit kommutativer Multiplikation bilden, andererseits aus der getroffenen Annahme (v. § 4, 8).

8. Es gilt auch die Umkehrung des speziellen Zerlegungssatzes von § 14, 3:

Ein Produkt aus primären Primtettarionen:

$$\pi^{(1)} \cdot \pi^{(2)} \cdot \pi^{(3)} \cdot \; \ldots\ldots \; \cdot \pi^{(n)}$$

in welchem $\pi^{(1)}$ *die Norm* $p^{(1)}$, $\pi^{(2)}$ *die Norm* $p^{(2)}$, *u. s. f., schliesslich* $\pi^{(n)}$ *die Norm* $p^{(n)}$ *haben, unter* $p^{(1)}, p^{(2)} \ldots . p^{(n)}$ *lauter von einander und von 1 verschiedene rationale Primzahlen verstanden, stellt immer ein primitives* μ*-Tettarion dar.*

Der Beweis wird am einfachsten durch den Schluss der vollständigen Induktion geführt: man nimmt an, der Satz sei für alle Produkte aus n Faktoren bereits bewiesen, und folgert hieraus seine Richtigkeit für irgendwelches Produkt aus $(n+1)$ Faktoren; dann ist seine Allgemeingültigkeit nachgewiesen, weil er für $n = 1$ zutrifft (§ 14, 2). — Mit Beibehalt der in der Aussage getroffenen Voraussetzungen sei

$$\pi^{(2)} \cdot \pi^{(3)} \cdot \; \ldots\ldots \; \cdot \pi^{(n)} = c$$

ein primitives μ-Tettarion, und $\pi^{(1)}$ ein primäres Primtettarion von der Norm $p^{(1)}$. Es ist zu zeigen, dass das Produkt

$$\pi^{(1)} \cdot \pi^{(2)} \cdot \pi^{(3)} \cdot \; \ldots\ldots \; \cdot \pi^{(n)} = \pi^{(1)} \cdot c$$

wieder primitiv ist, mit andern Worten, dass der grösste gemeinschaftliche Teiler m der μ^2 Komponenten von $\pi^{(1)} \cdot c$ gleich 1 sein muss. Wäre das nicht der Fall, sondern $m \neq 1$, so würde $\pi^{(1)} \cdot c = m \cdot C$, somit auch $(\Pi^{(1)})' \cdot \pi^{(1)} \cdot c = N(\pi^{(1)}) \cdot c = m\,(\Pi^{(1)})' \cdot C$, durch m teilbar sein. Da c primitiv vorausgesetzt wurde, müsste demnach $N(\pi^{(1)}) = p^{(1)}$ ein Vielfaches von m sein, und dies würde $m = p^{(1)}$ nach sich ziehen, weil $p^{(1)}$ als Primzahl und $m \neq 1$ vorausgesetzt ist.

Vorige Gleichungen ergäben dann:

$$\pi^{(1)} \cdot \pi^{(2)} \cdot \pi^{(3)} \cdot \ldots . \cdot \pi^{(n)} = \pi^{(1)} \cdot c = p^{(1)} \cdot C = N(\pi^{(1)}) \cdot C = \pi^{(1)} \cdot (\Pi^{(1)})' \cdot C$$

woraus nach linksseitiger Multiplikation mit $(\pi^{(1)})^{-1}$:

$$\pi^{(2)} \cdot \pi^{(3)} \cdot \; \ldots . \; \cdot \pi^{(n)} = c = (\Pi^{(1)})' \cdot C.$$

Auf diese Weise hätte man zwei verschiedene Darstellungen von c erzielt. Dies steht aber im Widerspruche zum Zerlegungssatze von § 14, 3. Die Annahme $m \neq 1$ ist somit auszuschliessen.

Bemerkung: Derselbe Widerspruch ergibt sich im allgemeinen nicht, sobald in $N(c)$ ein und dieselbe Primzahl mehrmals als Faktor auftritt, wenn also mehrere der Primtettarionen $\pi^{(i)}$ dieselbe Norm haben. Dass der Zerlegungssatz in diesem Falle sich nicht immer umkehren lässt, erkennt man auch direkt an folgendem Beispiele:

Bedeuten p und q zwei rationale, von einander und von 1 verschiedene positive Primzahlen, so gibt es $(1 + p + p^2)$ verschiedene primäre Primtritettarionen ($\mu = 3$) von der Norm p, die sämtlich

auch primitiv sind; ebenso gibt es $(1+q+q^2)$ von einander verschiedene primäre primitive Primtritettarionen von der Norm q (§ 9, 7 und § 14, 2). Eine leichte direkte Abzählung ergibt nun die Existenz von $(1+p+p^2)(1+q+q^2)$ primitiven, primären, sämtlich von einander verschiedenen Tritettarionen von der Norm $p \cdot q$; hingegen existieren nicht $(1+p+p^2)\cdot(1+p+p^2)$, sondern nur $(1+p+p^2)\cdot(1+p^2)$ von einander verschiedene primäre primitive Tritettarionen von der Norm p^2.

Kapitel V.

Tettarionenkongruenzen.

§ 15. Definitionen. Die rechts- und die linksseitigen Kongruenzen.

1. Eine weitere Folge der Nichtkommutativität der Multiplikation ist der Umstand, dass im Gebiete der μ-Tettarionen sich zwei Kategorien von Kongruenzen unterscheiden lassen.

Zwei beliebige μ-Tettarionen a und b sollen „rechtsseitig kongruent nach dem Modul c" heissen, wenn ihre Differenz $a-b$ durch das ganze μ-Tettarion c rechtsseitig teilbar ist; in Zeichen:

$$a \underset{r}{\equiv} b \pmod{c}.$$

Dies bedeutet: es existiert ein *ganzes* μ-Tettarion $g = \sum_{i,\varkappa}^{1\ldots\mu} g_{i,\varkappa} \cdot e^{(i,\varkappa)}$ derart, dass $a-b=g\cdot c$. Diese Definition kann auch dann aufrecht erhalten bleiben, wenn die Komponenten von a und von b nicht rationale ganze Zahlen sind.

2. Die für rechtsseitige Tettarionenkongruenzen geltenden Gesetze sind denjenigen, welche die Kongruenzen zwischen rationalen ganzen Zahlen beherrschen, ähnlich. Die elementaren unter ihnen sollen hier angeführt werden. Zuvörderst sei bemerkt, dass der Modul einer rechtsseitigen Kongruenz immer linksseitig primär und von positiver Norm vorausgesetzt werden darf; denn:

Sind zwei μ-Tettarionen rechtsseitig kongruent nach einem Modul c, so sind sie es auch nach jedem zu c linksseitig assoziierten μ-Tettarion als Modul.

Ist nämlich $a-b=g\cdot c$, so ist auch $a-b=g\cdot(\varepsilon^{-1}\cdot\varepsilon)\,c = g\varepsilon^{-1}\cdot\varepsilon c = f\cdot(\varepsilon c)$ d. h. $a \underset{r}{\equiv} b \pmod{\varepsilon c}$.

Eine rechtsseitige Kongruenz bleibt bestehen, wenn man ihre beiden Seiten vertauscht; denn aus $a-b=g\cdot c$ folgt: $b-a=(-g)\cdot c$, d. h.: $b \underset{r}{\equiv} a \pmod{c}$. Die Eigenschaft zweier μ-Tettarionen, rechtsseitig kongruent zu sein nach einem gewissen Modul, ist somit eine gegenseitige.

Sind zwei μ-Tettarionen a und b demselben dritten t rechtsseitig kongruent $(mod\ c)$, so sind sie, nach demselben Modul c, auch einander rechtsseitig kongruent.

Aus $a \underset{r}{\equiv} t\ (mod\ c)$ folgt: $a - t = g \cdot c$

„ $b \underset{r}{\equiv} t\ (mod\ c)$ „ $b - t = f \cdot c$

Hieraus: $a \underset{r}{\equiv} b\ (mod\ c)$, weil: $a - b = (g - f) \cdot c = g^{(1)} \cdot c$.

Jedes μ-Tettarion ist sich selbst rechtsseitig kongruent nach einem beliebigen Modul, denn:

$$a - a = 0 \cdot t, \text{ für jedes } t; \text{ d. h.: } a \underset{r}{\equiv} a\ (mod\ t).$$

Nach einem Einheitstettarion ε als Modul sind zwei beliebige ganze μ-Tettarionen rechtsseitig kongruent; denn:

$$a - b = (a - b)(\varepsilon^{-1} \cdot \varepsilon) = [(a - b) \cdot \varepsilon^{-1}] \cdot \varepsilon = g \cdot \varepsilon$$

ist gleichbedeutend mit: $a \underset{r}{\equiv} b\ (mod\ \varepsilon)$, für beliebige a und b, wenn nur ihre Differenz $a - b$ ein ganzes μ-Tettarion ist, was sicher zutrifft, sobald a und b ganz sind.

Sind zwei μ-Tettarionen rechtsseitig kongruent nach dem Modul c, so sind sie es auch nach jedem rechtsseitigen Divisor von c als Modul: Aus $a \underset{r}{\equiv} b\ (mod\ c)$, oder $a - b = g \cdot c$ und: $c = g^{(1)} \cdot c^{(1)}$ folgt:

$$a - b = g \cdot g^{(1)} \cdot c^{(1)} = f \cdot c^{(1)}, \quad \text{d. h.: } a \underset{r}{\equiv} b\ (mod\ c^{(1)}).$$

3. *Rechtsseitige Kongruenzen mit gleichem Modul c dürfen wie Gleichungen addiert und subtrahiert werden.*

$$\text{Aus} \begin{cases} a \underset{r}{\equiv} b\ (mod\ c) & \text{oder:} \quad a - b = g \cdot c \\ t \underset{r}{\equiv} s\ (mod\ c) & \text{oder:} \quad t - s = f \cdot c \end{cases}$$

folgt: $a \pm t \underset{r}{\equiv} b \pm s\ (mod\ c)$, denn: $(a \pm t) - (b \pm s) = (g \pm f)\, c = g^{(1)} \cdot c$.

Eine rechtsseitige Kongruenz bleibt bestehen, wenn man ihre beiden Seiten mit demselben ganzen μ-Tettarion linksseitig multipliziert: Zugleich mit $a \underset{r}{\equiv} b\ (mod\ c)$, oder $a - b = g \cdot c$ ist auch: $ta - tb = tg \cdot c = f \cdot c$ d.h. $ta \underset{r}{\equiv} tb\ (mod\ c)$.

Eine rechtsseitige Kongruenz darf, ohne Veränderung ihres Moduls, mit einem ganzen Tettarion v auch rechtsseitig multipliziert werden, wenn das betreffende v mit dem Modul der Kongruenz vertauschbar ist.

Beweis: Aus $a \underset{r}{\equiv} b\ (mod\ c)$, oder: $a - b = g \cdot c$ folgt:

$$a v - b v = g \cdot c \cdot v = g \cdot v \cdot c = (g v) \cdot c = f \cdot c, \text{ d. h.:}$$

$$a v \underset{r}{\equiv} b v\ (mod\ c).$$

Hieraus erhellt, dass diese Vertauschbarkeit eine hinreichende, aber nicht eine notwendige Bedingung ist. Es genügt die Existenz eines ganzen μ-Tettarions w derart, dass $c \cdot v = w \cdot c$.

4. Es mögen $g^{(i)}$ $(i = 1, 2, 3, \ldots)$ gewisse ganze μ-Tettarionen vorstellen. Die zwei Kongruenzen

$$a \underset{r}{\equiv} b \ (mod\ c) \qquad \text{und} \qquad f \underset{r}{\equiv} d \ (mod\ c)$$

sind dann, definitionsgemäss, gleichbedeutend mit den Gleichungen:

$$a - b = g^{(1)} \cdot c \qquad \text{und} \qquad f - d = g^{(2)} \cdot c.$$

Aus ihnen zieht man:

$$\begin{aligned} f \cdot a - d \cdot b &= f \cdot g^{(1)} \cdot c + g^{(2)} \cdot c \cdot b \\ &= d \cdot g^{(1)} \cdot c + g^{(2)} \cdot c \cdot a. \end{aligned}$$

Existiert nun ein ganzes μ-Tettarion β derart, dass $c \cdot b = \beta \cdot c$, so wird:

$$f \cdot a - d \cdot b = [f \cdot g^{(1)} + g^{(2)} \cdot \beta] \cdot c = g^{(3)} \cdot c \quad \text{d. h.:}$$

$$f a \underset{r}{\equiv} d b \ (mod\ c).$$

Im Gegensatze zu Zahlenkongruenzen lassen sich demnach rechtsseitige Tettarionenkongruenzen im allgemeinen nicht Seite für Seite miteinander multiplizieren, sondern nur unter der durch obige Gleichung ausgedrückten Bedingung.

Diese ist insbesondere dann erfüllt, wenn alle auftretenden Tettarionen Diagonaltettarionen sind. (Dann ist $\beta = b$.)

5. Zwei beliebige μ-Tettarionen a und b mögen „linksseitig kongruent nach dem Modul c" heissen, in Zeichen:

$$a \underset{l}{\equiv} b \ (mod\ c)$$

wenn das ganze μ-Tettarion c in der Differenz $a - b$ linksseitig aufgeht. Es existiert dann ein *ganzes* μ-Tettarion g derart, dass

$$a - b = c \cdot g.$$

Dem Inversionsprinzipe zufolge gelten für linksseitige Kongruenzen Gesetze, die denjenigen für rechtsseitige Kongruenzen genau entsprechen. Die betreffenden Theoreme ergeben sich in bekannter Weise aus obigen Eigenschaften 2 bis 4. Dasselbe gilt von folgendem Satze: *Sind die μ-Tettarionen a und b rechtsseitig kongruent nach dem Modul c, so sind ihre transponierten a' und b' linksseitig kongruent nach dem transponierten Modul c'.*

Denn $a \underset{r}{\equiv} b \ (mod\ c)$ ist gleichbedeutend mit $a - b = g \cdot c$, und hieraus folgt: $(a - b)' = (g \cdot c)'$, oder: $a' - b' = c' \cdot g'$, d. h.:

$$a' \underset{l}{\equiv} b' \ (mod\ c').$$

6. Bedeuten a, b, d Diagonal-μ-Tettarionen, von welchen das letztere d ganz ist, so folgt aus $a \underset{r}{\equiv} b \ (mod\ d)$:

$$a - b = g \cdot d = d \cdot g, \text{ also auch: } a \underset{l}{\equiv} b \ (mod\ d),$$

weil Diagonaltettarionen kommutative Multiplikation besitzen. *Bei Kongruenzen, in welchen ausschliesslich Diagonaltettarionen auftreten, kann der Zusatz „rechtsseitig" oder „linksseitig" fortgelassen und das gewöhnliche Zeichen der Kongruenz: $a \equiv b \pmod{d}$ gebraucht werden.*

§ 16. Tettarionenkongruenzen, deren Modul eine rationale ganze Zahl ist. Vollständiges Restsystem. Wurzeln der Kongruenzen ersten Grades.

1. Bedeuten a und b zwei μ-Tettarionen, und r eine rationale, von Null verschiedene ganze Zahl, so lässt sich die Gleichung:

$$a - b = g \cdot r \qquad \text{auch schreiben:} \qquad a - b = r \cdot g$$

(v. § 2, 7). Diese Gleichungen sind aber gleichbedeutend mit:

$$a \equiv_r b \pmod{r} \qquad \text{und} \qquad a \equiv_l b \pmod{r}$$

und lehren: *Wenn zwei μ-Tettarionen rechtsseitig kongruent sind nach einem reellen Tettarion als Modul, so sind dieselben nach dem nämlichen Modul auch linksseitig kongruent.* Der Zusatz „rechts-" oder „linksseitig" darf somit fortgelassen und das gewöhnliche Zeichen der Kongruenz (sowie auch des Quotienten) angewendet werden, sobald der Modul eine rationale ganze Zahl ist. Die Eigenschaften dieser von jetzt ab ausschliesslich in Betracht fallenden Kongruenzen lassen sich folgendermassen zusammenfassen:

Zwei μ-Tettarionen a und b heissen „kongruent nach einer rationalen ganzen Zahl $m \neq 0$ als Modul", wenn ihre Differenz $a - b$ durch m teilbar ist:

$$a \equiv b \pmod{m} \tag{1}$$

Die entsprechenden Seiten solcher Kongruenzen dürfen wie Gleichungen zu einander addiert, von einander subtrahiert, mit einander oder mit einem beliebigen ganzen μ-Tettarion multipliziert werden.

Zugleich mit (1) besteht auch immer die Kongruenz

$$a' \equiv b' \pmod{m}. \tag{1'}$$

2. Ähnlich wie eine einzige Gleichung zwischen μ-Tettarionen μ^2 Gleichungen zwischen rationalen Zahlen äquivalent ist, kommt auch eine einzige Kongruenz zwischen μ-Tettarionen μ^2 Kongruenzen zwischen gewöhnlichen reellen Zahlen gleich, wie aus der Definition 1 hervorgeht. Ist $a \equiv b \pmod{m}$, so müssen die μ^2 Komponenten $a_{i,\varkappa}$ der Reihe nach den entsprechenden μ^2 Komponenten $b_{i,\varkappa}$ kongruent sein *modulo m:*

$$a_{i,\varkappa} \equiv b_{i,\varkappa} \pmod{m} \quad (i, \varkappa = 1, 2, \ldots, \mu). \tag{2}$$

Die für reelle Zahlen geltenden Lehrsätze kann man ohne weiteres auf vorige Kongruenzen (2) anwenden und daraus Folgerungen für diese speziellen Tettarionenkongruenzen ziehen. So ist z. B. jedes durch ausschliessliche Anwendung von Addition, Subtraktion und Multiplikation gebildete Aggregat der $a_{i,\varkappa}$ kongruent dem „entsprechenden“ Aggregate der $b_{i,\varkappa}$, insbesondere die Adjunkten $A_{i,\varkappa} \equiv B_{i,\varkappa}$ $(mod\ m)$ (§ 3, 2). Diese Tatsache lässt sich auch folgendermassen formulieren:

Sind zwei beliebige μ-Tettarionen nach einer ganzen Zahl $m \neq 0$ als Modul einander kongruent, so sind es auch je ihre transponierten, ihre adjungierten, ihre konjugierten, ihre Normen, nach dem nämlichen Modul m (v. § 16, 1).

Zugleich mit $a \equiv b\ (mod\ m)$ gilt stets auch:

$$\left.\begin{array}{r} a' \equiv b' \\ A \equiv B \\ A' \equiv B' \\ N(a) \equiv N(b) \end{array}\right| \ (mod\ m).$$

3. Durchläuft jede einzelne Komponente eines ganzen μ-Tettarions, unabhängig von den übrigen, je ein vollständiges Restsystem *modulo* m, so entstehen m^{μ^2} verschiedene ganze μ-Tettarionen $r^{(\lambda)}$ $(\lambda = 1, 2, 3, \ldots m^{\mu^2})$, die alle unter einander inkongruent sind *modulo* m, da jeweilen mindestens eine der Kongruenzen (2) nicht stattfindet. Dann ist jedes ganze μ-Tettarion irgend einem dieser $r^{(\lambda)}$, und auch nur einem derselben, kongruent *modulo* m. — Denkt man sich alle ganzen μ-Tettarionen in Klassen eingeteilt nach dem Prinzipe, dass zwei Tettarionen jedesmal in dieselbe Klasse geworfen werden oder nicht, je nachdem sie *modulo* m kongruent sind oder nicht, so entstehen auf diese Art m^{μ^2} verschiedene Tettarionenklassen, und aus jeder derselben enthält das System der obigen $r^{(\lambda)}$ einen und nur einen Repräsentanten. Dieses System der $r^{(\lambda)}$ bildet somit „ein vollständiges Restsystem *modulo* m“. Im Bereiche der ganzen μ-Tettarionen besteht „e i n v o l l s t ä n d i g e s R e s t s y s t e m $(mod\ m)$“ aus m^{μ^2} Tettarionen, die sich ergeben, wenn man die μ^2 Komponenten eines μ-Tettarions unabhängig von einander je ein vollständiges Restsystem $(mod\ m)$ durchlaufen lässt. Am einfachsten geschieht dies, wenn die μ^2 Komponenten je ein und dasselbe vollständige Restsystem $(mod\ m)$ durchlaufen, etwa die kleinsten nicht negativen m ganzen Zahlen: $0, 1, 2, \ldots (m-1)$.

4. Da eine Division durch ein ganzes μ-Tettarion g einer Multiplikation mit $\frac{G'}{N(g)}$ gleichbedeutend ist (v. § 4, 4 und 5), ergibt sich auf Grund von § 16, 2 der Satz:

Eine Tettarionenkongruenz mit rationaler ganzer Zahl m als Modul darf man, ohne den Modul m zu verändern, nur dann durch ein ganzes μ-Tettarion g links- oder rechtsseitig dividieren, wenn die Norm des Divisors g relative Primzahl gegen den Modul m ist.

5. Kommt es vor, dass eine oder beide Seiten einer Kongruenz ein unbestimmtes μ-Tettarion x, oder deren mehrere: $x, y, \ldots$ enthalten, so entsteht die Aufgabe, eine Kongruenz „aufzulösen", d. h. diejenigen ganzen μ-Tettarionen $x, y, \ldots$ zu bestimmen, welche „Wurzeln" der Kongruenz sind, durch welche die zwei Seiten der Kongruenz einander wirklich kongruent werden.

Wir nehmen an, die vorgelegte Kongruenz enthalte nur eine Unbekannte $x = \sum_{i,\kappa}^{1\ldots\mu} x_{i,\kappa} \cdot e^{(i,\kappa)}$, und habe die Form $R(x) \equiv 0 \pmod{m}$, wo $R(x)$ eine rationale Funktion mit ganzzahligen Koeffizienten bedeutet. Wir erörtern nur den Fall von Tettarionenkongruenzen ersten Grades; sie lassen sich in die Gestalt bringen:

$$a \cdot x \equiv b \pmod{m}$$

$$\text{oder: } x \cdot a \equiv b \pmod{m}.$$

Sind $N(a)$ und m teilerfremd, so existieren rationale ganze Zahlen r und s von der Eigenschaft, dass

$$r \cdot N(a) - s \cdot m = 1, \quad \text{oder: } r \cdot A' \cdot a + s \cdot m = 1$$

$$\text{d. h.: } r \cdot A' a \equiv 1 \pmod{m}$$

wird. Soll nun $a \cdot x \equiv b \pmod{m}$ sein, so muss auch:

$$r A' \cdot a \cdot x \equiv r A' \cdot b \pmod{m},$$

$$\text{also: } 1 \cdot x \equiv r A' \cdot b \pmod{m} \text{ sein.}$$

Dieses x ist auch wirklich „Wurzel" der vorgelegten Kongruenz, denn aus: $a \cdot x \equiv b \pmod{m}$ wird:

$a \cdot r A' b \equiv b \pmod{m}$, d. h.: $r \cdot N(a) \cdot b \equiv b$, d. h.: $b \equiv b \pmod{m}$, weil $r \cdot N(a) \equiv 1 \pmod{m}$ vorausgesetzt wurde.

Hierdurch ist ein Mittel angegeben, Kongruenzen ersten Grades mit einer Unbekannten aufzulösen, und zugleich folgender Satz bewiesen:

Eine hinreichende Bedingung für die Auflösbarkeit der Kongruenz $a \cdot x \equiv b \pmod{m}$ in ganzen μ-Tettarionen x lautet: $N(a)$ teilerfremd gegen m. Ist diese Bedingung erfüllt, so besitzt die Kongruenz eine und nur eine Lösung $x \pmod{m}$, nämlich:

$$x \equiv r A' b \pmod{m}$$

wobei r eine Wurzel von $r \cdot N(a) \equiv 1 \pmod{m}$ bedeutet.

6. Eleganter gestaltet sich die Theorie der Tettarionenkongruenzen, wenn man sie auf den Begriff des Tettarionenideals stützt.

Definitionsgemäss ist die Kongruenz

$$a \cdot x \equiv b \,(mod\; m) \tag{3}$$

mit der unbestimmten Gleichung

$$a \cdot x + m \cdot y = b \tag{4}$$

gleichbedeutend. Ihre Auflösbarkeit verlangt also, dass das aus a und m erzeugte linksseitige Ideal $(a \cdot g + m \cdot f)$ das μ-Tettarion b enthalte. Dieses Ideal ist aber identisch mit dem Hauptideale $(d \cdot g)$, wo d einen linksseitigen grössten gemeinsamen Teiler von a und m bedeutet; derselbe muss somit auch linksstehender Divisor von b sein, etwa

$$a = d \cdot \alpha, \quad m = d \cdot \nu; \quad b = d \cdot \beta. \tag{5}$$

Ist diese Bedingung erfüllt, so gibt es ganze μ-Tettarionen x und y derart, dass

$$d \cdot \alpha \cdot x + d \cdot \nu \cdot y = d \cdot \beta \tag{6'}$$

wird. Aus $m = d \cdot \nu$ ist ersichtlich, dass d nicht Nullteiler ist. Somit reduziert sich vorige Gleichung auf

$$\alpha \cdot x + \nu \cdot y = \beta \tag{6}$$

$$\alpha \cdot x \equiv \beta \,(mod\; \nu).$$

Diese letztere Kongruenz, in welcher α und ν teilerfremd sind, besitzt *modulo* ν mindestens eine Lösung; denn sie ist gleichbedeutend mit der Gleichung (6), und diese besagt, dass β im linksseitigen Ideale $(\alpha g + \nu f)$ auftreten muss, was sicher zutrifft, da besagtes Ideal mit dem Hauptideale $(g \cdot 1)$ identisch ist und somit alle ganzen μ-Tettarionen enthält.

Dass jede Lösung von (6) auch Wurzel der vorgelegten Kongruenz (3) ist, lehren die Gleichungen (5) und (6') unmittelbar.

7. Nimmt man in den drei Gleichungen (5) die Normen, so ist durch vorige Überlegungen folgender Satz bewiesen:

Die notwendige und hinreichende Bedingung für die Auflösbarkeit der Kongruenz $a \cdot x \equiv b \,(mod\; m)$ in ganzen μ-Tettarionen x besteht darin, dass der grösste gemeinschaftliche Divisor von $N(a)$ und $N(m) = m''$ auch in $N(b)$ aufgehe.

Als obere Schranke für die Anzahl der *modulo* m inkongruenten Wurzeln lässt sich m''^2 angeben; denn bedeutet $x^{(0)}$ irgend eine Lösung der Kongruenz (6), so ist jede Wurzel von (3) in der Form $x^{(0)} + p \cdot \nu$ enthalten, wo p ein beliebiges ganzes μ-Tettarion vorstellt und ν das in (5) definierte $\nu = d^{-1} \cdot m$, also nicht notwendigerweise ein reelles μ-Tettarion bedeutet.

Bemerkung: Dem Inversionsprinzipe zufolge gelten dieselben Sätze 5 und 7 auch für die Kongruenz $x \cdot a \equiv b \,(mod\; m)$, welche die Wurzel $x \equiv b\,A'r \,(mod\; m)$ besitzt.

Kapitel VI.

Nullteilerideale.

§ 17. Definitionen; r-kolonnige und r-zeilige Nullteiler; Pseudonorm; Singuläre Nullteiler; Grösste gemeinschaftliche Divisoren von Nullteilern.

1. Ein rechts- oder linksseitiges Nullteilerideal ist ein solches, das ausschliesslich aus Nullteilern besteht. — Von § 12, 1 ab wurden dieselben aus der Betrachtung ausgeschlossen und sollen nun hier näher untersucht werden. Der Kürze des Ausdruckes halber seien folgende weitere Benennungen eingeführt:

Ein beliebiges μ-Tettarion soll „r-kolonnig" [bezw. „r-zeilig"] heissen, wenn r Kolonnen [bezw. Zeilen] seines Komponentensystems je mindestens eine von Null verschiedene Komponente aufweisen, während zugleich alle übrigen $(\mu - r)$ Kolonnen [bezw. Zeilen] lauter Nullen enthalten. Hierbei bedeutet r eine der Zahlen $1, 2, \ldots . \mu - 1$.

Der Einfachheit halber werden wir von jetzt ab voraussetzen, die betreffenden nicht ausschliesslich aus Nullen bestehenden Reihen seien die r ersten. Diese Voraussetzung ist nicht eine Beschränkung der Allgemeinheit, denn im entgegengesetzten Falle liesse sich, durch Multiplikation mit den früher definierten $\beta^{(\iota, \varkappa)}$, eine entsprechende Vertauschung der Reihen erzielen (§ 7, 5).

2. Ein r-kolonniger [bezw. r-zeiliger] Nullteiler heisse „pseudoreell", wenn er ein Diagonaltettarion ist und überdies seine r ersten Diagonalkomponenten einander gleich sind $(r < \mu)$; z. B.:

$$\begin{vmatrix} d_{11}, & 0, & 0 \ldots\ldots\ldots & 0 \\ 0, & d_{11}, & 0 \ldots\ldots\ldots & 0 \\ 0, & 0, & 0 \ldots\ldots\ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot & \cdot \\ 0, & 0, & 0 \ldots\ldots\ldots & 0 \end{vmatrix}$$

ist ein zweikolonniger [bezw. zweizeiliger] pseudoreeller Nullteiler.

3. Bedeutet ϱ den Rang eines ganzen μ-Tettarions g (v. § 8, 4), so sind definitionsgemäss die ϱ ersten Elementarteiler von g, nämlich $e_1, e_2, \ldots . e_\varrho$, positive ganze Zahlen, alle folgenden Elementarteiler $e_{\varrho+1}, e_{\varrho+2}, \ldots . e_\mu$ aber gleich Null. Für einen r-kolonnigen ganzen Nullteiler sind nun zwei Fälle denkbar, die ihrer Wichtigkeit wegen durch besondere Benennungen ausgezeichnet werden mögen:

Ein r-kolonniger [bezw. r-zeiliger] ganzer Nullteiler heisse „singulär" oder „nicht singulär", je nachdem sein Rang kleiner oder gleich r ist.

Ein einkolonniges μ-Tettarion ist demnach niemals singulär.

4. Bedeutet a einen r-kolonnigen [bezw. r-zeiligen] ganzen Nullteiler, so heisse das Produkt aus seinen r ersten Elementarteilern „die Pseudonorm von a“, Bezeichnung: $\psi N(a)$. Man kann demnach die in 3 gegebene Definition auch folgendermassen fassen: *Ein Nullteiler ist singulär oder nicht, je nachdem seine Pseudonorm verschwindet oder von Null verschieden ist.* — Bei einem linksseitig reduzierten r-kolonnigen Nullteiler ist die Pseudonorm auch gleich dem Produkte aus den ersten r Diagonalkomponenten, desgleichen bei einem rechtsseitig reduzierten r-zeiligen Nullteiler.

5. Wir beschränken nun die Betrachtung auf ganze μ-Tettarionen und stellen für solche, unter Beibehalt dieser abkürzenden Bezeichnungen, folgenden Satz auf:

Bedeuten a und m zwei ganze r-kolonnige μ-Tettarionen, wovon das erste a linksseitig reduziert, das zweite m pseudoreell und von Null verschieden ist, so lassen sich stets zwei andere ganze r-kolonnige μ-Tettarionen q und α der Art bestimmen, dass:

$$\textit{entweder:}\quad a = m \cdot q \quad \textit{und} \quad \alpha = 0$$
$$\textit{oder:}\quad a = m \cdot q + \alpha$$

wird, wobei die Pseudonorm des linksseitig reduzierten ganzen r-kolonnigen μ-Tettarions α nicht Null, aber ihrem absoluten Betrage nach kleiner als die Pseudonorm von m ist:

$$0 < |\psi N(\alpha)| < |\psi N(m)| = (m_{11})^r .$$

Der Beweis beruht auf demselben Gedankengange wie in § 10, 1: Ist zunächst a ein Diagonaltettarion:

$$a = \begin{vmatrix} a_{11}, & 0, & \ldots\ldots & 0, & 0, & \ldots\ldots & 0 \\ 0, & a_{22}, & \ldots\ldots & 0, & 0, & \ldots\ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ 0, & 0, & \ldots\ldots & a_{r,r}, & 0, & \ldots\ldots & 0 \\ 0, & 0, & \ldots\ldots & 0, & 0, & \ldots\ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ 0, & 0, & \ldots\ldots & 0, & 0, & \ldots\ldots & 0 \end{vmatrix}$$

so ist jede seiner Komponenten $a_{i,i}$ irgend einer Zahl $\alpha_{i,i}$ aus der Reihe

$$0, \pm 1, \pm 2, \ldots \pm \alpha_{i,i}, \ldots \pm E\left(\frac{m_{11}}{2}\right)$$

kongruent *modulo* m_{11}:

$$a_{i,i} \equiv \alpha_{i,i} \; (mod\; m_{11}).$$

Es existieren demnach r Zahlen $q_{i,i}$ derart, dass:

$$a_{i,i} - m_{11} \cdot q_{i,i} - \alpha_{i,i} < \left|\frac{m_{11}}{2}\right|, \text{ woraus weiter}$$
$$a - m_{11} \cdot q = \alpha$$

folgt, wenn q und α Diagonaltettarionen vorstellen, welche je die Zahlen $q_{i,i}$ und $\alpha_{i,i}$ als Diagonalkomponenten haben.

Sind alle $a_{i,i}$ durch m_{11} teilbar, so bedeutet α das Nulltettarion, und es wird $a = m_{11} \cdot q$; sind nicht alle Komponenten $a_{i,i}$ durch m_{11} teilbar, so ist sicher

$$\psi N(\alpha) \leq \left(\frac{m_{11}}{2}\right)^r .$$

Sollte dabei $\psi N(\alpha)$ verschwinden, so ersetze man diejenigen der r ersten $\alpha_{i,i}$, welche Null sind, durch m_{11} und bestimme in geeigneter Weise die entsprechenden Zahlen $q_{i,i} = \frac{a_{i,i} - \alpha_{i,i}}{m_{11}}$. Es ist dann immer noch $a - m_{11} \cdot q = \alpha$ und zugleich:

$$0 < \psi N(\alpha) < m_{11}^{r-1} \cdot \frac{m_{11}}{2} < m_{11}^r = \psi N(m) .$$

Da endlich $m_{11} \cdot q = m \cdot q$, ist tatsächlich der aufgestellte Satz als gültig erwiesen, wenn a ein Diagonaltettarion bedeutet.

Ist a nicht Diagonaltettarion, aber linksseitig reduziert, so bleiben obige Ausführungen vollständig bestehen: es treten nur Komponenten $a_{i,\varkappa}$ und ihnen entsprechende Zahlen $\alpha_{i,\varkappa}$ auf $(i < \varkappa$; und: $i, \varkappa \leq r)$, die aber bei Bildung von $\psi N(\alpha)$ ganz ohne Einfluss sind.

Ist endlich a ein nicht reduziertes ganzes r-kolonniges μ-Tettarion, so ist es zu einem primären p linksseitig assoziiert. Aus den gefundenen Gleichungen wird dann, bei der ersten Möglichkeit:

$$a = \varepsilon \cdot p = \varepsilon \cdot m_{11}\, q = m_{11} \cdot \varepsilon q = m_{11} \cdot q^{(1)} .$$

Hierbei ist aber $m_{11} \cdot q^{(1)}$ verschieden von $m \cdot q^{(1)}$, wenn das Einheitstettarion ε nicht selbst linksseitig reduziert war, somit der Satz im allgemeinen ungültig, sobald a nicht linksseitig reduziert ist.

6. Die in 3 und 4 gegebenen Definitionen setzen ganze Nullteiler voraus. Man kann aber den Begriff der Pseudonorm auch für beliebige μ-Tettarionen mit irgendwelchen reellen Komponenten durch folgende Überlegungen definieren: Es bedeute b einen nicht notwendigerweise primären, aber linksseitig reduzierten r-kolonnigen Nullteiler, etwa:

$$b = \left| \begin{array}{cccccccc} b_{11}, & b_{12}, & \ldots\ldots & b_{1,r}, & 0, & \ldots\ldots & 0 \\ 0, & b_{22}, & \ldots\ldots & b_{2,r}, & 0, & \ldots\ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ 0, & 0, & \ldots\ldots & b_{r,r}, & 0, & \ldots\ldots & 0 \\ 0, & 0, & \ldots\ldots & 0, & 0, & \ldots\ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ 0, & 0, & \ldots\ldots & 0, & 0, & \ldots\ldots & 0 \end{array} \right|$$

Denkt man sich aus seinem Komponentensysteme diejenigen Elemente herausgehoben, welche den ersten r Kolonnen und Zeilen gemeinsam sind, so entsteht ein gewisses r-Tettarion s:

$$s = \begin{vmatrix} b_{1,1}, & b_{1,2}, & \ldots & b_{1,r} \\ 0, & b_{2,2}, & \ldots & b_{2,r} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0, & 0, & \ldots & b_{r,r} \end{vmatrix}$$

Zu diesem s existiert ein konjugiertes r-Tettarion S' (§ 3, 2 und 3); man mache nun dieses S' zu einem μ-Tettarion durch Hinzufügen von $(\mu - r)$ aus lauter Nullen bestehenden Kolonnen und Zeilen. Auf diese Weise wird aus dem ursprünglichen b ein r-kolonniges μ-Tettarion gebildet, welches „zu b pseudokonjugiert" genannt und mit $\psi B'$ bezeichnet werden soll.

Ein linksseitig reduzierter r-kolonniger Nullteiler b ist mit seinem pseudokonjugierten vertauschbar:

$$b \cdot \psi B' = \psi B' \cdot b, \text{ wenn } b \text{ linksseitig reduziert.}$$

Dieses eindeutig bestimmte Produkt ist ein pseudoreelles μ-Tettarion, dessen Rang höchstens gleich r ist.

7. Bedeutet b ein linksseitig reduziertes r-kolonniges μ-Tettarion mit beliebigen reellen Komponenten, so werde unter der „Pseudonorm von b" das Produkt aus den r ersten Diagonalkomponenten von b verstanden. — Man überzeugt sich auf Grund der gegebenen Sätze leicht, dass für ganze μ-Tettarionen diese Definition der Pseudonorm sich mit der in 4 gegebenen deckt; ferner, dass folgender Satz gilt:

Die Pseudonorm eines Produktes aus r-kolonnigen μ-Tettarionen ist gleich dem Produkte aus den Pseudonormen der einzelnen Faktoren.

8. Von jetzt ab beschränken wir die Betrachtung wieder auf ganze μ-Tettarionen. — Um von einem nicht reduzierteu r-kolonnigen μ-Tettarion t die Pseudonorm zu bestimmen, mache man zuerst das vorgelegte t, durch Multiplikation mit einem geeigneten Einheits-μ-Tettarion ε, zu einem linksseitig primären p, und bestimme von diesem p die Pseudonorm. Assoziierte Nullteiler haben demnach gleiche Pseudonorm.

9. Den Lehrsatz 5 wenden wir auf den Spezialfall an, in welchem $a = t \cdot \psi B'$ und $m = b \cdot \psi B'$ ist, unter t und b ganze linksseitig reduzierte r-kolonnige μ-Tettarionen und unter $\psi B'$ das zu b pseudokonjugierte verstanden. Es darf die Pseudonorm von m nicht Null, also b nicht singulärer Nullteiler sein. Unter dieser Einschränkung

folgt aus obigem Lehrsatze die Existenz von zwei r-kolonnigen ganzen μ-Tettarionen q und α der Art, dass

entweder: $t \cdot \psi B' = (b \cdot \psi B') q$ und $\alpha = 0$

oder: $t \cdot \psi B' = (b \cdot \psi B') \cdot q + \alpha$ und zugleich:

$$0 < | \psi N(\alpha) | < | \psi N(m) | = | (m_{11})^r | = | [\psi N(b)]^r | \qquad (1)$$

Bei der ersten Alternative wird:

$$(t \cdot \psi B') \cdot b = (b \cdot \psi B' \cdot q) \cdot b$$

d. h.: $t \cdot m = m \cdot q\, b.$

Aus den getroffenen Annahmen folgert man: $t \cdot m = m \cdot t$, also:

$$m \cdot (t - q\, b) = 0; \text{ somit } t - q\, b = 0$$
$$t = q \cdot b.$$

Bei der zweiten Alternative wird:

$$t \cdot \psi B' = (b \cdot \psi B') q + \alpha = m\, q + \alpha = q\, m + \alpha = q \cdot b \cdot \psi B' + \alpha$$

und hieraus: $\alpha = t \cdot \psi B' - q \cdot b \cdot \psi B' = (t - q\, b) \psi B' = c \cdot \psi B'$, wobei

$$t - q \cdot b = c \text{ oder: } t = q \cdot b + c$$

gesetzt wurde. Aus $\alpha = c \cdot \psi B'$ zieht man weiter:

$$\psi N(\alpha) = \psi N(c) \cdot \psi N(\psi B') = \psi N(c) \cdot [\psi N(b)]^{r-1}.$$

Die Ungleichungen (1) ergeben dann:

$$0 < | \psi N(\alpha) | = | \psi N(c) \cdot [\psi N(b)]^{r-1} | < | [\psi N(b)]^r |$$

oder, weil $m_{11} = \psi N(b) \neq 0$:

$$0 < | \psi N(c) | < | \psi N(b) | \cdot$$

Dieses Resultat lässt sich im folgenden Satze aussprechen:

Bedeuten t und b zwei ganze linksseitig reduzierte r-kolonnige Nullteiler, von denen der letztere b nicht singulär ist, so existieren immer zwei andere linksseitig reduzierte r-kolonnige ganze μ-Tettarionen q und c von der Beschaffenheit, dass:

entweder: $t = q \cdot b$ *und* $c = 0$

oder: $t = q \cdot b + c$ *und zugleich:*

$$0 < | \psi N(c) | < | \psi N(b) | \cdot$$

Ganz ähnlich wie in § 10, 3 lässt sich hierauf ein linksseitiger „Euklidscher Divisionsalgorithmus“ gründen, der, nach einer endlichen Anzahl von Operationen, auf einen linksseitigen grössten gemeinsamen Teiler von zwei ganzen r-kolonnigen Nullteilern führt ($r < \mu$), wenn von diesen mindestens einer nicht singulär ist.

10. Entsprechende Sätze gelten, dem Inversionsprinzipe zufolge, für rechtsseitig reduzierte r-zeilige ganze μ-Tettarionen.

Anmerkung: Bedeutet i eine der Zahlen $1, 2, \ldots . r-1$, so ist der in § 17, 5 bewiesene Lehrsatz auch dann noch gültig, wenn a ein i-kolonniges, m hingegen ein r-kolonniges μ-Tettarion vorstellt. Ebenso kann in obigem Lehrsatze 9 sehr wohl t ein i-kolonniges und b ein r-kolonniges μ-Tettarion bedeuten (v. § 8, 5 d).

§ 18. Nicht singuläre Nullteilerideale. Der Zerlegungssatz für nicht singuläre Nullteiler.

1. Ein rechtsseitiges Ideal soll „r-kolonniges Nullteilerideal" heissen, wenn es mindestens ein r-kolonniges μ-Tettarion enthält $(r < \mu)$ und überdies ausschliesslich aus i-kolonnigen Nullteilern besteht, wobei i einen oder mehrere Werte der Zahlenreihe $1, 2, \ldots . r$ annehmen kann.

Eine entsprechende Definition gelte für „linksseitige r-zeilige Nullteilerideale."

2. Es sei irgend ein rechtsseitiges r-kolonniges Nullteilerideal $\mathfrak{n}$ vorgelegt. Man betrachte die Gesamtheit aller in $\mathfrak{n}$ enthaltenen linksseitig reduzierten μ-Tettarionen, hebe unter denselben die r-kolonnigen heraus und bezeichne diese mit $r^{(\lambda)}$ $(\lambda = 1, 2, 3, \ldots .)$. Es sind dann zwei Fälle denkbar:

entweder haben sämtliche $r^{(\lambda)}$ eine verschwindende Pseudonorm; in diesem Falle möge das Ideal $\mathfrak{n}$ „singulär" heissen;

oder aber es tritt unter den $r^{(\lambda)}$ mindestens eines auf, dessen Pseudonorm nicht Null ist; in diesem Falle heisse das betreffende Ideal „nicht singulär". — Die entsprechende Definition gelte für linksseitige Ideale.

Ein rechtsseitiges einkolonniges Nullteilerideal ist demnach nie singulär, ebenso ein linksseitiges einzeiliges nicht.

Es gilt nun folgender Fundamentalsatz:

3. *Jedes rechtsseitige nicht singuläre r-kolonnige Nullteilerideal ist Hauptideal.*

Beweis: Es genügt, unter den μ-Tettarionen des Ideals die linksseitig reduzierten zu betrachten. Nach Voraussetzung treten unter ihnen nicht singuläre auf. Bezeichnet man mit s dasjenige dieser letzteren, dessen Pseudonorm einen minimalen absoluten Betrag hat (ev. eines derselben), und mit $r^{(\lambda)}$ irgend ein anderes linksseitig reduziertes μ-Tettarion des Ideals, so ist auch $r^{(\lambda)} - q \cdot s$ im Ideale enthalten. Dieses ganze μ-Tettarion q lässt sich nun so bestimmen, dass entweder $r^{(\lambda)} - q\, s = 0$, oder $r^{(\lambda)} - q\, s = c$ wird, und zugleich die Pseudonorm des Nullteilers c, absolut genommen, kleiner ausfällt als diejenige von s, ohne jedoch Null zu sein (§ 17, 9).

Durch die über s getroffene Annahme wird aber diese zweite Alternative $r^{(\lambda)} - q \cdot s = c$ ausgeschlossen.

Somit ist $r^{(\lambda)} = q \cdot s$; ebenso jedes nicht reduzierte μ-Tettarion des Ideals: $a = \varepsilon \cdot r = \varepsilon \cdot q\,s = q^{(1)}\,s$. Da s selbst in $\mathfrak{n}$ auftritt, ist das vorgelegte Ideal $\mathfrak{n}$ identisch mit dem Hauptideale (qs).

4. Dem Inversionsprinzipe zufolge gilt auch der entsprechende Satz: *Jedes linksseitige nicht singuläre r-zeilige Nullteilerideal ist Hauptideal.* — Späterer Anwendung wegen heben wir folgenden Spezialfall hervor: *Ein rechtsseitiges einkolonniges Nullteilerideal ist immer Hauptideal.*

5. Eine erwähnenswerte Konsequenz dieser Sätze ist der Umstand, dass die ganze in Kap. III entwickelte Theorie der grössten gemeinsamen Teiler sich, mit entsprechenden Abänderungen, auf die linksseitig reduzierten und nicht singulären Nullteiler ausdehnen lässt, wenn man folgende Definition annimmt:

Ein ganzer r-kolonniger Nullteiler heisst: „ein r-kolonniges Pseudoeinheitstettarion", wenn seine Pseudonorm den Wert $+1$ oder -1 hat.

Ebenso kann man die in Kap. IV ausgeführte Zerfällung in Faktoren, mit entsprechenden Abänderungen, auf linksseitig reduzierte nicht singuläre Nullteiler übertragen, wenn folgende Definition zu Grunde gelegt wird:

Ein ganzer, r-kolonniger, nicht singulärer Nullteiler heisst „ein r-kolonniges Pseudoprimtettarion", wenn er nur solche Darstellungen als Produkt aus zwei ganzen r-kolonnigen μ-Tettarionen zulässt, bei welchen einer der Faktoren ein r-kolonniges Pseudoeinheitstettarion ist.

6. Beschränkt man sich auf den Bereich der nichtsingulären r-kolonnigen ganzen μ-Tettarionen, so lassen sich die in Kap. IV bewiesenen Sätze ohne weiteres auf nicht singuläre Nullteiler anwenden.

Die wichtigsten lauten:

Die Bedingung $\psi N(a) = p$, wo p eine rationale Primzahl vorstellt, ist notwendig und hinreichend dafür, dass a ein r-kolonniges Pseudoprimtettarion sei.

Es gibt $\frac{p^r - 1}{p - 1}$ von einander verschiedene linksseitig primäre r-kolonnige Pseudoprimtettarionen, deren Pseudonorm gleich der Primzahl p ist.

Ein r-kolonniges ganzes Diagonaltettarion lässt sich, abgesehen von der Reihenfolge der Faktoren, in eindeutiger Weise als Produkt aus r-kolonnigen Pseudoprimtettarionen darstellen.

Ein primitiver r-kolonniger ganzer Nullteiler von nicht verschwindender Pseudonorm ist in eindeutiger Weise als Produkt aus linksseitig primären r-kolonnigen Pseudoprimtettarionen darstellbar, wenn seine Pseudonorm Produkt aus lauter ungleichen Primzahlen ist, deren Reihenfolge vorgeschrieben wird.

Zweiter Teil: ***Spezielle Tettarionen.***

Kapitel I.

Die Düotettarionen.

$(\mu = 2)$.

§ 1. Theorie der Ideale bei Düotettarionen.

1. *Im Bereiche der ganzen Düotettarionen ist jedes rechtsseitige Nullteilerideal stets Hauptideal.*

Es bedeute $\mathfrak{n}$ ein beliebiges, ausschliesslich aus ganzen Düotettarionen bestehendes Nullteilerideal. Ist dasselbe einkolonnig, so ist es stets Hauptideal, wie bereits nachgewiesen (§ 18, 4). Ist dasselbe nicht einkolonnig, so mögen $a = \varepsilon \cdot \begin{Bmatrix} a_{11}, a_{12} \\ 0, \ 0 \end{Bmatrix}$ und $b = \varepsilon^{(1)} \begin{Bmatrix} b_{11}, b_{12} \\ 0, \ 0 \end{Bmatrix}$ irgend zwei Tettarionen aus $\mathfrak{n}$ vorstellen. Zugleich mit a und b ist auch $(g \cdot \varepsilon^{-1}) \cdot a + \left(g^{(1)} \cdot \left[\varepsilon^{(1)}\right]^{-1}\right) b = g \cdot \begin{Bmatrix} a_{11}, a_{12} \\ 0, \ 0 \end{Bmatrix} + g^{(1)} \cdot \begin{Bmatrix} b_{11}, b_{12} \\ 0, \ 0 \end{Bmatrix} = s$ im Ideale $\mathfrak{n}$ enthalten, wo g und $g^{(1)}$ irgend zwei ganze Düotettarionen bedeuten. Da nun

$$s = \begin{Bmatrix} g_{11} \cdot a_{11} + g'_{11} \cdot b_{11}, & g_{11} \cdot a_{12} + g'_{11} \cdot b_{12} \\ g_{21} \cdot a_{11} + g'_{21} \cdot b_{11}, & g_{21} \cdot a_{12} + g'_{21} \cdot b_{12} \end{Bmatrix}$$

immer Nullteiler sein soll, muss seine Norm identisch verschwinden, und zwar für beliebige ganzzahlige Werte der $g_{i,\varkappa}$ und $g'_{i,\varkappa}$. Dies zieht $a_{11} \cdot b_{12} - b_{11} \cdot a_{12} = 0$ nach sich, also:

$$\frac{a_{11}}{a_{12}} = \frac{b_{11}}{b_{12}} = \frac{p}{q}$$

wo p und q teilerfremd vorausgesetzt werden dürfen. Wäre obige Bedingung nicht erfüllt, so wäre $\mathfrak{n}$ nicht ein Nullteilerideal. Ferner sind p und q von Null verschieden, weil im entgegengesetzten Falle das Ideal einkolonnig würde. Für jedes Düotettarion $a^{(\lambda)} = \varepsilon^{(\lambda)} \cdot \begin{Bmatrix} a_{11}^{(\lambda)}, a_{12}^{(\lambda)} \\ 0, \ \ 0 \end{Bmatrix}$ aus $\mathfrak{n}$ ist somit $\begin{matrix} a_{11}^{(\lambda)} = m^{(\lambda)} \cdot p \\ a_{12}^{(\lambda)} = m^{(\lambda)} \cdot q \end{matrix}$ $(\lambda = 0, 1, 2, \ldots\ldots$ *in inf.*$)$.

Bedeutet nun v den grössten gemeinsamen Teiler aller Zahlen $m^{(\lambda)}$, ist also $m^{(\lambda)} = v \cdot n^{(\lambda)}$, so hat jedes Tettarion des vorgelegten Ideals die Gestalt:

$$a^{(\lambda)} = \varepsilon^{(\lambda)} \cdot m^{(\lambda)} \cdot \begin{Bmatrix} p, & q \\ 0, & 0 \end{Bmatrix} = \varepsilon^{(\lambda)} \cdot n^{(\lambda)} \cdot \begin{Bmatrix} v \cdot p, & v \cdot q \\ 0, & 0 \end{Bmatrix} = \varepsilon^{(\lambda)} \cdot n^{(\lambda)} \cdot \delta = g^{(\lambda)} \cdot \delta.$$

Alle Tettarionen aus $\mathfrak{n}$ sind somit im rechtsseitigen Hauptideale $(g \cdot \delta)$ enthalten. Es bleibt noch das Umgekehrte nachzuweisen übrig. Aus der getroffenen Annahme, v sei der grösste gemeinschaftliche Teiler aller $m^{(\lambda)} = n^{(\lambda)} \cdot v$ folgt, dass im Ideale $\mathfrak{n}$ zwei linksseitig reduzierte Düotettarionen $a^{(\varrho)} = n^{(\varrho)} \cdot \delta$ und $a^{(\sigma)} = n^{(\sigma)} \cdot \delta$ auftreten, bei welchen $n^{(\varrho)}$ und $n^{(\sigma)}$ relative Primzahlen sind. Dann besteht bekanntlich eine Gleichung von der Form:

$$f \cdot n^{(\varrho)} + f^{(1)} \cdot n^{(\sigma)} = 1$$

wo f und $f^{(1)}$ passend gewählte rationale ganze Zahlen vorstellen. Diese Gleichung ergibt:

$$f \cdot a^{(\varrho)} + f^{(1)} \cdot a^{(\sigma)} = \delta.$$

Hieraus ist ersichtlich, dass δ selbst im betrachteten Ideale $\mathfrak{n}$ auftritt; dieses ist infolgedessen identisch mit dem rechtsseitigen Hauptideale $(g \delta)$. Es gilt somit ausnahmslos der Fundamentalsatz:

Jedes aus rationalen ganzen Düotettarionen gebildete rechtsseitige Ideal ist Hauptideal. Ein entsprechender Satz besteht, dem Inversionsprinzipe zufolge, für linksseitige Düotettarionenideale.

2. Späterer Anwendung halber heben wir folgende Konsequenz dieses Fundamentalsatzes hervor: *Jedes aus rationalen ganzen μ-Tettarionen gebildete rechtsseitige zweikolonnige Ideal ist rechtsseitiges Hauptideal. Der Satz bleibt richtig, wenn „linksseitig" statt „rechtsseitig" gesetzt wird.*

Es sind nämlich alle μ-Tettarionen des Ideales zu den linksseitig reduzierten unter ihnen assoziiert, und diese letzteren besitzen einen rechtsstehenden grössten gemeinsamen Teiler, der selbst im Ideale enthalten ist. Um das einzusehen, braucht man nur die linksseitig reduzierten μ-Tettarionen des Ideales durch eine Permutation auf „entsprechende" linksseitig reduzierte Düotettarionen abzubilden (v. § 5, 2 und 3).

3. Ein Tettarion von nicht verschwindender Norm kann nicht ein Nullteilerideal erzeugen. Wenn also zwei Tettarionen dasselbe Hauptideal erzeugen, so ist entweder keines von beiden Nullteiler, oder aber es sind es beide zugleich. Dass sie im ersten Falle assoziiert sind, wurde bereits nachgewiesen (§ 11, 5). Für Düotettarionen gilt dies auch im zweiten Falle:

Wenn zwei Nullteiler dasselbe rechtsseitige Düotettarionenideal erzeugen, sind sie linksseitig assoziiert.

Es seien q und $q^{(1)}$ zwei echte Nullteiler, die wir als linksseitig primär annehmen dürfen (§ 9, 4 und § 11, 5) und:

$$\text{Ideal}\,(g \cdot q) = \text{Ideal}\,(g \cdot q^{(1)}).$$

Aus dieser Voraussetzung folgt: $q = f^{(1)} \cdot q^{(1)}$ und $q^{(1)} = f \cdot q$; ausgeschrieben:

$$\begin{Bmatrix} q_{11}, & q_{12} \\ 0, & 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f'_{11}, & f'_{12} \\ f'_{21}, & f'_{22} \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} q'_{11}, & q'_{12} \\ 0, & 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f''_{11} \cdot q'_{11}, & f''_{11} \cdot q'_{12} \\ f''_{21} \cdot q'_{11}, & f''_{21} \cdot q'_{12} \end{Bmatrix}.$$

Da q'_{11} und q'_{12} nicht gleichzeitig verschwinden können, ist $f'_{21} = 0$. Die Komponentenvergleichung lehrt ferner, dass q_{11} ein Vielfaches von q'_{11} und q_{12} ein Vielfaches von q'_{12} ist. Aus der Gleichung $q^{(1)} = f \cdot q$ folgt das umgekehrte, dass nämlich q'_{11} und q'_{12} Vielfache von q_{11}, bezw. von q_{12} sein müssen. Somit ist notwendigerweise $f''_{11} = f_{11} = 1$, woraus:

$$q_{11} = q'_{11};\ q_{12} = q'_{12}$$

weil die zwei Zahlen q_{11} und q_{12} nicht gleichzeitig verschwinden können. Aus $q = q^{(1)}$ erschliesst man unmittelbar die Richtigkeit des zu beweisenden Satzes.

Derselbe Satz gilt noch, dem Inversionsprinzipe zufolge, wenn „linksseitig" und „rechtsseitig" miteinander vertauscht werden.

4. Aus dem bisherigen ergibt sich, dass die ganze in Kap. III entwickelte Theorie der grössten gemeinsamen Teiler bei Düotettarionen ohne weiteres auf die Nullteiler ausgedehnt werden kann.

§ 2. Der Zerlegungssatz für Düotettarionen.

1. Der in § 14, 3 u. f. ausgeführte und nur unter gewissen Einschränkungen aufgestellte allgemeine Zerlegungssatz gilt bei Düotettarionen ganz ausnahmslos:

Es sei c ein primitives Düotettarion, und

$$N(c) = p^{(1)} \cdot p^{(2)} \cdot p^{(3)} \cdot \ldots\ldots \cdot p^{(n)} \tag{1}$$

wo $p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}, \ldots p^{(n)}$ die sämtlichen, gleichen oder ungleichen Primfaktoren von $N(c)$, in eine beliebige, aber bestimmte Reihenfolge gebracht, bedeuten. Dann ist c, und zwar nur auf eine Weise, in der Form

$$c = \pi^{(1)} \cdot \pi^{(2)} \cdot \pi^{(3)} \cdot \ldots\ldots\ldots \cdot \pi^{(n)} \cdot \varepsilon \tag{2}$$

darstellbar, wo $\pi^{(1)}, \pi^{(2)}, \pi^{(3)} \ldots \pi^{(n)}$ primäre Primtettarionen bezeichnen, deren Normen der Reihe nach gleich $p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)} \ldots p^{(n)}$ sind, und ε ein Einheitsdüotettarion vorstellt.

Der Beweis ist genau so zu führen, wie in § 14, 3. Aus den dort schon aufgestellten Gleichungen

$$c = \pi^{(1)} \cdot c^{(1)} \tag{3}$$
$$p^{(1)} = \pi^{(1)} \cdot q^{(1)} \tag{4}$$

in welchen $\pi^{(1)}$ den linksseitig primären grössten gemeinsamen Teiler von c und $p^{(1)}$ bedeutet, folgt zunächst, dass $q^{(1)}$ nicht Einheitsdüotettarion sein kann, weil sonst c durch den Primfaktor $p^{(1)}$ teilbar, also nicht primitiv wäre; $|N(q^{(1)})| \neq 1$. Da aber, wegen (4):

$$N(p^{(1)}) = N(\pi^{(1)}) \cdot N(q^{(1)}) = |p^{(1)}|^2$$

muss immer $N(\pi^{(1)}) = N(q^{(1)}) = \pm p^{(1)}$, d. h. $\pi^{(1)}$ Primtettarion sein, weil $p^{(1)}$ eine rationale Primzahl bezeichnet. Der in § 14, 4 besonders behandelte zweite Fall fällt somit bei Düotettarionen ganz ausser Betracht.

Hingegen ist zu bemerken, dass die Darstellung in (2) mehrdeutig wird, sobald in (1) mehrere Primfaktoren einander gleich sind und nicht nebeneinander stehen, etwa $p^{(1)} = p^{(i)}$. Aus (3) ergibt sich nämlich:

$$N(c^{(1)}) = \frac{N(c)}{N(\pi^{(1)})} = \frac{p^{(1)} \cdot p^{(2)} \ldots . p^{(i)} \ldots . p^{(n)}}{p^{(1)}}$$

und der Faktor $p^{(1)}$ des Nenners lässt sich dann nach Belieben entweder gegen $p^{(1)}$, oder gegen $p^{(i)} = p^{(1)}$ des Zählers kürzen; es wird dann $\pi^{(2)}$ den linksseitig primären, grössten gemeinsamen Teiler von $c^{(1)}$ und $p^{(2)}$, oder aber von $c^{(1)}$ und $p^{(1)}$ vorstellen. Dass diese Vieldeutigkeit aufhört, sobald je alle gleichen Primfaktoren nebeneinander stehen, erkennt man sofort; ebenso, dass sie aufgehoben wird durch die Forderung, es solle $N(\pi^{(2)})$ gleich $p^{(2)}$, allgemein $N(\pi^{(\lambda)}) = p^{(\lambda)}$ sein ($\lambda = 1, 2, \ldots . n$).

2. Dasselbe gilt, wenn an Stelle des linksseitigen der entsprechende rechtsseitige Divisionsalgorithmus tritt. Die sich hierbei ergebende Darstellung von c:

$$c = \varepsilon \cdot \bar{\pi}^{(1)} \cdot \bar{\pi}^{(2)} \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots \cdot \bar{\pi}^{(n-1)} \cdot \bar{\pi}^{(n)}$$

in welcher ε, $\bar{\pi}^{(1)}$, $\bar{\pi}^{(2)}$, ... $\bar{\pi}^{(n)}$ dieselbe Bedeutung haben wie in 1, ist ebenfalls eindeutig bestimmt, sobald die Reihenfolge der Faktoren von $N(c) = p^{(1)} \cdot p^{(2)} \cdot \ldots\ldots \cdot p^{(n)}$ vorgeschrieben ist.

3. Ein erwähnenswerter Spezialfall des vorigen Satzes ergibt sich, wenn man die Primfaktoren von $N(c)$ in der üblichen Weise so anordnet, dass man je alle gleichen unter ihnen zu einer Potenz vereinigt:

Bezeichnet c ein primitives Düotettarion, und ist:

$$N(c) = p^{\alpha_1} \cdot q^{\alpha_2} \cdot \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \cdot t^{\alpha_n}$$

unter $p, q, \ldots . t$ lauter von einander und von 1 verschiedene Primzahlen verstanden, so lässt sich c, und zwar nur auf eine Weise, in die Form setzen:

$$c = \pi^{(1)} \cdot \pi^{(2)} \cdot \ldots \cdot \pi^{(\alpha_1)} \cdot \varkappa^{(1)} \cdot \varkappa^{(2)} \cdot \ldots \cdot \varkappa^{(\alpha_2)} \cdot \ldots \cdot \tau^{(1)} \cdot \tau^{(2)} \cdot \ldots \cdot \tau^{(\alpha_n)} \cdot \varepsilon$$

wobei $\pi^{(1)}, \pi^{(2)}, \ldots . . \pi^{(\alpha_1)}$ primäre Primdüotettarionen von der Norm p, ferner $\varkappa^{(1)}, \varkappa^{(2)}, \ldots . . \varkappa^{(\alpha_2)}$ solche von der Norm q, u. s. f., schliesslich $\tau^{(1)}$, $\tau^{(2)}, \ldots . . . . \tau^{(\alpha_n)}$ solche von der Norm t bedeuten, und ε ein Einheitstettarion vorstellt.

Man erkennt sofort, dass in dieser Darstellung von c niemals zwei konjugierte Düotettarionen nebeneinander stehen können, denn sonst wäre ihr Produkt ein reelles Tettarion, somit vertauschbar mit jedem andern, und es würde c nicht primitiv sein. — Dieser Satz lässt sich umkehren, was bei μ-Tettarionen, sobald $\mu > 2$, im allgemeinen nicht der Fall ist:

4. *Ein Produkt aus primären Primdüotettarionen:*

$$\pi^{(1)} \cdot \pi^{(2)} \cdot \ldots . . \cdot \pi^{(\alpha_1)} \cdot \varkappa^{(1)} \cdot \varkappa^{(2)} \cdot \ldots . . \cdot \varkappa^{(\alpha_2)} \cdot \ldots . . \cdot \tau^{(1)} \cdot \tau^{(2)} \cdot \ldots . . \cdot \tau^{(\alpha_n)}$$

in welchem $\pi^{(1)}, \pi^{(2)}, \ldots . \pi^{(\alpha_1)}$ die Norm p, ferner $\varkappa^{(1)}, \varkappa^{(2)}, \ldots . \varkappa^{(\alpha_2)}$ die Norm q, u. s. f., schliesslich $\tau^{(1)}, \tau^{(2)}, \ldots . \tau^{(\alpha_n)}$ die Norm t haben, unter $p, q, \ldots t$ lauter von einander und von 1 verschiedene Primzahlen verstanden, stellt immer ein primitives Düotettarion dar, wenn nirgends zwei konjugierte Primtettarionen nebeneinander stehen.

Der Beweis wird am einfachsten durch den Schluss der vollständigen Induktion geführt, da der Satz für $n = 1$ bereits zutrifft (§ 14, 2).

Voraussetzungen: $\pi^{(2)} \cdot \pi^{(3)} \cdot \ldots . \cdot \pi^{(\alpha_1)} \cdot \varkappa^{(1)} \cdot \varkappa^{(2)} \cdot \ldots . . \cdot \tau^{(\alpha_n)} = c$ ist ein primitives ganzes Düotettarion; ferner: $\pi^{(1)}$ ist ein von $(\Pi^{(2)})'$ verschiedenes, primäres, ganzes Primdüotettarion von der Norm $p \neq 1$:

$$N(\pi^{(1)}) = p; \; \pi^{(1)} \neq (\Pi^{(2)})'.$$

Behauptung: $\pi^{(1)} \cdot \pi^{(2)} \cdot \pi^{(3)} \cdot \ldots \cdot \pi^{(\alpha_1)} \cdot \varkappa^{(1)} \cdot \varkappa^{(2)} \cdot \ldots \cdot \tau^{(\alpha_n)} = \pi^{(1)} \cdot c$ ist wieder ein primitives Düotettarion.

Beweis: Wäre das nicht der Fall, sondern $\pi^{(1)} \cdot c = m \cdot C$, unter m eine von 1 verschiedene ganze rationale Zahl verstanden, so müsste auch $(\Pi^{(1)})' \, \pi^{(1)} c = N(\pi^{(1)}) \cdot c = p \cdot c = m \, (\Pi^{(1)})' C$ durch m teilbar sein, was $m = p$ erfordern würde, weil c primitiv und p Primzahl ist.

Somit wäre $\pi^{(1)} \cdot \pi^{(2)} \cdot \pi^{(3)} \cdot \ldots \cdot \pi^{(\alpha_1)} \cdot \ldots \cdot \tau^{(\alpha_n)} = \pi^{(1)} \cdot c = m \cdot C =$ $= p \cdot C = N(\pi^{(1)}) \cdot C = \pi^{(1)} \cdot (\Pi^{(1)})' \cdot C$; woraus:

$$\pi^{(2)} \cdot \pi^{(3)} \cdot \ldots . . \cdot \pi^{(\alpha_n)} \cdot \varkappa^{(1)} \cdot \ldots . . \cdot \tau^{(\alpha_n)} = c = (\Pi^{(1)})' \cdot C.$$

Nach vorigem Lehrsatze 3 ist aber die Darstellung von c als Produkt aus primären Primdüotettarionen vollkommen eindeutig bestimmt; somit müsste $\pi^{(2)} = (\Pi^{(1)})'$ sein, entgegen der ausdrücklichen Voraussetzung. Die Annahme $m \neq 1$, welche stets auf diesen Widerspruch führt, ist demnach auszuschliessen, d. h. $\pi^{(1)} \cdot c$ ist primitiv.

5. Die Anzahl der von einander verschiedenen primären Düotettarionen von der Norm $m = \prod_i p_i^{\alpha_i}$ beträgt (v. § 9, 7):

$$\chi_2(m) = \prod_i \chi_2\left(p_i^{\alpha_i}\right) = \prod_i \frac{p_i^{\alpha_i+1} - 1}{p_i - 1}.$$

Von diesen sind aber nicht alle primitiv. Die Anzahl der primitiven unter ihnen erhält man mit Hülfe des vorigen Lehrsatzes 4. Man hat nur in der dortigen Darstellung an Stelle von $\pi^{(1)}$ der Reihe nach jedes der $(p+1)$ primären Primdüotettarionen π von der Norm p zu setzen; dann jedes einzelne dieser $\pi^{(1)}$ mit $\pi^{(2)}$ zu kombinieren, wo an Stelle von $\pi^{(2)}$ jedes der p von $(\Pi^{(1)})'$ verschiedenen primären Primdüotettarionen π treten kann u. s. w.; die Anzahl der möglichen Kombinationen wird jedesmal mit p multipliziert, wenn man nach einem $\pi^{(i)}$ das folgende $\pi^{(i+1)}$ berücksichtigt, weil $\pi^{(i+1)}$ jedesmal p verschiedene Werte annehmen kann. Die $\pi^{(i)}$ ergeben somit insgesamt $(p+1) \cdot p^{\alpha_1 - 1}$ verschiedene Kombinationen. In entsprechender Weise ergibt das Teilprodukt $\varkappa^{(1)} \cdot \varkappa^{(2)} \cdot \ldots\ldots \cdot \varkappa^{(\alpha_2)}$ im ganzen $(q+1) \cdot q^{\alpha_2 - 1}$ verschiedene Möglichkeiten, u. s. f. Nach den getroffenen Annahmen ist es ausgeschlossen, dass irgendwo zwei konjugierte Tettarionen nebeneinander zu stehen kommen, auch wenn alle diese Möglichkeiten miteinander kombiniert werden. — Es ist hierbei vorausgesetzt worden, dass jede der Primzahlen $p, q, \ldots\ldots$ positiv sei; die entgegengesetzte Annahme, etwa $p < 0$, ist unzulässig, da primäre Tettarionen definitionsgemäss nicht eine negative Norm haben können (v. § 9, 1 und 5). Beschränkt man sich also auf das Gebiet der ganzen Düotettarionen von positiver Norm, so gilt folgender Satz:

Bedeutet $m = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots\ldots \cdot p_n^{\alpha_n} = \prod_i p_i^{\alpha_i}$ *eine positive ganze Zahl, so gibt es stets*

$$\psi(m) = \prod_i (p_i + 1) \cdot p_i^{\alpha_i - 1} = m \prod_i \left(1 + \frac{1}{p_i}\right)$$

von einander verschiedene linksseitig primäre und zugleich primitive Düotettarionen von der Norm m.

Bemerkung: Vergleicht man die obigen Anzahlen miteinander, so erkennt man:

Es gibt $(1 + p + p^2 + \dots\dots + p^{\alpha-2}) = \frac{p^{\alpha-1}-1}{p-1}$ *von einander verschiedene, linksseitig primäre, aber nicht primitive Düotettarionen von der Norm* $m = p^\alpha$.

Kapitel II.

Die Tritettarionen.

$(\mu = 3.)$

§ 3. Theorie der Ideale bei ganzen Tritettarionen.

1. Nachgewiesen sind bereits folgende Sätze:

Jedes aus rationalen ganzen Tritettarionen gebildete rechtsseitige Ideal, welches nicht ausschliesslich aus Nullteilern besteht, ist rechtsseitiges Hauptideal (§ 11, 6).

Jedes aus rationalen ganzen Tritettarionen gebildete rechtsseitige einkolonnige Nullteilerideal ist Hauptideal (§ 18, 4).

Jedes aus rationalen ganzen Tritettarionen gebildete rechtsseitige zweikolonnige Nullteilerideal, auch wenn es singulär sein sollte, ist rechtsseitiges Hauptideal (II. Teil § 1, 2).

Demnach bleibt nur noch der Fall zu betrachten übrig, in welchem das vorgelegte, aus ganzen Tritettarionen bestehende, rechtsseitige Nullteilerideal $\mathfrak{n}$ weder einkolonnig, noch zweikolonnig ist. Um zu entscheiden, ob es Hauptideal sei, genügt es, seine linksseitig reduzierten Tritettarionen zu betrachten (v. § 7, 5 und § 11, 5).

2. Es sei nun $a^{(\lambda)} = \begin{vmatrix} a_{11}^{(\lambda)}, & a_{12}^{(\lambda)}, & a_{13}^{(\lambda)} \\ 0, & a_{22}^{(\lambda)}, & a_{23}^{(\lambda)} \\ 0, & 0, & 0 \end{vmatrix}$ ein aus $\mathfrak{n}$ beliebig herausgegriffenes, linksseitig reduziertes Tritettarion. Wir dürfen jedenfalls $a_{11}^{(\lambda)} \neq 0$ und positiv voraussetzen, weil $\mathfrak{n}$ nicht zweikolonniges Nullteilerideal ist. Unter allen diesen linksseitig reduzierten Tritettarionen $a^{(\lambda)}$ des Ideals $\mathfrak{n}$, deren erste Komponente $a_{11}^{(\lambda)}$ positiv ist, betrachten wir diejenigen, bei welchen diese erste Komponente $a_{11}^{(\lambda)}$ möglichst klein ist, ohne jedoch zu verschwinden; eines derselben denken wir uns herausgehoben und bezeichnen es mit $\alpha = \begin{vmatrix} \alpha_{11}, & \alpha_{12}, & \alpha_{13} \\ 0, & \alpha_{22}, & \alpha_{23} \\ 0, & 0, & 0 \end{vmatrix}$. Nach den getroffenen Annahmen ist dann niemals $0 < a_{11}^{(\lambda)} < \alpha_{11}$, sondern:

$$\text{entweder } a_{11}^{(\lambda)} = 0; \quad \text{oder aber } \left|a_{11}^{(\lambda)}\right| \geqq \alpha_{11}.$$

Man erkennt jetzt, dass alle ersten Komponenten der linksseitig reduzierten Tritettarionen aus n Vielfache von α_{11} sind. Die Zahlen

$$0, 1, 2, \ldots\ldots . \alpha_{11} - 1$$

bilden nämlich ein vollständiges Restsystem ($mod\ \alpha_{11}$); somit existiert, für jeden Wert des Index λ, eine rationale ganze Zahl $q^{(\lambda)}$ derart, dass:

$$0 \leqq a_{11}^{(\lambda)} - q^{(\lambda)} \cdot \alpha_{11} < \alpha_{11}.$$

Da aber zugleich mit α und $a^{(\lambda)}$ auch $a^{(\lambda)} - q^{(\lambda)} \cdot \alpha$ im Ideale n auftritt, muss, wegen der getroffenen Annahmen,

$$a_{11}^{(\lambda)} - q^{(\lambda)} \cdot \alpha_{11} = 0, \text{ d. h. } a_{11}^{(\lambda)} = q^{(\lambda)} \cdot \alpha_{11}$$

sein. — Jedem linksseitig reduzierten Tritettarion $a^{(\lambda)}$ aus n lässt sich demnach eine ganze Zahl $q^{(\lambda)}$ derart zuordnen, dass die erste Komponente von

$$s^{(\lambda)} = a^{(\lambda)} - q^{(\lambda)} \cdot \alpha$$

verschwindet. Sämtliche $s^{(\lambda)}$ sind in n enthalten. Ihre Gesamtheit bildet ein rechtsseitiges Ideal, denn zugleich mit

$$s^{(i)} = a^{(i)} - q^{(i)} \cdot \alpha \text{ und } s^{(\varkappa)} = a^{(\varkappa)} - q^{(\varkappa)} \cdot \alpha$$

ist auch $$s^{(i)} \pm s^{(\varkappa)} = a^{(n)} \pm q^{(n)} \cdot \alpha,$$ ferner auch

$$g \cdot s^{(i)} = g \cdot a^{(i)} - q^{(i)} \cdot g \cdot \alpha = a^{(m)} - q^{(i)} \cdot g \cdot \alpha$$

im Systeme der $s^{(\lambda)}$ enthalten (v. § 11, 1). Dieses durch die Gesamtheit aller $s^{(\lambda)}$ gebildete rechtsseitige Ideal ist zweikolonnig, somit stets identisch mit einem rechtsseitigen Hauptideale $(g \cdot \delta)$.

Für alle Werte des Index λ besteht demnach die Gleichung:

$$s^{(\lambda)} = g^{(\lambda)} \cdot \delta.$$

Jedes Tritettarion aus n hat somit die Gestalt:

$$t = \varepsilon^{(\lambda)} \cdot a^{(\lambda)} = \varepsilon^{(\lambda)} \cdot [q^{(\lambda)} \cdot \alpha + g^{(\lambda)} \cdot \delta]$$

und ist demnach im rechtsseitigen Ideale $(f \cdot \alpha + g \cdot \delta)$ enthalten; das Umgekehrte trifft auch zu, weil α und δ selbst in n auftreten. Das vorgelegte n ist demnach identisch mit dem aus α und δ erzeugten rechtsseitigen Ideale $(f \cdot \alpha + g \cdot \delta)$, dessen Basis $[\alpha, \delta]$ ist (§ 11, 4).

3. Es lässt sich nun direkt zeigen, dass jedes aus ganzen Tritettarionen gebildete rechtsseitige Nullteilerideal, auch wenn es weder ein-, noch zweikolonnig ist, stets dann Hauptideal sein muss, wenn es eine endliche Basis besitzt.

Zuvörderst sei bemerkt, dass das aus $a = \begin{Bmatrix} a_{11}, a_{12}, a_{13} \\ 0, a_{22}, a_{23} \\ 0, 0, 0 \end{Bmatrix}$ und

$b = \begin{vmatrix} b_{11}, & b_{12}, & b_{13} \\ 0, & b_{22}, & b_{23} \\ 0, & 0, & 0 \end{vmatrix}$ erzeugte rechtsseitige Ideal $(g \cdot a + f \cdot b)$ stets und nur dann Nullteilerideal ist, wenn zwischen den $a_{i,\varkappa}$ und $b_{i,\varkappa}$ folgende Beziehungen stattfinden:

$$a_{11} \cdot (a_{22} \cdot b_{23} - a_{23} \cdot b_{22}) = 0$$
$$b_{11} \cdot (a_{22} \cdot b_{23} - a_{23} \cdot b_{22}) = 0$$
$$a_{22} (a_{11} \cdot b_{13} - a_{13} \cdot b_{11}) = a_{23} (a_{11} \cdot b_{12} - a_{12} \cdot b_{11})$$
$$b_{22} (a_{11} \cdot b_{13} - a_{13} \cdot b_{11}) = b_{23} (a_{11} \cdot b_{12} - a_{12} \cdot b_{11}).$$

Dies stellt sich heraus, wenn man $g\,a + f\,b = s$ setzt und dann ausdrückt, dass $N(s)$ für alle möglichen Werte der ganzen Tritettarionen g und f, also identisch, verschwinden muss. — Sind diese Beziehungen nicht befriedigt, so enthält das betreffende Ideal Tritettarionen von nicht verschwindender Norm und ist also Hauptideal (v. § 11, 6).

Nach dem oben in 2 Gesagten genügt es, $a = \alpha$ und $b = \delta$ anzunehmen. Ferner darf man:

$a = \begin{vmatrix} \alpha_{11}, & 0, & 0 \\ 0, & \alpha_{22}, & 0 \\ 0, & 0, & 0 \end{vmatrix}$ und $b = \begin{vmatrix} 0, & \delta_{12}, & \delta_{13} \\ 0, & 0, & \delta_{23} \\ 0, & 0, & 0 \end{vmatrix}$ setzen, denn erstens erzeugen linksseitig assoziierte Tritettarionen dasselbe rechtsseitige Ideal; und zweitens sind $(g \cdot a + f \cdot b)$ und $(g \cdot a + f \cdot b) \cdot \varepsilon$ immer gleichzeitig Hauptideale oder nicht. Bei diesen vereinfachenden Annahmen reduzieren sich die vorigen vier Bedingungen auf folgende drei:

$$\alpha_{11} \cdot \alpha_{22} \cdot \delta_{23} = 0 \tag{1}$$
$$\alpha_{22} \cdot \alpha_{11} \cdot \delta_{13} = 0 \tag{2}$$
$$\delta_{23} \cdot \alpha_{11} \cdot \delta_{12} = 0. \tag{3}$$

Sie sind erfüllt, wenn $\alpha_{11} = 0$; dann ist aber das betreffende Ideal zweikolonnig, somit Hauptideal, ebenso wenn $\alpha_{11} \neq 0$ und $\alpha_{22} \neq 0$, denn es müsste dann, wegen (1) und (2), $\delta_{13} = \delta_{23} = 0$ ausfallen.

Wir nehmen also

$$\alpha_{11} \neq 0; \quad \alpha_{22} = 0$$

an; dann verschwindet noch das Produkt $\delta_{12} \cdot \delta_{23}$, wie (3) lehrt. Sobald $\delta_{12} = 0$ angenommen wird, ist das betreffende Ideal ein zweikolonniges, und als solches sicher Hauptideal (II. Teil § 1, 2).

Demnach bleibt nur noch der Fall $\delta_{12} \neq 0, \delta_{23} = 0$, d. h.:

$$a = \begin{vmatrix} \alpha_{11}, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0 \end{vmatrix} \text{ und } b = \begin{vmatrix} 0, & \delta_{12}, & \delta_{13} \\ 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0 \end{vmatrix}$$

zu behandeln übrig. Damit das aus a und b erzeugte rechtsseitige Ideal Hauptideal sei, ist notwendig und hinreichend, dass ein Tritettarion x mit folgenden zwei Eigenschaften existiere:

1): x ist ein rechtsseitiger gemeinsamer Teiler von a und b, etwa:

$$a = \eta \cdot x; \quad b = \vartheta \cdot x.$$

2): x ist im Ideale selbst enthalten. Setzt man nun:

$$x = \begin{vmatrix} \alpha_{11}, & 0, & 0 \\ 0, & \delta_{12}, & \delta_{13} \\ 0, & 0, & 0 \end{vmatrix}; \text{ ferner: } \eta = e^{(1,1)} + e^{(3,3)} = \begin{vmatrix} 1, 0, 0 \\ 0, 0, 0 \\ 0, 0, 1 \end{vmatrix};$$

$$\vartheta = \begin{vmatrix} 0, 1, 0 \\ 0, 0, 0 \\ 0, 0, 0 \end{vmatrix} = e^{(1,2)}; f = e^{(2,1)} = \begin{vmatrix} 0, 0, 0 \\ 1, 0, 0 \\ 0, 0, 0 \end{vmatrix}$$

so wird tatsächlich: $\eta \cdot x = a$; $\vartheta \cdot x = b$; ferner:

$$a + f \cdot b = \eta \cdot x + f \cdot \vartheta \cdot x = (\eta + f\vartheta)\, x = h \cdot x = 1 \cdot x = x.$$

Infolgedessen ist das rechtsseitige Ideal $(g \cdot a + f \cdot b)$ identisch mit dem rechtsseitigen Hauptideale $(g \cdot x)$.

Das zusammenfassende Resultat dieser Untersuchungen, sowie derjenigen von § 11, ist folgender allgemeine, ausnahmslos geltende Lehrsatz:

Jedes aus rationalen ganzen Tritettarionen gebildete rechts- oder linksseitige Ideal ist Hauptideal.

4. Erwähnt sei folgende Konsequenz dieses Satzes:

Jedes aus rationalen ganzen μ-Tettarionen bestehende dreikolonnige rechts- oder linksseitige Nullteilerideal ist Hauptideal, auch wenn es singulär sein sollte. Man überzeugt sich davon durch die im II. Teil § 1, 2 angedeutete Kette von Schlüssen, indem man nämlich die linksseitig reduzierten μ-Tettarionen des Ideals betrachtet und dieselben durch eine Permutation (§ 5, 2 und 3) auf „entsprechende" Tritettarionen abbildet.

Inhaltsübersicht.

Erster Teil: **Allgemeine Grundlagen.**

Kapitel I: Bezeichnungen und Operationsregeln.

Einleitung.

Kapitel II: Die ganzen Tettarionen.

Kapitel III: Grösste gemeinsame Teiler von ganzen Tettarionen.

Kapitel IV: Der Zerlegungssatz.

Kapitel V: Tettarionenkongruenzen.

Kapitel VI: Nullteilerideale.

Zweiter Teil: **Spezielle Tettarionen.**

Kapitel I: Die Düotettarionen.

Kapitel II: Die Tritettarionen.

Mitteilungen aus dem botanischen Museum der Universität Zürich.
(XXVI.)

1.

Beiträge zur Kenntnis der afrikanischen Flora. (XVIII.)

(Neue Folge.)

Herausgegeben von **Hans Schinz** (Zürich).

Mit Beiträgen von

Fritz Kränzlin (Berlin). **A. Thellung** (Zürich).
Hans Schinz (Zürich). **O. Warburg** (Berlin).

Orchidaceae.

Fritz Kränzlin (Berlin).

***Habenaria bicolor* Conrath & Kränzl.** *n. sp.*

Caule stricto 50—60 cm alto distiche folioso, foliis —10 pro planta parvis e basi semiamplexicauli linearibus acuminatis 6—10 cm longis plerumque brevioribus supra vix decrescentibus spicam longissimam discitifloram attingentibus, spica 20 cm longa v. ultra multiflora, bracteis pro floribus magnis late lanceolatis acuminatis 1,8 cm longis flores bene superantibus. Sepalo dorsali late ovato concavo obtuso cum petalis subaequalibus angustioribus galeam formantibus, dimidio anteriore (libero) petalorum crassioribus posteriore (quo agglutinata) membranaceis, labelli lobis lateralibus fere basin usque liberis ligulatis obtusis, intermedio aequilongo duplo latiore ovato obtuso, calcari ovarium subaequante apice leviter incrassato, gynostemio pro flore conspicuo, processubus stigmaticis longis subparallelis obtusis intus excavatis, canalibus antherae brevissimis, rostello minuto obtuso, candiculis brevibus, glandulis sat magnis oblongis. — Flores minuti, sepala petale labellum 3,5 v. 3 mm longa calcar et ovarium 6—7 mm longa, sepala et dimidium posterius petalorum sicca pallida (viva luteola?), petalorum dimidium anticum et labellum sicca nigra (viva intense viridia? brunnea?).

Haben. ciliosae Lindt. adeo similis, ut primo aspectu hanc speciem videre putes, differt tamen foliis floribusque omnino calvis petalis simplicibus (neque ullo modo subbilobis ut in Hab. ciliosa), differt labelli structura, lobis lateralibus ab intermedio magnitudine diversis, differt denique colore quem collector „viridi-luteum intus brunneum“ esse dicit, quem egomet ipse vidi ut supra descriptus est.

Südostafrika: Transvaalkolonie, Modderfontein, Conrath 1083.

Moraceae.

Die südafrikanischen Arten der Gattung Ficus.

O. Warburg (Berlin).

Die Gattung Ficus, wohl die artenreichste Phanerogamen-Gattung der Welt, ist bekanntlich in den Tropen sämtlicher Kontinente am stärksten vertreten. Während man ehemals meinte, dass sie nur in Südasien in wirklich zahlreichen Arten auftrete und z. B. Miquel für Afrika erst 28 Arten in seiner Schrift: Over de Afrikaansche Vijge-Boomen, Amsterdam 1849, aufzuzählen vermochte, so haben die neueren Forschungen gezeigt, dass Afrika wohl ebenso reich in Bezug auf Feigenarten ist, wie Asien. Nur Amerika steht noch beträchtlich hinter beiden Gebieten zurück; immerhin wird Verf. in kurzem im Stande sein, auch die Zahl der von dort bekannten Arten um etwa ein Hundert zu vermehren, und damit etwa zu verdoppeln. Man erkennt aus den Sammlungen, dass man im tropischen Amerika diese Gattung mehr als gebührlich beim Sammeln vernachlässigt hat, immerhin dürfte sie aber doch, nach den mündlichen Mitteilungen der Reisenden, wie Ule, Pilger etc., dort nicht so dominierend auftreten, wie in der alten Welt.

In den Subtropen nimmt die Zahl der Ficusarten sehr schnell ab, um so schneller, je trockner das Klima ist; nur an den feuchten Osträndern der Kontinente, wie China und Japan, Queensland, Südbrasilien ist ihre Zahl immerhin noch beträchtlich, und das gleiche Bild zeigt Südafrika, wo die an der Ostseite, Natal, Kaffernland, Transvaal bis zum östlichen Capland vorkommenden Arten diejenigen der trocknern Westseite des Kontinentes um ein mehrfaches an Zahl übertreffen.

Was die in Südafrika vorkommenden Sektionen betrifft, so überwiegt die Sektion Urostigma ebenso wie im tropischen Afrika; von den 15 bisher bekannten Arten gehören nicht weniger als 13 dieser Sektion an. Die beiden übrigen Arten gehören zur Sektion Eusyce, zu der Verfasser auch die Sycomoren rechnet; und zwar besitzen beide Arten im tropischen Afrika sehr nahe Verwandte. Ueberhaupt trägt die Gattung Ficus in Südafrika keinerlei Originalität zur Schau; sämtliche Formen stellen sich als Abwandelungen viel reicherer Entwicklungen der wärmeren afrikanischen Landstriche dar.

Species generis Ficus Africae australis.

A. *Flores ♂ diandri* — ***Sect. Eusyce***

1. Receptacula in ramis specialibus fructigeris, folia margine undulata. — ***Subsect. Sycomorus***

Folia magna glabra ovata usque oblonga, vix aspera, receptacula magna glabra. — *1.* **F. capensis** *Thunb.* (Kap- und Transvaalkolonie, Pondoland, Natal.)

II. Receptacula axillaria vel in axillis defoliatis, folia margine integra vel serrata haud undulata sed interdum lobata. — ***Subsect. Sycosyce***

Folia magna cordate rotundata supra valde aspera, receptacula magna dense albo-pilosa — *2.* **F. damarensis** *Engl.* (Hereroland, Südangola).

B. Flores ♂ monandri — ***Sect. Urostigma***

I. Folia basi cordata

a) Folia orbicularia

1. Folia glabra late cordata, innovationes glabrae — *3.* **F. soldanella** *Warb. n. sp.* (Transvaalkolonie).

2. Folia subtus pilosa, vix cordata, innovationes longe pilosae — *4.* **F. Rehmannii** *Warb. n. sp.* (Transvaalkolonie).

b) Folia ovata usque lanceolata

1. Receptacula sessilia

Folia coriacea, nervi tertiarii reticulati utrinque distincte prominuli — *5.* **F. cordata** *Thunb.* (Kap-, Betschuana- und Hereroland).

2. Receptacula pedunculata

α) Folia plus duplo longiora quam lata

× Folia apice obtusa vel rotundata, reticulatione grossa supra vix conspicua, subtus paullo distincta — *6.* **F. Guerichiana** *Engl.* (Hereroland).

×× Folia apice vulgo acuta, reticulatione grossa utrinque distincte prominula — *7.* **F. salicifolia** *Vahl* *var. australis Warb. n. var.* (Transvaalkolonie).

β) Folia vulgo haud duplo longiora quam lata

× Reticulatione foliorum tenerrima utrinque distincta, receptacula distincte pedunculata — *8.* **F. caffra** *Miq.* (Kap- u. Transvaalkolonie, Natal)

×× Reticulatione foliorum tenerrima subtus tantum distincta, receptacula vix pedunculata — *9.* **F. pondoensis** *Warb. n. sp.* (Pondoland).

II. Folia basi obtusa vel subacuta nunquam cordata
a) Innovationes pubescentes
1. Receptacula sessilia pubescentia late pyriformia
α) Folia obovata — 10. ***F. Galpinii*** *Warb. n. sp.* (Transvaalkolonie).
β) Folia obelliptica — 11. ***F. Dinteri*** *Warb. n. sp.* (Hereroland).
2. Receptacula pedunculata glabra vel vix pubescentia
α) Receptacula brevissime pedunculata — 12. ***F. Burkei*** *Miq.* (Transvaalkolonie).
β) Receptacula longe pedunculata
× Folia elliptica, receptacula globosa pisiformia — 13. ***F. natalensis*** *Hochst.* (Natal, Kap- und Transvaalkolonie).
×× Folia obovata usque oblanceolata, receptacula late pyriformia pisis majora — 14. ***F. durbanii*** *Warb. n. sp.* (Natal).
b) Innovationes tomentosae
Folia oblonga vel oblanceolata — 15. ***F. Schinziana*** *Warb. n. sp.* (Transvaalkolonie).

1. ***Ficus capensis Thunb.*** diss. de ficu (1786), p. 13.

Sycomorus capensis Miq. in Hook. Lond. Journ. Bot. VII (1848). p. 113 (sub III B). *Ficus Lichtensteinii* Link Enum. II (1822), p. 451.

Ramulis in sicco fuscis vel fulvis striatis haud verrucosis glabris 2—3 mm. latis, stipulis brevibus caducis lanceolatis acuminatis in medio dorso pilosis; petiolis 2—4 cm longis, 1—1½ mm latis in sicco fulvis, foliis pergamaceis glabris laevibus ovatis vel ovato-oblongis basi rotundatis vel subcordatis rarius subtruncatis, apice acutis vel obtusis 8—11 cm longis, 4—7 cm latis, margine vulgo undulatis vel grosse undulato-dentatis rarius fere integris, basi trinerviis, nervis lateralibus medium folium vix attingentibus, venis praeterea 3—4 oblique ascendentibus paullo arcuatis, nervis tertiariis et reticulatione tenerrima utrinque distinctis.

Receptaculis in ramulis specialibus racemosis, bracteis in basi pedunculorum parvis ovatis caducis griseo-tomentosis, pedunculis 5—7 mm longis, 1½ mm latis glabris, receptaculis globosis vel subturbinato-globosis glabris ca. 1½ cm longis latisque, basi bracteis

3 latis vix connatis ca. 1½ mm longis suffultis, apice ostiolo 4 mm lato valde prominente et coronam aemulante coronatis, floribus ♂ diandris, sepalis 3 concavis obtusis, florum ♀ sepalis 3 fuscis lanceolatis.

Kapkolonie: Thunberg, Drège, Ecklon und Zeyher etc.

Pondoland: Bachmann 427, 430.

Natal: Krauss 265.

Transvaalkolonie: Rehmann 6487, 6489.

2. ***Ficus damarensis*** Engl. n. Botan. Jahrb. X (1886) p. 5.

Ramulis in sicco fuscis vel ferrugineis ca. 3 mm latis griseo-tomentosis mox glabrescentibus pilis in nodis diutius persistentibus, stipulis caducis late lanceolatis 1—1½ cm longis extus dense sericeis, petiolis 1—2 cm longis, 1½—2 mm latis junioribus tomentosis demum gabrescentibus. Foliis late usque rotundo-ovatis subcoriaceis utrinque valde asperis, basi subcordatis apice rotundatis in margine crenatis usque integris, supra glabris subtus pubescentibus, basi 5—7 nerviis, nervis lateralibus interioribus medium folium vix superantibus, venis praeterea 3—4 paullo curvatis ascendentibus, nervis tertiariis supra vix distinctis subtus prominentibus, reticulatione subtus tantum distincta. Receptaculis haud in ramis specialibus sed ex axillis defoliatis pedunculatis, pedunculis ca. 1 cm longis, 1½ mm latis tomentosis vel glabrescentibus apice bracteis latis 2 mm longis divaricatis coronatis, receptaculis stipitatis late pyriformibus incano-tomentosis; stipite 2—6 mm longo, 2—3 mm lato, receptaculis ipsis 1½—2 cm longis et latis, ostiolo distincte prominente 3—4 m lato, 1½ mm longo, bracteis multis lanceolatis usque linguiformibus intus clauso; floribus ♀ cecidiophoris sessilibus vel stipitatis, sepalis valde irregularibus 2—4 subulatis vel pro parte connatis vel apice subulate divisis, ovariis et stylis infraterminalibus brevibus rubris, stigmatibus oblongis erectis flavis apice truncatis, floribus ♂ paucis prope ostiolum sepalis calyptriformibus obtectis diandris, filamentis brevissimis, antheris oblongis obtusis.

Diese von Engler in Unkenntnis der ♂ Blüten zu Urostigma gestellte Art gehört unzweifelhaft zur Sektion Eusyce, und schliesst sich sehr nahe der im Sudan weit verbreiteten *F. trachyphylla* an.

Deutsch-Südwest-Afrika. — Hereroland: Marloth 1267, juxta fontem „Usakos“ 800 m, „wilder Feigenbaum“ ad 15 m alta, cortice albo, fructibus esculentis. — **Südangola:** Onkumbi Schinz 2056, Baum 86 in Ediva, 1175 m, auch am Kubango, wenig auftretend, bis 25 m hoher Baum, charakteristisch durch die gelbe Farbe seiner Rinde; Stämme zu Booten verarbeitet.

3. ***Ficus soldanella* Warb.** *n. sp.*

Ramulis subcrassis 4—6 mm latis, innovationibus pilis minutis canis puberulis mox glabris, stipulis paleaceis acutis glabris deciduis 1 cm longis; petiolis 2—6 cm. longis, 2 mm latis puberulis, foliis coriaceis late orbicularibus 6—14 cm in diametro basi late et profunde cordatis apice rotundatis, supra glabris in nervis sub lente puberulis, subtus vix distincte apresse pubescentibus, basi 5-nerviis, nervis internis medium marginis paullo superantibus, venis e costa abeuntibus vulgo 3—4 ante marginem arcuate conjunctis, nervis tertiariis et reticulatione subtus prominulis. Receptaculis haud exstantibus.

Transvaalkolonie: Rehmann 4686, Pretoria, Kuduspoort.

Der folgenden Art wahrscheinlich sehr nahe stehend, aber durch das Fehlen der langen, zottigen Behaarung an den Sprossenden, sowie durch die breiteren, fast kahlen Blätter leicht zu unterscheiden. Dies ist vermutlich die von Miq. als *F. abutilifolia* bestimmte südafrikanische Form, die Burke am Macalisberg (Transvaalkolonie) gesammelt hat, cf. Miq. Afrikaansche Vijgeboomen p. 134.

4. ***Ficus Rehmannii*** *Warb. n. sp.*

Ramulis crassis 6—7 mm latis, innovationibus dense et longissime sordide flavido-villosis mox glabris fuscescentibus, stipulis paleaceis late ovatis acutis extus subpubescentibus 1—1½ cm longis deciduis; petiolis 2—2½ cm longis, 2—3 mm latis dense villosis, foliis coriaceis orbicularibus basi cordatis apice rotundatis, 7—10 cm in diametro, supra in nervis pubescentibus subtus dense et molliter villosis, supra in sicco viridibus, subtus pallide fuscis, in basi 5-nerviis, nervis externis brevibus, internis medium marginis haud attingentibus, venis e costa abeuntibus utrinque 4—5, ante marginem arcuate conjunctis, nervis tertiaris subtus prominulis, reticulatione subtus distincta. Receptaculis axillaribus binis sessilibus, bracteis latis paleaceis deciduis vulgo rotundatis saepe calyptriformibus 4—7 mm longis suffultis vel circumdatis, 7—9 mm longis, 6—7 mm latis, extus lanatis et verruculis parvis inspersis, apice ostiolo parvo bilobo prominente coronatis. Floribus ♂ monandris, filamento brevi, anthera lata, sepalis lanceolatis vel ovatis vel obtusis, bracteolis lanceolatis acutis, floribus cecidiis deformatis sepalis lanceolatis basi connatis circumdatis; stylo rudimentario vulgo brevi.

Transvaalkolonie: Rehmann 6486, Houtbosh (Hb. Zürich).

Natal: Rehmann 7900, Jntschanga (Hb. Zürich).

var. *ovatifolia* Warb., n. var. foliis ovatis, basi vix cordatis, stipulis dorso dense villosis.

Natal: Rehmann 7711, Camperdown.

Diese Varietät hat ähnliche, wenn auch viel grössere Blätter und Stengel, wie *F. barbata* Warb. aus Angola.

var. *villosa* Warb. n. var., foliis ovatis, basi distincte cordatis, maturis villosis.

Rhodesia australis: Marloth 3382, 3407, Matopoo, 1400 m. Nov. 1903, arbor 10—12 m alta.

5. ***Ficus cordata Thunb.*** diss. de ficu. genere (1786) n. 6 c. ic.

F. glaucophylla Desf. Cat. Hort. Par. Tab. ed. I, pag. 209.

Urostigma Thunbergii Miq. in Hook. Lond. Journ. Bot. VI (1847), p. 556.

Ramulis 2—3 mm latis glabris, cortice vix verrucoso in sicco ferrugineo, stipulis caducis 2—16 mm longis lanceolatis glabris, petiolis 1½—3 cm longis 1 mm latis, foliis pergamaceis glabris oblonge usque lateovatis basi rotundatis vel subcordatis apice breviter acuminatis acutis, in sicco supra pallidis vel fuscescentibus subtus glaucis, 5—7 cm longis, 2½—4 cm latis, in basi 5-nerviis, venis utrinque 6—8 majoribus oblique ascendentibus paullo curvatis ante marginem connexis utrinque prominulis, reticulatione utrinque distincta et in sicco prominula. Receptaculis binis versus apices ramorum et ramulorum in axillis sessilibus, fere globosis, 4—5 mm in diametro, in sicco lividis vel luteis, basi bracteis latis 1½—2½ mm longis pro parte fissis suffultis, ostiolo paullo prominente, floribus ♂ monandris, florum ♀ sepalis lanceolatis acutis.

Kapkolonie: Burchell 1889. — ex hort. Berol. in herb. Link, herb. Spreng.

ex hort. Paris, sub nom. glaucophylla Desf. et atrovirens. Aug. 1828.

var. *tristis* Warb. n. var., Ficus tristis Kunth et Bouché. Innovationibus et gemmis pubescentibus, petiolis vulgo folia media aequantibus vel superantibus.

Kapkolonie: Ecklon et Zeyher 76. 3 mis. Drège 1853. ex hort. Berol. Kunth et Bouché 17. Sept. 1846. N. W. Capland, Diels 306, Clanwilliam, Felshang bei Klein-Valley 80 m. ü. M., an Sandsteinfelsen, vereinzelt, 4./9. 1900; „Speckboom" der Farmer 3—6 m hoher Baum mit weissgrauer Rinde und oft tiefreichenden, breiten Wurzeln, Blüten grün, Früchte dunkelrot.

var. *Marlothii* Warb. n. var., ramulis junioribus griseo-pubescentibus, foliis vulgo latioribus, receptaculis depresso-globosis paullo puberulis.

Kapkolonie: Schlechter 11471 29./9. 1897. Oranje Rivier, in ripis. 800' ü. M.

Deutsch-Südwest-Afrika: Hereroland, Fleck 385a, arbor (Hb. Zürich). 395, auf Felsen bei Uurib (Hb. Zürich).

Bechuanaland: Marloth, auf Felsen der Berge Sa. Mhana bei Kuruman.

var. *Fleckii* Warb. n. var., stipulis innovationibus et bracteis incano-villosis.

Deutsch-Südwest-Afrika: Hereroland, Fleck 386a, 387a !Kuisib, Juni 1188; Dinter 1466, Gam Koichas 19/2. 1900.

6. ***Ficus Guerichiana*** Engl. Bot. Jahrb. XIX (1894) 130.

Prorepens ramulis crassis 3—4 mm latis glabris in sicco flavidis usque luteis subsulcatis; petiolis brevibus crassis complanatis superne canaliculatis glabris 5—8 mm longis 4 mm latis, foliis coriaceis glabris oblongo-ovatis usque oblongis in sicco pallide viridibus glaucescentibus, basi rotundatis usque subcordatis apice obtusis vel rotundatis 6—9 cm longis $2^1/_2$—4 cm. latis; costa crassa, venis 5—7 utrinque obliquis supra insculptis subtus prominentibus procul a margine nervo communi conjunctis, nervis tertiariis reticulatis supra vix distinctis subimpressis subtus paullo prominulis. Receptaculis binis in foliorum axillis, pedunculis ca. 3 mm longis $1^1/_2$ mm latis sub lente griseo-puberulis, receptaculis globosis vel subdepresso-globosis ca. 9 mm latis in sicco pallide viridibus laevibus fere glabris ad basim sub lente puberulis basi bracteis rotundatis ca. $1^1/_2$ mm longis et latis vix puberulis suffultis; florum ♀ sepalis 3 lanceolatis obtusis in sicco fulvis albido-marginatis, stylis lateralibus longis subulatis, stigmatibus oblongis.

Deutsch-Südwest-Afrika: Hereroland, Gürich 59, 25/10 1888. Kameelneck am Bockberg, an steilen Felsen wurzelnd und darüber hin kriechend, niedrig, den Felsen dicht mit Laub überziehend; verbreitet, doch nur stellenweise, auch bei Otjitambi und in der Gegend von Rehoboth; Dinter 81, Spitzkoppjes, über die Granitfelsen sich legender „Baum" (Hb. Zürich). Fleck 868, Rehoboth, im Flussbett des Oanap an Felsen klimmend, Stamm Milch enthaltend, Rinde weissgrau bis weissgrünlich; id. 47a bei Numis, Sept. 88, mit viel stärkerem und grösserem, teilweis aufrecht stehendem Stamm von 6—7" Durchmesser.

7. ***Ficus salicifolia*** Vahl. Symb. I (1790) p. 82 I. 23.

Urostigma salicifolium Miq. in Hook, Lond. Journ. Bot. VI (1847) p. 556.

Ramulis junioribus et stipulis caducis vix 1 cm. longis puberulis, petiolis 3—4 cm longis glabris foliis, lanceolatis 10—13 cm longis $2^1/_2$—4 cm latis basi rotundatis vel obtusis apice attenuatis vel subacuminatis pergamaceis glabris in sicco pallide viridibus subtus paullo pallidioribus basi breviter 3 nerviis, venis utrinque 10—15 patentibus fere strictis ad marginem arcuate connexis utrinque vix prominulis, nervis tertiariis reticulatis utrinque prominulis. Receptaculis axillaribus geminis subglobosis 7—10 mm in diametro glabris, basi bracteis 3 latis rotundatis suffultis, pedunculis 1 mm latis, $1^1/_2$—2 mm longis.

var. *australis* Warb. n. var., innovationibus glabris, stipulis 1 cm longis, foliis late lanceolatis 8—11 cm longis 4 cm latis basi obtusis usque rotundatis apice acutis, pedunculis brevibus glabris, receptaculis ca. 7 mm in diametro metientibus glabris maculatis.

Transvaalkolonie: Rehmann s. n. (Hb. Zürich).

8. ***Ficus caffra*** Miq. Ann. Mus. Bot. Lugd. Bat. III (1867) 288.

Urostigma caffrum Miq. Afrikaansche Vijge-Boomen (1849) p. 141 (in Verh. Ac. Amst. I).

Ramulis junioribus 2—3 mm latis in sicco angulatis griseo-pubescentibus, stipulis caducis 5—7 mm longis griseo-puberulis, petiolis 2—$2^1/_2$ cm longis $1^1/_2$—2 mm latis in sicco luteis, foliis subcoriaceis glabris ovatis basi cordatis apice obtusis vel subacutis 8—12 cm longis 6—8 cm latis supra nitidis in sicco pallide viridibus vel fuscescentibus subtus pallidioribus, basi breviter 3—7 nerviis, venis utrinque 6—10 subpatentibus strictis ad apicem arcuate confluentibus, nerviis tertiariis et reticulatione tenerrima utrinque distinctis. Receptaculis binis axillaribus fere globosis glabris in sicco luteis 8—10 mm latis apice subcomplanatis ostiolo in sicco fulvo subconvexo $2^1/_2$ mm lato coronatis, basi bracteis inter se connatis rotundatis $1^1/_2$ mm longis in dorso puberulis suffultis, pedunculis 3—4 mm longis, 1 mm latis puberulis; florum ♀ sepalis lanceolatis in sicco rubris vix marginatis.

A. *F. lutea* receptaculis pubescenter pedunculatis diversa.

Transvaalkolonie: Burke, Magaliesberg; Wilms 1348, District Lydenburg, zwischen Spitzkop und Komatifluss; id. 1347, Distr. Lydenburg, Kluft bei Steph. Schoemann's Farm; id. 1346, bei Pretoria; Rehmann 4434, Pretoria, Wonderboomport (Hb. Zür.), id. 4685, Pretoria, Kuduspoort (Hb. Zür.), id. 4294, Pretoria, Hügel beim Aapiesrivier (Hb. Zür.), id. 6490, Houtbosh (Hb. Zür.), id. 7284, Drakensberg, Klipprivier (Hb. Zür.)

var. *sambesiaca* Warb. n. var., foliis majoribus, tenuioribus, receptaculis, subpyriformiter globosis.

Sambesi: Menyharth 770, Febr. 1891 (Hb. Zür.),

var. *longipes* Warb. n. var., pedunculis majoribus, usque 5 mm longis.

Transvaalkolonie: Rehmann 4435, Pretoria, Wonderboompoort (Hb. Zür.).

var. *natalensis* Warb. n. var., foliis basi rotundatis vel subobtusis.

Natal: Rehmann 7798, Camperdown (Hb. Zür.).

var. *pubicarpa* Warb. n. var., receptaculis pubescentibus.

Kapkolonie: Drège.

9. ***Ficus pondoensis*** *Warb. n. sp.*

Ramulis 3—4 mm latis cortice cinereo ruguloso obtectis, innovationibus pubescentibus vel subglabris, stipulis late lanceolatis 5 mm longis fere glabris, petiolis 1—3 cm longis 1 mm latis, foliis coriaceis glabris late ovatis basi late cordatis apice rotundatis rarius subacutis 5—8 cm longis 3—5 cm latis supra in sicco viridibus subtus pallidioribus, venis utrinque 4—6 patulis strictis basalibus paullo magis ascendentibus ad marginem arcuate connexis, reticulatione utrinque prominula. Receptaculis binis in axillis defoliatis brevissime crasse et glabre pedunculatis vel subsessilibus globosis 6—8 mm in diametro glabris in sicco luteis maculatis, basi bracteis rotundatis extus pubescentibus suffultis, ostiolo prominente. Floribus ♂ monandris, sepalis florum ♀ lanceolatis glabris.

Pondoland: Bachmann 425, 1887—88; Receptakel grün, Strauch, besonders an Bachufern, schmiegt sich den Sandsteinfelsen an; id. 429, an geschützten Stellen strauchig, sonst im Epheu an Felsen, doch ohne Haftorgane. Stamm und Äste schmiegen sich bandartig an Felsen und alle Unebenheiten der Sandsteinfelsen. Eine der *F. caffra* nahe stehende Art, aber durch die fast sitzenden Receptakel, die breiten, meist stumpfen, und nur unterseits deutlich retikulaten Blätter, sowie den niedrigen Wuchs verschieden.

10. ***Ficus Galpinii*** *Warb. n. sp.*

Ramulis ca. 3 mm latis ferrugineo-tomentosis demum glabris et tum cortice fusco obtectis, petiolis gracilibus 4—5 cm longis 1 mm latis in sicco flavidis apice glandulosis, foliis pergamaceis obovatis basi cuneatis acutis apice rotundatis vel obtusis 6—8 cm longis, 3½—5 cm latis in sicco pallide viridibus subtus vix pallidioribus, venis utrinque 6—8 patentibus strictis 1—2 mm ante marginem nervo vix arcuato conjunctis supra distinctis subtus prominentibus minoribus parallelis interjectis, nervis tertiariis et reticulatione subtus tantum

distinctis vel prominulis. Receptaculis binis axillaribus sessilibus globosis 8 mm in diametro, pilis longis ferrugineis villosis basi bracteis parvis haud connatis ellipticis villosis suffultis; ostiolo haud prominente: florum ♀ sepalis lanceolatis margine hyalinis.

Transvaalkolonie: Galpin 397, Barberton, Juni/Juli 1889, 3000 m, an Hügeln, 15—20′ hoher Baum; Wilms 1345, District Lydenburg, zwischen Spitzkop und Komatifluss, Aug. 1884.

11. ***Ficus Dinteri*** *Warb. n. sp.*

Ramulis 2—3 mm latis fere glabris in sicco fulvis sulcatis cicatricibus stipularum pubescentibus, stipulis cito caducis 4—5 mm longis late lanceolatis subacutis extus subappresse griseo-tomentosis, petiolis gracilibus 1—2 cm longis, $^2/_3$ mm latis glabris in sicco pallidis, foliis pergamaceis glabris basi articulatis obellipticis apice rotundatis ad basim sensim angustatis basi breviter rotundatis vel subcordatis 4—6 cm longis $1^1/_2$—$2^1/_2$ cm latis in sicco fuscescentibus basi paullo pallidioribus, venis utrinque 4—6 oblique ascendentibus basalibus paullo magis ascendentibus haud longioribus ante marginem arcuate confluentibus supra vix distinctis subtus prominulis interspersis subparallelis minoribus, nervis tertiariis et reticulatione supra haud subtus valde distinctis. Receptaculis binis in axillis sessilibus breviter pyriformibus basi acutis ibique bracteis 2—3 mm longis latis obtusis vel rotundatis suffultis, 8 mm latis 9 mm longis in sicco ferrugineis subaureo-lanuginosis, ostiolo haud prominente; floribus ♂ monandris, florum ♀ sepalis lanceolatis margine et apice late hyalinis.

Deutsch-Südwest-Afrika: Hereroland, Otavi, 16/4 90, Dinter 621.

12. ***Ficus Burkei*** Miq. in Ann. Mus. Bot. Lugd, Bat. III (1867) p. 209.

Urostigma Burkei Miq. in Hook. Lond. Journ. Bot. VI (1847) p. 555.

Ramulis (e descr. Miquelii) pubescenti-tomentellis, foliis modice petiolatis rotundato-obovatis vel lato-ellipticis 4—8 cm longis $2^1/_2$—$4^1/_2$ cm latis apice lato-rotundatis vel obtuso-attenuatis basi obtusis vel acutiusculis integerrimis glabris, venis utrinque 6—7 reticulatione distincta, petiolis 6—12 mm longis, stipulis lanceolatis ciliatis. Receptaculis axillaribus brevissime pedunculatis geminis vel solitariis globosis junioribus inferne puberulis, involucro trilobo subglabro demum circumscisso vestigium quasi annulatum relinquente suffultis ore prominulo laevi fere perviis (bracteis extimis induratis), pedunculis pubescentibus brevissimis.

Transvaalkolonie: Burke, Magaliesberge.

13. ***Ficus natalensis*** *Hochst.* Flora XXVIII (1845) p. 88.

Urostigma natalense Miq. in Lond. Journ. Bot. VI (1847) p. 556.

Natal: Rehmann 7561 und 7606 Maritzburg, 8062 und 8063 inter Pinetown et Umbilo.

Kapkolonie: Bolus in montibus prope Graaf Reinets.

Transvaal: Rehmann 6493, Houtbosh (steril, ergo incerta).

var. *latifolia* Warb. n. var., foliis late ellipticis.

Kapkolonie: Hanajan, in sylvis prope pagum Konigha in valle fluminis Kei (Keirivier) 2000′ ü. M. März 1891, hierher vielleicht auch ein Wassertrieb aus Pondoland, Bachmann 426.

var. *minor* Sond.

Kafferland: Ecklon et Zeyher, Urtic. 7, Winterberg.

var. *puberula* Warb. n. var., receptaculis et pedunculis puberulis.

Kapkolonie: Mundt, Plettenberg-Bay bei Port Elizabeth. Ecklon et Zeyher, Urtic. 6, Wälder von Krakakamma zwischen Port Elizabeth und Stadesberg.

14. ***Ficus durbanii*** *Warb. n. sp.*

Ramulis 2—3 mm latis fere glabris in sicco mox cortice cinereo rugoso obtectis, stipulis lanceolatis scariosis ½ usque 1½ cm longis acutis, petiolis glabris —1½ cm longis nondum 1 mm latis in sicco luteis, foliis glabris crasse et rigido-pergamaceis fere coriaceis oblanceolatis apice rotundatis basi cuneatis demum obtusis 4—5 cm longis, 1½—2 cm latis in sicco utrinque pallide vel glauco-viridibus subtus vix pallidioribus, venis utrinque 8—10 supra subimpressis vix distinctis subtus prominulis tenuissimis patulis strictis 1—2 mm ante marginem nervo vix arcuato connexis interspersis multis minoribus parallelis, nervis tertiariis et reticulatione haud distinctis. Receptaculis vulgo solitariis axillaribus pedunculo 3—4 mm longo obscuro subpuberulo suffultis glabris in sicco luteis laevibus pyriformi-globosis 10 mm longis 9 mm latis bracteis discum minutissimum tantum formantibus, ostiolo haud prominente; florum ♀ sepalis lanceolatis apice et margine hyalinis acutis.

Natal: Rehmann, 9008, 9009, vielleicht auch 9010, Durban. Steht *F. natalensis* sehr nahe, ist aber durch die im oberen Teil breiten, nach unten zu keilförmigen Blätter, sowie die grösseren, mehr kreiselförmigen Receptakel und die kleine Brakteenscheibe verschieden. 9010 ist steril, hat aber breitere und dünnere, freilich stark cuneate Blätter.

Natal: Rehmann 7476 von Oakfort (Umhloti river), sowie 4431 und Transvaalkolonie 4437, Pretoria (Wonderboomport), alles steril, könnten möglicherweise auch hierzu gehören.

15. ***Ficus Schinziana*** *Warb. n. sp.*

Ramulis 3—4 mm latis junioribus griseo-tomentosis demum glabris in sicco fulvis sulcatis, stipulis lanceolatis incano-tomentosis apice in margine scariosis vix acutis 3—8 mm longis, petiolis $1\frac{1}{2}$—$2\frac{1}{2}$ cm longis 1 mm latis glabris, foliis pergamaceis glabris cuneato-oblongis vel oblanceolatis basi articulatis 4—9 cm longis 2—3 cm latis supra in sicco sordide viridibus subtus fuscescentibus pallidis basi obtusis vel breviter rotundatis vel subacutis apice rotundatis vel obtusis, venis utrinque 7—10 obliquis ascendentibus strictis ante marginem nervo paullo arcuato conjunctis, nervis basalibus lateralibus brevissimis. Receptaculis nimis juvenilibus sessilibus et bracteis pubescentibus suffultis.

Transvaalkolonie: Rehmann 6491, Houtbosh.

Die Art unterscheidet sich von *F. natalensis* durch die starke Behaarung der jungen Triebe, die nicht aufsteigenden basalen Seitennerven und anscheinend auch noch sitzende Receptakel; sie steht der *F. Dinteri* von Hereroland nahe.

Cruciferae.

Die afrikanischen Lepidium-Arten.

A. Thellung (Zürich).

Meine systematisch-nomenklatorischen Untersuchungen über die Gattung *Lepidium* führen mich in bezug auf die südafrikanischen Arten zu Resultaten, die erheblich von den in der *Flora Capensis*[1]) niedergelegten Anschauungen Sonders abweichen, und zwar in dem Masse, dass es mir nicht unangebracht scheint, die Nomenklatur und Synonymie dieser Arten aus meiner grösseren Arbeit vorauszunehmen und in einer speziell der Flora Afrikas gewidmeten Publikationsserie, wie den von meinem hochverehrten Lehrer Herrn Prof. Dr. Hans Schinz herausgegebenen „Beiträgen zur Kenntnis der afrikanischen Flora" zu veröffentlichen. Ferner waren sicherlich auch die Diagnosen der Flora Capensis sehr verbesserungsbedürftig, wofür schon die Tatsache Zeugnis ablegt, dass auch seit dem Erscheinen dieser Flora mindestens 60 % der Bestimmungen kapländischer Arten durch die Sammler als unrichtig bezeichnet werden müssen; es galt daher für mich hauptsächlich auch, einen brauchbaren analytischen Schlüssel herzustellen. Dem Rate meines verehrten Lehrers folgend, dehne ich, um den praktischen Bedürfnissen der afrikanischen Floristen zu dienen, diese Art der Bearbeitung auf die sämtlichen in Afrika nachgewiesenen und möglicherweise zu erwartenden Lepidium-Arten aus; immerhin glaube ich bei denjenigen Arten des Mediterrangebietes, die hinsichtlich der Nomenklatur und der spezifischen Abgrenzung zu keinerlei Kontroversen Anlass gegeben haben, und von denen in bekannten Florenwerken gute Diagnosen existieren, auf eine eingehende Beschreibung verzichten und mich mit den Differentialdiagnosen begnügen zu dürfen.

Den zahlreichen Bemühungen des Direktors des botan. Museums der Universität Zürich, Herrn Prof. Dr. Hans Schinz, habe ich es zu verdanken, dass mir das Lepidium-Material der meisten grösseren

[1]) Harvey und Sonder, Flora Capensis I. (1859–60).

europäischen Herbarien (ausser London) und namentlich auch von den meisten afrikanischen Arten Originalexemplare [so die des Thunbergschen Herbars] oder doch von den Autoren selbst agnoszierte Exsikkaten zur Untersuchung vorlagen — selbstredend eine Hauptbedingung für den guten Erfolg nomenklatorisch-systematischer Studien; ich nehme gerne die Gelegenheit wahr, meinem hochverehrten Lehrer an dieser Stelle für diese Unterstützung und Förderung meiner Arbeit meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

Schlüssel zur Bestimmung der afrikanischen Lepidium-Arten.

1. Frucht nicht aufspringend, etwas gedunsen, weder geflügelt noch ausgerandet, am Grunde oft herzförmig, mit langem ($^1/_3$—$^1/_2$ der Länge der Scheidewand erreichendem), frei vorragendem Griffel (§ *Cardaria* [Desv.] DC.).
    ♃. Stengel oberwärts corymbös verästelt. Stengelblätter (bei den afrikanischen Formen) eiförmig bis eiförmig-lanzettlich, ungeteilt, gezähnt, am Grunde herz- oder pfeilförmig geöhrt. Blüten ansehnlich, komplett; Frucht herzeiförmig oder eiförmig, meist spitz, auf mehrmals längerem, sehr schlankem, fast wagrecht abstehendem Stiel. — Mediterrangebiet; (Europa, Orient).
    1. **L. Draba** L.

1*. Frucht bei der Reife aufspringend, die Samen entlassend, ausgerandet oder geflügelt oder mit kürzerem Griffel.
    2. Frucht an der Spitze deutlich geflügelt, der Griffel mit seinem unteren Teil an die Flügel angewachsen, mit dem oberen Teil frei vorragend. Stengelblätter ungeteilt, eiförmig bis lanzettlich, meist gezähnt, am Grunde öfter herz- oder pfeilförmig geöhrt, seltener nur abgerundet. Blüten komplett, ansehnlich. Haare der Achsen schlank, dünn zylindrisch, meist mindestens so lang wie der Durchmesser der Blütenstiele (§ *Lepia* [Desv.] DC.).
        3. ⊙ oder ⊙. Stengel einzeln aus dem Zentrum der grundständigen Blattrosette entspringend, steif aufrecht, oberwärts meist corymbös verzweigt, gewöhnlich grau weichhaarig. Frucht von zahlreichen schuppenartigen Papillen rauh, breit eiförmig; Griffel sehr kurz, sein freier Teil höchstens $^1/_2$ mm lang. — In Afrika noch nicht nachgewiesen, dürfte aber eingeschleppt vorkommen; (Europa, Orient).
        ? **L. campestre** (L.) R. Br.
        3*. ♃, am Grunde mit zahlreichen faserigen Blattstielresten (*L. glastifolium* und *L. rigidum* zuweilen ⊙, aber Griffel 1—2 mm lang). Frucht nicht oder viel schwächer schuppig-papillös, oft behaart. Freier Teil des Griffels meist mindestens 1 mm lang, selten kürzer bei rauhhaariger Frucht.
            4. Stengel mehrere, aus den Achseln der Grundblätter oder ihrer Überreste entspringend, aus niederliegendem Grunde bogig aufstrebend bis fast aufrecht, oft verbogen. Krone weiss. Fruchtstände ziemlich dicht, ihre Spindel an der Spitze nie dornig.
                5. Frucht schon in der Jugend ganz kahl, übrige Pflanze dicht behaart. Frucht schmal elliptisch, vom unteren Drittel an schmal geflügelt, Flügelbreite an der Spitze $^1/_6$—$^1/_8$ der Länge der Scheidewand; freier Teil des Griffels ca. 1 mm lang. — Atlasgebiet (endemisch).
                2. **L. atlanticum** (Ball) Thell.

5*. Frucht, wenigstens in der Jugend, weich- bis steifhaarig, sehr selten kahl und zugleich die ganze Pflanze völlig haarlos. Äusserst formenreiche Art. — Atlasgebiet; (Mediterr.).

3. **L. hirtum** (L.) DC. sens. ampl.

4*. Stengel einzeln aus dem Zentrum der grundständigen Blattrosette entspringend, meist steif aufrecht. Blätter ganz kahl, etwas durchscheinend berandet.

6. Krone (wenigstens getrocknet) gelb. Kelch 2½—3 mm lang. Frucht (6½—) 7—9 mm lang, (4½—) 5—6 mm breit, vom Grunde an breit (an der Spitze bis zu ⅓ der Länge der Scheidewand) geflügelt; Fruchtklappen glatt und kahl. Fruchttrauben dicht, Achse (und meist ebenso die Fruchtstiele) weichhaarig, an der Spitze wenig verdünnt, nicht dornig. — Atlasgebiet (endemisch).

4. **L. glastifolium** Desf.

6*. Krone weiss. Kelch 2—2¼ mm lang. Frucht 4½—6 mm lang, 3—4 mm breit, im unteren Drittel sehr schmal, von da an breiter (an der Spitze bis zu ¼—⅕ der Länge der Scheidewand) geflügelt; Fruchtklappen etwas papillös. Fruchtstände locker, Achse kahl, steif, oberwärts nackt, pfriemlich verjüngt, an der Spitze etwas dornig verhärtet. — Atlasgebiet (endemisch).

5. **L. rigidum** Pomel.

2*. Griffel frei oder mit den Flügeln verwachsen, im letzteren Fall die Stengelblätter am Grunde verschmälert oder auch abgerundet und dann die Haare des Blütenstandes (wenigstens teilweise) keulig verdickt.

7. Griffel mit den Fruchtflügeln verwachsen, diese an der Spitze jederseits in einen ansehnlichen (so lang oder länger als breit), vorgestreckten, den Griffel bedeutend überragenden Lappen ausgezogen. Fruchtstiele flach zusammengedrückt, fast ½ so breit als die Frucht, an die Achse angedrückt. Stengelblätter meist fiederteilig oder fiederig gelappt. Blüten komplett. Cotyledonen ganz (§ *Lepiocardamon*[1]) Thell. n. sect.).

8. Reife Frucht 3—3½ mm lang, rechteckig eiförmig, die Flügellappen wenig höher als breit, ca. ½ so lang als die Scheidewand. Fruchtstände zylindrisch. Blütenstände in der Blüte kopfig verkürzt, stumpf. Stengel meist niederliegend, sparrig-reichästig. Blätter oft ungeteilt, stumpflappig. ⨀. — Ägypten; (Orient).

6. **L. Aucheri** Boiss.

8*. Reife Frucht 5—6 mm lang, schmal eiförmig, die Flügellappen meist doppelt so hoch als breit, ca. ⅔ so lang als die Scheidewand. Fruchtstände nach der Spitze verjüngt, ihre Achsen in Dornen auslaufend. Krone und Kelch lange bleibend, der blühende Teil der Inflorescenzen daher verlängert und pfriemlich verschmälert. Stengel meist aufrecht. Blätter fein zerteilt. ⨀. — Orient, Kreta, Balkan, Balearen; ob in Afrika ?

? **L. spinosum** Ard.

7*. Griffel frei oder unterwärts mit den Fruchtflügeln verwachsen und dann wenig kürzer bis länger als die Ausrandung. Fruchtstiele cylindrisch oder etwas zusammengedrückt, aber nie so breit.

[1]) Hält in den Merkmalen einigermassen die Mitte zwischen § Lepia und § Cardamon, daher der Name.

9. Cotyledonen fast stets dreispaltig oder dreiteilig. Frucht 4½—7 mm lang, an der Spitze deutlich geflügelt, der Griffel unterwärts sehr kurz mit den Flügeln verwachsen, etwas kürzer bis etwas länger als die Ausrandung. Fruchtstiele ziemlich dick, kürzer als Frucht, fast aufrecht. ⊙, zerstreut borstlich behaart, oft bläulich bereift; Stengelblätter meist zerteilt. Blüten komplett. (§ *Cardamon* DC.) — Abessinien, Ägypten, ausserdem kultiviert und verwildert; (Orient).

7. **L. sativum** L.

9*. Cotyledonen ganz. Frucht kleiner oder Fruchtstiele ± abstehend.

10. Frucht an der Spitze deutlich ausgerandet, Narbe tiefer oder höchstens so hoch wie der Vorderrand der Frucht, nicht vorragend (§ *Dileptium* DC.).

11. Staubblätter 6, Blüten ansehnlich, Kronblätter doppelt so lang als der Kelch, mit rundlicher Platte. Halbstrauchig; Basalteile mit zahlreichen Blattnarben. Laubblätter (an wild gewachsenen Exemplaren) sämtlich linealisch-pfriemlich, ganzrandig, starr, oft fast nadelartig. Frucht eiförmig, scharf ausgerandet, mit zwei kurzen, spitzen, vorgestreckten Flügellappen, auf etwa gleich langem, geradem, aufrecht-abstehendem Stiel. — Atlasgebiet; (Spanien).

8. **L. subulatum** L.

11*. Staubblätter 2—4 mediane, laterale o.

12. Blüten relativ ansehnlich, Kronblätter (wenigstens an den unteren Blüten) länger (bis doppelt so lang) als der Kelch, mit breiter Platte und deutlichem Nagel. Frucht fast kreisrund, auf etwas längerem, dünnem, meist unter 60° abstehendem Stiel, oberwärts deutlich geflügelt. Stengelblätter lineallanzettlich, spitz, entfernt, sägezähnig, seltener die oberen fast ganzrandig. ⊙. — Madeira, Canaren; sonst wohl auch verschleppt; (N.- u. Centr.-Am., W.-Indien).

9. **L. virginicum** L.[1]).

12*. Kronblätter o oder sehr klein, höchstens ½ so lang als der Kelch, fädlich oder borstlich. Frucht nicht kreisrund.

13. Frucht eiförmig, an der Spitze im Umriss eckig-spitz, scharf ausgerandet, mit einem dreieckig-spitzen, vorgestreckten Lappen auf jeder Seite der Ausrandung; Fruchtstiel dünn, gerade, etwas länger als die Frucht, unter 45° abgehend. Krone o; Honigdrüsen sehr kurz und breit. Stengelblätter, wenigstens die oberen, linealisch, stumpflich, ganzrandig. ⊙. Pflanze dunkelgrün, von charakteristischem, stinkendem Geruch. — Angeblich Abessinien, Angola und Kapland; sämtliche Exemplare, die ich kontrollieren konnte, gehören jedoch zu anderen Arten. Dagegen möglicherweise adventiv im Mediterrangebiet; (Europa, Orient).

? **L. ruderale** L.

13*. Frucht (meist schmal-) elliptisch, an der Spitze stumpflich oder fast gestutzt, seicht und breit ausgerandet, mit stumpfen oder konvergierenden Lappen. Fruchtstiele fast aufrecht oder bogig auswärts gekrümmt, so lang wie die Frucht. Kronblätter vorhanden oder Honigdrüsen fädlich. Stengelblätter anders gestaltet. ♃.

---

[1]) Über die dem *L. virginicum* L. nahe verwandten nordamerikanischen *L. densiflorum* Schrad. und *L. neglectum* Thell., die, wie anderwärts, möglicherweise auch in Afrika adventiv auftreten dürften, vergl. Thellung in Bull. Herb. Boiss. 1904, p. 711.

14. Frucht (mit Ausnahme der var. *iberioides*) $2^1/_2$–3 mm lang, auf ± bogig-abstehendem Fruchtstiel, an der Spitze fast gestutzt, die Spitzen der Klappen zu beiden Seiten der Ausrandung vorgestreckt, breit, stumpf. Kronblätter vorhanden. Honigdrüsen länglich, $^1/_6$–$^1/_4$ so lang als der Kelch. — Abessinien, Ascension, St Helena, Südafrika, Madagaskar, Mauritius.

10. **L. divaricatum** Soland. ap. Ait.

14*. Frucht kaum über 2 mm lang, auf aufrecht-angedrücktem Fruchtstiel, an der Spitze wegen der konvergierenden Flügellappen im Umriss ± abgerundet-stumpflich. Kronblätter o. Honigdrüsen fädlich-verlängert, ca. $^1/_3$ so lang als der Kelch. Stengel kahl oder von sehr kurzen, geraden oder unregelmässig gekrümmten Haaren etwas flaumig. Grössere Stengelblätter fiederspaltig. — Südafrika.

11. **L. trifurcum** Sond.

10*. Frucht an der Spitze nicht oder kaum merklich ausgerandet, durch den (oft sehr kurzen) vorragenden Griffel stachelspitzig (§ *Lepidiastrum* DC.).

15. Blüten relativ ansehnlich, Krone meist länger (bis doppelt so lang) als der Kelch, seltener nur so lang; Staubblätter nur bei *L. Armoracia* 2 (–4), sonst 6. ♃.

16. Frucht (reif) ca. 5 mm lang, netzaderig, eiförmig, an der Spitze deutlich geflügelt, der Griffel unterwärts mit den Flügeln verwachsen, sein frei vorragender Teil mehr als $^1/_2$ mm lang. Blätter dicklich, etwas fleischig-lederig, die stengelständigen elliptisch- bis lineal-lanzettlich, stumpflich, ganzrandig, mit halbstengelumfassendem Grunde sitzend. Honigdrüsen kurz, rundlich. Krone länger als der $1^1/_2$–2 mm lange Kelch. — Kap.

12. **L. flexuosum** Thunbg.

16*. Frucht selten mehr als 3 (bis 4) mm lang, ungeflügelt, der Griffel frei vorragend.

17. Grund- und untere Stengelblätter zwei- bis dreifach fiederteilig, mit linealisch-fädlichen Abschnitten, mittlere und obere Stengelblätter fiederteilig oder dreispaltig mit linealischen Abschnitten. Frucht eiförmig, mit deutlich vorragendem Griffel. Krone etwa so lang wie der Kelch (1 mm). Honigdrüsen kurz dreieckig. — Kap.

13. **L. bipinnatum** Thunbg.

17*. Stengelblätter ungeteilt, höchstens etwas fiederig eingeschnitten, mit dreieckig-lanzettlichen (nie fädlichen) Abschnitten. Krone länger als der Kelch (bei *L. Schweinfurthii* und *L. Armoracia* nur sehr wenig).

18. Blätter etwas dicklich lederig, die stengelständigen eiförmig bis lanzettlich, spitz.

19. Staubblätter 6. Kronblätter fast doppelt so lang als der Kelch, mit breiter Platte und schmalem Nagel. Blütenstände sehr zahlreich, auch zur Fruchtzeit trugdoldig oder kopfig verkürzt, zu einem pyramidal-rispigen Gesamtblütenstand angeordnet. Fruchtstiele fast haardünn, bogig abstehend, bedeutend länger als die meist breitelliptische, oft behaarte Frucht. Mittlere und obere Stengelblätter (bei den afrikanischen Formen) eiförmig-lanzettlich bis lanzettlich, ganzrandig, spitz. — Mediterrangebiet; (Europa, Asien ausser dem Südosten; ausserdem verwildert).

14. **L. latifolium** L.

19*. Staubblätter meist 2-4 mediane (bei der ssp. *intermedium* (A. Rich.) zuweilen 6). Kronblätter kaum länger als der Kelch, undeutlich benagelt. Blütenstände wenig zahlreich, zur Fruchtzeit verlängert traubig. Fruchtform und Länge der Fruchtstiele bei den verschiedenen ssp. verschieden, doch Frucht stets ± deutlich ausgerandet. Stengelblätter breiter oder schmäler lanzettlich, beiderends spitz, ± gezähnt bis etwas fiederig eingeschnitten. — Abessinien; (Arabien).

15. **L. Armoracia** Fisch. & Mey.

18*. Blätter dünner, kaum lederartig, die oberen linealisch oder etwas spatelig, stumpflich, meist ganzrandig. Laterale Staubblätter vorhanden. Fruchtstände (oft rutenförmig) verlängert, Frucht auf gleichlangem oder etwas längerem, meist unter 45° abstehendem oder noch weiter bogig herabgekrümmtem dünnem Stiel, eiförmig, meist sehr spitz, nicht ausgerandet.

20. Kronblätter verkehrteiförmig, am Grunde in einen kurzen Nagel verschmälert, meist $1^1/_2$ mal so lang als der Kelch. Mediane Staubblätter (stets?) dédoubliert. Frucht meist 3 mm lang. Pflanze meist 30–100 cm. — Algerien (angeblich auch Abessinien, aber hier wohl mit *L. Armoracia* ssp. *intermedium* verwechselt; Süd- und West-Europa, Südwest-Asien.

16. **L. graminifolium** L.

20*. Kronblätter länglich, am Grunde nicht zusammengezogen, sehr wenig länger als der Kelch. Mediane Staubblätter (stets?) nicht dédoubliert. Frucht 2 mm lang. Pflanze ± 10 cm. — Arabien (Yemen); ob auch in Abessinien?

? **L. Schweinfurthii** Thell. n. spec.

15*. Krone o oder kürzer als der Kelch, sehr unscheinbar. Staubblätter 2—4 mediane. ♃, ob alle?

21. Frucht bis 2 (seltener bis $2^1/_4$) mm lang. Krone bei *L. myriocarpum* vorhanden und zugleich Honigdrüsen $^1/_4$ so lang als der Kelch, sonst Krone o und Drüsen fädlich verlängert, ca. $^1/_3$ des Kelches erreichend.

22. Frucht breit dreieckig eiförmig, fast so breit wie lang, am Grunde gestutzt oder fast herzförmig. Untere Fruchtstiele bogig abstehend, meist bedeutend länger als die Frucht; endständige Fruchtstände unterwärts sehr locker, oberwärts dicht, fast kopfig. Kelch lange bleibend. Krone o. — Kap.

17. **L. desertorum** Eckl. & Zeyh.

22*. Frucht eiförmig oder schmal elliptisch, am Grunde ± spitz oder (bei elliptischer Frucht) etwas abgerundet. Fruchtstiele ± aufrecht.

23. Untere Fruchtstiele länger als die Frucht, diese beiderends spitz, durch den deutlich hervortretenden Griffel stachelspitzig. Krone vorhanden. Blätter langlinealisch, ganzrandig. Pflanze kahl. Kap.

18. **L. myriocarpum** Sond.

23*. Fruchtstiele so lang wie die Frucht, an die Spindel angedrückt. Frucht eiförmig, am Grunde stumpflich, an der Spitze spitzlich; Griffel o, Narbe vortretend. Krone o. Grössere Stengelblätter nie linealisch und ganzrandig. Stengel von schlanken, abwärts gekrümmten Haaren unter der Lupe wie bekörnelt-rauh: Haare des Blattrandes dreieckig-spitz. (Dem *L. trifurcum* Sond. sehr nahe verwandt; vergl. Nr. 11). — Südafrika.

19. **L. Schinzii** Thell. n. spec.

21*. Frucht meist mindestens $2^1/_2$ mm lang. Krone vorhanden, $^1/_2$—$^2/_3$ so lang als der Kelch. Honigdrüsen $^1/_6$—$^1/_4$ so lang als der Kelch.

24. Frucht eiförmig, am Grunde abgerundet, bis 2 mm breit, auf nicht längerem, bogig abstehendem Stiel. Blätter dünn, im Umriss verkehrteiförmig-lanzettlich, gefiedert oder fiederig eingeschnitten. — Kap.

20. **L. pinnatum** Thbg. (non auct.).

24*. Untere Fruchtstiele länger als die Frucht oder aufrecht-abstehend. Blätter derb (lederig) oder schmäler.

25. Frucht breit verkehrteiförmig-rhombisch (1 : $1^1/_4$), meist über 2 mm breit, an der Spitze fast abgerundet-stumpf. Griffel ca. $^1/_4$ mm vorragend. Blätter derb, etwas lederig, verkehrteiförmig-länglich, meist stumpf, grob und stumpf eingeschnitten. Fruchtstände dicht; Fruchtstiele grösstenteils zurückgekrümmt. — Kap.

21. **L. decumbens** Desv.

25*. Frucht schmal elliptisch oder schmal eiförmig elliptisch (meist 1 : $1^1/_2$), bis 2 mm breit, spitzer als bei voriger Art, Griffel meist kürzer. Blätter linealisch bis schmal spatelig-länglich, meist spitz, spitz gesägt bis ganzrandig. Fruchtstände lockerer, die meisten Fruchtstiele aufrecht bis wagrecht gebogen. — Kap, Angola.

22. **L. africanum** (Burm.) DC.

1. Lepidium Draba *L.* Spec. plant. ed. 1. (1753) p. 645; DC. Syst. II. (1821) p. 529, Prodr. I. (1824) p. 203; Cosson Comp. fl. Atlant. II. (1883–7) p. 265; Ascherson & Schweinfurth Ill. Fl. Egypt. (1887) p. 40; Battand. & Trab. Fl. Algér. (1888—90) p. 43; Bonnet & Barratte Cat. rais. pl. vasc. Tunis. (1894) p. 31; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 135 — et *auct. omn.; Cochlearia Draba* L. Spec. plant. ed. 2. II. (1763) p. 904; Delile Fl. Aegypt. Illustr. (1813) n. 579 — et *auct. veter. nonnull.; Nasturtium Draba* Crantz Crucif. (1769) p. 91; O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *Cardaria Draba* Desv. Journ. bot. III. (1814) p. 163; Caruel in Parlatore Fl. Ital. IX. (ca. 1890) p. 658; Rouy & Fouc. Fl. Franc. II. (1895) p. 78 — et *synonyma alia numerosissima.*

Verbreitung der Gesamtart: Orient bis Afghanistan, Zentralasien, Mediterrangebiet, neuerdings auch im übrigen Europa und in anderen Erdteilen durch Verschleppung sich ausbreitend.

Gliederung der Art im Gebiet der afrikanischen Flora:

1. Frucht am Grunde ± herzförmig bis breit gestutzt:

ssp. I. eu-Draba Thell.

Verbreitung: gleich der Gesamtart; in Afrika: Maroc., Alger., Tunes., Cyren., Aegypt., ? Kordofan (nach Durand & Schinz l. c.; Exemplare aus Kordofan, die ich sah, gehören vielleicht zur *Ssp. chalepense*).

1*. Frucht am Grunde abgerundet bis spitzlich:

ssp. II. chalepense (L.) Thell.

L. chalepense L.! Amoen. IV. (1759) p. 321; DC. Syst. II. (1821) p. 530; Prodr. I. (1824) p. 203; Boiss. Fl. Or. I. (1867) p. 357; *L. draba β.* L. Spec. ed. I. (1753) p. 645; *Thlaspi chalepense* Poir. Dict. encycl. VII. (1806) p. 547; *Nasturtium chalepense* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *L. Draba var. chalepense* Spach ex Steud. Nom. ed. 2. II. (1841) p. 27; *Cochlearia Draba* Delile Fragm. Fl. Arab. Petr. (1838) p. 16! — *non L.; Lepidium Draba* Decaisne in Florula Sinaic. ex W. Schimper in sched. — *non L.*

Verbreitung der Ssp.: Kordofan (?), Sinai, Arab., Syr., Mesopot., As. min., Turcoman., Pers., Afghan., Belutsch. (?).

Im Gebiet nur die **Var. typicum** Thell., mit am Grunde herz- oder pfeilförmig geöhrten, eiförmigen bis eiförmig-lanzettlichen (am Grunde oft etwas geigenförmig eingeschnürten) Stengelblättern und ± spitzer Frucht, deren Höhe die Breite meist übertrifft.

Verbreitung: ungefähr gleich der Ssp.; in Afrika: ? Kordofan, 1839, Figari. — Herb. Montpellier (junge Exemplare, die Ssp. daher nicht sicher bestimmbar).

Ausserhalb des Gebietes am Sinai und in Arabien, daher wohl auch in Aegypten.

? ***Lepidium campestre*** *(L.) R. Br.* in Ait. hort. Kew. ed. 2. IV. (1812) p. 88; DC. Syst. II. (1821) p. 535; Prodr. I. (1824) p. 204 et *auct. fere omn.; Thlaspi campestre* L. Spec. plant. ed. 1. (1753) p. 646 et *auct. veter. nonnull.; Lepia campestris* Desv. Journ. bot. III. (1814) p. 165 — et *synonyma alia numerosa.*

Verbreitung: Europa, Orient; in Afrika nicht nachgewiesen, dürfte aber (z. B. im Mediterrangebiet) eingeschleppt vorkommen wie in anderen Erdteilen.

2. *Lepidium atlanticum* *(Ball) Thell. comb. nov.* *L. nebrodense* var. *atlanticum* J. Ball![1]) Spicileg. Fl. Marocc. in Journ. Linn. Soc. XVI. (1878) p. 331; *L. humifusum* Coss. Comp. fl. Atlant. II. (1883—7) p. 267 & Ill. fl. Atl. I. (1882—90) p. 66 ex minore p. (excl. t. 45!) — *non Req.!*

♃. *Caules* complures, pumili, e basi decumbente ascendentes, fere cylindrici (leviter anguloso-striati), pilis gracillimis satis longis patentibus dense villoso-pubescentes, simplicissimi, in racemum unicum abeuntes. *Folia* basilaria satis glabra, repando-sinuata; caulina media et superiora parva, oblongo-elliptica, obtusiuscula, margine

[1]) Wird von Cosson Comp. fl. Atlant. II. (1883—7) p. 269 und Ill. fl. Atl. I. (1882—90) p. 66 zu seiner Sammelart *L. humifusum* „Req." gezogen, die von afrikanischen Formen auch *L. calycotrichum* Kunze und *L. dhayense* Munby (beides Ssp. von *L. hirtum* [L.] DC.) umfasst.

denticulata vel subintegerrima, basi truncata vel rotundata subexauriculata, pilis eis caulis similibus canescenti-villosula. *Flores* satis conspicui; sepala anguste elliptica, albo- vel rubello-marginata; petala calyce $1^1/_2$-plo longiora, distincte unguiculata, lamina late obovata in unguem ea sublongiorem contracta; stamina 2+4, antheris oblongis defloratis recurvatis flavis; glandulae 6 brevissimae inconspicuae (calycis ca. $^1/_{15}$ longitudine aequantes); ovarium anguste ellipticum, vix emarginatum, stylo eo duplo breviore terminatum. *Racemi* fructiferi breves, satis densi, axi leviter anguloso villoso-pubescente, pedicellis satis gracilibus cylindricis pilis diametrum eorum longitudine aequantibus vel superantibus pubescenti-villosulis, patentibus, siliculae subaequilongis. *Silicula* anguste elliptica, compressa, basi acuto-attenuata, apice circumferentia obtusiuscula, leviter emarginata, a parte tertia inferiore anguste (apice ad $^1/_6$—$^1/_8$ longitudinis septi) alata; valvulae ab initio glaberrimae et laeves; stylus septi longitudinis ca. $^1/_3$ adaequans, pars ejus libera parte adnata longior, distincte exserta. *Semina* ignota.

Stengel 6—9 cm lang. Stengelblätter ± 7 mm lang, 2—3 mm breit. Kelch $1^3/_4$—2 mm lang. Frucht $5^1/_2$—6 mm lang, ± 3 mm breit. Freier Teil des Griffels ± 1 mm lang.

Verbreitung: Marokkanischer Atlas.

Standorte: Atlas major: reg. sup., in jugo Tagherot, 2530 ad 2630 m, 1871, J. Ball — Herb. Boiss., Petersburg; Atlas above Arround, 1871, Naw — Herb. Berlin.

Unterscheidet sich von den west- und südwesteuropäischen *L. heterophyllum* (DC.) Benth. und *L. pratense* Serres, mit denen es die kahle Frucht gemeinsam hat, durch die viel schmäleren Fruchtflügel und die am Grunde nicht pfeilförmigen Stengelblätter; von den afrikanischen Formen des *L. hirtum* (L.) DC. durch die von Anfang kahle Frucht (in lebhaftem Kontrast zu der sonst zottigen Pflanze), von der Ssp. *stylatum* ausserdem durch bei der Reife ausgerandete Frucht, von den Ssp. *calycotrichum* und *dhayense* auch durch die schmäleren Fruchtflügel, von Ssp. *calycotrichum* ferner durch die längeren Haare der Fruchtstiele, etc.

3. ***Lepidium hirtum*** *(L.) DC.!* Syst. II. (1821) p. 536, Prodr. I. (1824) p. 205 (excl. syn. Smithii); *Thlaspi hirtum* L. Spec. plant. ed. 1. (1753) p. 646; *Lepia hirta* Desv. Journ. bot. III. (1814) p. 166; *Lasioptera hirta* Andrz. ex DC. l. c.; *Nasturtium hirtum* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937 — *sens. ampl.*

Verbreitung der Gesamtart: Mediterrangebiete von Europa und Asien, Atlasgebiet; vorzugsweise Gebirgspflanze.

Gliederung der Art:

1. Junge Frucht deutlich ausgerandet.

2. Frucht verkehrteiförmig, sehr breit (an der Spitze bis zu $^1/_2$—$^4/_5$ der Länge der Scheidewand) geflügelt, an der Spitze kaum verschmälert, wegen der breiten, vorgestreckten Flügellappen im Umriss gestutzt. Frucht und Fruchtstiele, wie die ganze Pflanze, von ziemlich langen (den Querdurchmesser der Fruchtstiele meist übertreffenden) Haaren steifhaarig oder zottig. Stengelblätter meist lanzettlich, am Grunde deutlich pfeilförmig.

Ssp. I. eu-hirtum Thell.

2*. (vergl. auch 2**). Frucht ± elliptisch (selten etwas rhombisch und dann der Griffel nur kurz vorragend), an der Spitze im Umriss stumpflich wegen der konvergierenden, stumpfen Flügellappen, deren Länge $^1/_2$—$^1/_5$ der Scheidewand beträgt.

3. Haare der Frucht und der Fruchtstiele den Durchmesser der letzteren an Länge erreichend oder übertreffend [1]).

4. Stengelblätter ± eiförmig, am Grund ziemlich abgerundet, fast ohne Öhrchen. Freier Teil des Griffels 1 mm.

Ssp. II. nebrodense (Rafin.) Thell.

4*. Stengelblätter lanzettlich oder dreieckig-lanzettlich, am Grunde deutlich pfeilförmig. Frucht deutlich ausgerandet. Freier Teil des Griffels $1^1/_2$—2 mm.

Ssp. III. dhayense (Munby) Thell.

3*. Haare der Frucht und der Fruchtstiele deutlich kürzer als der Durchmesser der letzteren. Stengelblätter deutlich pfeilförmig. Frucht schmal elliptisch, fast 1 : 2, schwach ausgerandet. Freier Teil des Griffels $1^1/_2$ bis 2 mm lang. — Vergl. Ssp. VII. *calycotrichum.*

2**. Frucht rhombisch-elliptisch, am Grunde kurz, an der Spitze länger verschmälert mit geraden oder leicht konkaven Rändern, an der verschmälerten Spitze selbst im Umriss etwas gestutzt wegen der schmalen, vorgestreckten Flügellappen; freier Teil des Griffels meist 2 mm lang. Haare der Frucht und der Fruchtstiele sehr fein, länger als der Durchmesser der letzteren.

Ssp. IV. petrophilum (Coss.) Thell.

1*. Junge Frucht an der Spitze fast ganz.

5. Frucht relativ klein (meist 4 mm lang), schmal eiförmig, spitz, sehr schmal (bis zu $^1/_{10}$—$^1/_8$ der Länge der Scheidewand) geflügelt, durch den langen ($^3/_4$—$^4/_5$ der Scheidewand) Griffel bespitzt. Stengelblätter ± elliptisch, mit abgerundetem Grunde halbstengelumfassend. Pflanze zart, Stengel oft fast fädlich.

Ssp. V. stylatum (Lag. & Rodr.) Thell.

5*. (vergl. auch 5**). Frucht relativ klein (± 4 mm lang), breit elliptisch oder breit eiförmig, reif am Grunde ± abgerundet-stumpf, an der Spitze meist gestutzt und schmal (bis zu $^1/_4$—$^1/_6$ der Länge der Scheidewand) geflügelt, selten spitzlich wegen der sehr schmalen Flügel ($^1/_8$ der Scheidewandlänge). Stengelblätter am Grunde deutlich pfeilförmig, mit meist spitzen Öhrchen. Pflanze in der Regel niedrig.

Ssp. VI. oxyotum (DC.) Thell.

---

[1]) Auf diese Differenz in der relativen Länge der Haare der Fruchtstiele hat zuerst R. Huter in Oesterr. Bot. Zeitschr. XLIV. (1904) p. 264 seq. aufmerksam gemacht.

5**. Frucht grösser, ± schmal elliptisch oder verkehrteiförmig, am Grunde ± verschmälert-spitz, an der Spitze stumpflich oder gestutzt, zu $^1/_5$—$^1/_2$ der Länge der Scheidewand geflügelt.

6. Haare der Frucht und der Fruchtstiele deutlich kürzer als der Durchmesser der letzteren, selten fehlend. Stengelblätter lanzettlich oder dreieckig-lanzettlich, deutlich pfeilförmig. Frucht zu $^1/_3$—$^1/_5$ der Scheidewandlänge geflügelt, **Ssp. VII. calycotrichum** (Kunze) Thell.

6*. Haare der Frucht und der Fruchtstiele so lang oder länger als der Durchmesser der letzteren. — Vergl. Formen mit kaum ausgerandeter Frucht von Ssp. I. *eu-hirtum* und II. *nebrodense*.

Ssp. I. eu-hirtum Thell.

Thlaspi hirtum L. l. c. et auct. veter. mult. *sens. strict.; Lepidium hirtum* DC. l. c. *sens. strict.;* Gren. & Godr. Fl. Franc. I. (1848) p. 150; Willk. & Lge. Prodr. Fl. Hisp. III. (1888) p. 783; Rouy & Fouc. Fl. Franc. II. (1895) p. 84 — *non* Sm. Comp. Fl. brit. ed. III. (1818) p. 98; *L. hirtum α typicum* Fiori & Paoletti Fl. anal. d'Ital. I. 2. (1898) p. 466; *Thlaspi hirsutum β* Lam. Fl. franç. II. (1778) p. 465; *Thlaspi secundum* Medik. Pfl. gatt. (1792) p. 77 et t. 2. f. 18 sec. Usteri in Neue Annalen II. (1794) p. 34; *Thlaspi nemorosum Adami* Hoffm. ex Steud. Nom. ed. II. 2. (1841) p. 27; *Thlaspi campestre β* Vill. Hist. pl. Dauph. III. (1789) p. 300 ex Gr. & Godr. l. c.; *Lepidium Magnolii* Bubani Fl. Pyren. III. (ed. Penzig 1901) p. 240.

Verbreitung: Südeuropa von Spanien bis Griechenland, Ägäische Inseln, Syrien.

Ssp. II. nebrodense (Rafin.) Thell.

Nasturtium nebrodense Rafin. in Desv. Journ. bot. appl. IV. (1814) p. 270!; DC. Syst. II. (1821) p. 201, Prodr. I. (1824) p. 139; O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *Sisymbrium nebrodense* Poir. Dict. encycl. Suppl. V. (1817) p. 161; *Lepidium nebrodense* Guss. Fl. Sic. syn. II. (1843-4) p. 154, 846 (excl. syn. Benth.); *L. hirtum β nebrodense* Fiori & Paoletti Fl. anal. d'Ital. I. 2. (1898) p. 466; *Lep. Sieberi* W. Mann in Sylloge pl. nov. ideoque minus cognit. a soc. Ratisbon. edita I. (1824) p. 171!; *Thlaspi pubescens* Guss. Ind. sem. h. Boccad. (1825) ex ejus Fl. Sic. Syn. II. (1843—4) p. 154; *Lep. pubescens* Tineo Cat. pl. h. Panorm. 1827 p. 150, *non Desv.* (1814); *Lepia Bonanniana* Presl Fl. Sic. (1826) p. 84; *Lepid. Bonannianum* Guss. Fl. Sic. prodr. II. (1828) p. 211 et auct. ital. nonnull.; *L. Gussoni* Schrad.! ex Steud. Nom. ed. 2. II. (1841) p. 27; *L. rosulatum* Tornab. Fl. Sic. (1887) p. 122 fide Caruel in Parlat. Fl. Ital. IX. (ca. 1890) p. 669; *Thlaspi recurvatum* Sieber! ined. in Herb. Berol.

Verbreitung: Süd-Italien, Sizilien, Griechenland, Kreta.

Ssp. III. dhayense (Munby) Thell.

L. dhayense Munby![1]) in Bull. Soc. bot. Franc. II. (1855) p. 282; *L. humifusum* Coss.! Ill. Fl. Atlant. I. (1882—90) p. 66 et t. 45!, Comp. Fl. Atl. II. (1883—7) p. 269, saltem ex p. — *non* Req.!; item et Battand. & Trab. Fl. Algér. (1888—90) p. 44 et Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 136; *L. calycotrichum* Debeaux Fl. Kabyl. Djurdjura (1894) p. 37 (ex loc.) — *non Kunze!*

Verbreitung: Atlasgebiet (endemisch).

Standorte:

Alger.: Prov. Oran: Dhaya 1853 & 1856, Munby (Orig.): 1873 & 1875 A. Warion Pl. Atl. sel. 1876 n. 17.

— : Gharrouban 1855/6, Bourgeau. — Herb. Boissier.

— : Sommet du Djébel Dréat, 1888, Battandier & Trabut n. 404.

— : Versant septentr. des m. du Djurdjura (Prov. d'Alger) 1853, E. Cosson.

— : Sommet du Djurdjura au pied du pic de Tizi Tsennent, territ. des Beni Bou Adou (Prov. d'Alger), 1854 leg. Perraudière, edidit Bourgeau 1856. — Herb. Paris.

— : Ain Ghoralea, au sud de Tlemcen, 1856, Kralik (Bourgeau Pl. Algér. n. 236).

— : Partie supér. du Djebel Ksel à la base du Kef el Mardjen, env. de Géryville (El Biod), sud de la Prov. d'Oran, 1856, Kralik (Bourgeau Pl. Algér. n. 236 bis).

Ssp. IV. petrophilum (Coss.) Thell.

L. petrophilum Coss.! Not. pl. crit. (1849) p. 148; Willk. & Lge. Prodr. Fl. Hisp. III. (1880) p. 785; *Nasturtium petrophilum* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *L. heterophyllum* Boiss.! Voy. bot. Esp. II. (1839—45) p. 51 *ex p.* (cum *ssp. calycotricho*), *non Benth.!*

Verbreitung: Gebirge Süd-Spaniens.

Ssp. V. stylatum (Lag. & Rodrig.) Thell.

L. stylatum Lag. & Rodr. in Cienc. Anal. Nat. V. (1802) p. 276; Boiss. Voy. bot. Esp. II. (1839—45) p. 51 et t. 5 fig. 6!; Walp. Rep. I. (1842) p. 177; Willk. & Lge. Prodr. Fl. Hisp. III. (1880) p. 785; *Lepia stylata* Webb It. Hisp. (1836) p. 76; *Nasturtium stylatum* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937.

Verbreitung: Gebirge Süd-Spaniens und von Marokko.

Vorkommen in Afrika: Gebirge Marokkos, 1872, Dr. Rein. — Herb. Delessert.

[1]) Wird von Cosson in Bull. Soc. bot. Franc. l. c. p. 287 irrig mit *L. granatense* Coss. (= *L. calycotrichum* Kunze) direkt identifiziert.

Ssp. VI. oxyotum (DC.) Thell.

L. oxyotum DC.![1]) Syst. II. (1821) p. 530, Prodr. I. (1824), p. 204 excl. loc. „Syria"; Boiss. Fl. Orient. I. (1867) p. 356, Suppl. (1888) p. 62; J. Ball Spicileg. Fl. Marocc. in Journ. Linn. Soc. XVI. (1878) p. 331; *Nasturtium oxyotum* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *Thlaspi scapiflorum* Viv.[2]) Prodr. Fl. Cors. App. (1824) p. 3; Walp. Rep. I. (1842) p. 155; *Lep. humifusum* Requien! in Ann. sc. nat. sér. 1. V. (1825) p. 385 et ex Spreng. Syst. IV. cur. post. (1827) p. 240; Caruel in Parlat. Fl. Ital. IX. (ca. 1890) p. 671; Rouy & Fouc. Fl. Franc. II. (1895) p. 85; Fiori & Paoletti Fl. anal. d'Ital. II. 1. (1898) p. 466 — *non* Coss. Comp. Fl. Atl. II. (1883—7) p. 267 et Ill. Fl. Atl. I. t. 45! (1884), quod = ssp. III. *dhayense* + VII. *calycotrichum; Thlaspi humifusum* Lois. Fl. Gall. ed. 2. II. (1828) p. 59; *Nasturtium humifusum* Gillet & Magne Nouv. Fl. franç. ed. 3 (1873) p. 48; *Thlaspi corsicum* Soleir.! ined.[3]); *Lep. corsicum* Gay! ined. (Herb. Montpellier); *Hutchinsia grandiflora* Soleir. Herb. Cors. ex Nym. Consp. Fl. Eur. I. (1878) p. 65; *Thlaspi diffusum* Salzmann! ined. (Herb. Montpellier).

Verbreitung: Korsika, Kreta.

Ssp. VII. calycotrichum (Kunze) Thell.

L. calycotrichum Kunze! Chlor. Austr.-Hisp. p. 77 n. 833 in Flora XXIX. (1846) p. 756; Walp. Ann. I. (1848—9) p. 44; Willk. & Lge. Prodr. Fl. Hisp. III. (1880) p. 784; Willk. Ill. Fl. Hisp. Balear. I. (1881—5) p. 144 & t. 86. A!; *Nasturtium calycotrichum* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *Lep. granatense* Coss. Not. pl. crit. (1849) p. 27, 51 et 148[4]); *L. heterophyllum* Boiss.! Voy. bot. Esp. II. (1839—45) p. 51 *ex p.* (cum ssp. *petrophilo*) — *non Benth.!; L. humifusum* Coss. Comp. Fl. Atlant. II. (1883—7) p. 267 et Ill. Fl. Atl. I. (1882—90) p. 66 (excl. t. 45!) *ex p. — non Req.*!; item et Battand. & Trab. Fl. Algér. (1888—90) p. 44 et Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 136.

Verbreitung: Gebirge Süd-Spaniens und Marokkos.

Standort in Afrika: Acakaoublagh, Sud-Ouest du Maroc, Mardochée, 1876, Beaumur. — Herb. Berlin, Boissier, Petersburg.

[1]) Sprengel (Syst. II. [1825] p. 866) erklärt *L. oxyotum* DC. (wohl wegen der irrtümlichen Angaben de Candolles: „Syria" und „valvulis apteris" bei der Originalbeschreibung) irrig = *L. chalepense* L.

[2]) ex herb. Viv. sec. Bertoloni fide Caruel in Parlat. Fl. Ital. IX. (ca. 1890) p. 671.

[3]) Wird von Mutel Fl. franç. I. (1834) p. 101 irrig zu *L. heterophyllum* (DC.) Benth. gezogen.

[4]) Später (in Bull. Soc. bot. Franc. II. [1855] p. 287) hat Cosson diesen Namen auch auf das algerische *L. dhayense* Munby ausgedehnt.

4. *Lepidium glastifolium* Desf.!

Fl. Atlant. II. (1799) p. 66 t. 147!; DC. Syst. II. (1821) p. 531, Prodr. I. (1824) p. 204; Cosson Comp. Fl. Atlant. II. (1883—7) p. 270, Ill. Fl. Atl. I. 69, in adn., t. 46 (1884) f. 15—17!; Battandier & Trabut Fl. Algér. (1888—90) p. 44; Bonnet & Barratte Cat. rais. pl. vasc. Tunis. (1894) p. 30; Debeaux Fl. Kabyl. Djurdjura (1894) p. 37; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 136; *Thlaspi glastifolium* Poir. Encycl. VII. (1806) p. 538; *Lepia glastifolia* Desv. Journ. bot. III. (1814) p. 166; *Nasturtium glastifolium* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *Thlaspi campestre* Poir. Voy. Barbar. (1789) p. 197 — *non L.; Th. numidiense* Poir.! ined. in Herb. Paris.

Verbreitung: Algerien, Tunis, besonders in der mediterranen Region (endemisch).

Standorte:

„Algeria": ex herb. Desfont. — Herb. DC. Prodr., Delessert, Montpellier, Paris.

— : Alger, 1836, M. Dufour — Herb. Paris; 1867, Durando — Herb. Petersburg.

— : Stauli, 1832, W. Schimper (Un. itiner.).

— : circa Birkadem, 1849, Reuter — Herb. Boissier, Paris, Petersburg; 1850, Jamin pl. Alger n. 5.

— : Maison Carrée, 1853, Durando. — Herb. Delessert; 1856, Munby, Cent. tert. n. 54; 1886, Battandier & Trabut n. 30.

— : Mosquée à Philippeville, 1854, Pressoir n. 109. — Herb. Haussknecht.

— : Djebel Edough, Prov. de Constantine, 1861, Herb. Cosson. — Herb. Boissier, Paris.

— : Marabout de Sidi-Erzin, près le gué de Constantine à 18 km d'Alger, 1880, C. Allard, Soc. dauph. 1881 n. 2768.

— : Djebel Magris, 1600 m, 1898, E. Reverchon n. 365.

— : Kabylie, Monts Babors, 1898, E. Reverchon n. 367.

Tunes. : Ain Draham, 1885, Robert. — Herb. Haussknecht, Montpellier.

Cosson (Comp. Fl. Atl. l. c.) gibt ausserdem folgende Exsiccaten an: Choul. 109, Munby 254.

5. *Lepidium rigidum* Pomel Nouv. mat. fl. Atlant. (1874) p. 378; *L. parviflorum* Pomel l. c. p. 378; *L. acanthocladum* Coss. & Durieu in herb. Algér. (1855) [exsicc. sine descr.!] plurim. et ap. Munby Cat. pl. Alger ed. 2. (1866) p. 4 [nomen!]; Coss. Illustr. Atl. I., 68 t. 46 (1884) f. 1—14!, Comp. Fl. Atl. II. (1883—7) p. 269;

Battand. & Trab. Fl. Algér. (1888–90) p. 44; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 134; *L. acanthocladum var. parviflorum & var. rigidum* Durand & Schinz l. c. p. 135.

Der vorigen Art nahe verwandt, doch, so viel mir bis jetzt bekannt, von derselben durch die im Schlüssel angegebenen Merkmale stets leicht zu unterscheiden. *L. parviflorum* und *L. rigidum* Pomel unterscheiden sich dadurch von einander, dass letzteres etwas grössere Blüten besitzt.

Verbreitung: Algerien (endemisch).

Standorte:

Alger.: Batna, champs cultivés, 1857, A. Nénon („Camelina sativa var. glabrata"). — Herb. Berlin.

— : Forêt de Teniet-el-Haad, 1873, Letourneux; 1875, Cosson, Warion Pl. Atl. sel. n. 16; 1887, Battandier & Trabut n. 214.

— : Constantine, Dukerley („L. glastifolium"). — Herb. Berlin.

Pomel (l. c.) gibt ferner für sein *L. parviflorum* an: Aïn-Mimouw; Bou-Taleb (Reboud).

6. *Lepidium Aucheri* *Boiss.!* in Ann. sc. nat. ser. 2. XVII. (1842) p. 195, Fl. Orient. I. (1867) p. 354; Walp. Rep. I. (1842) p. 177; Post. Fl. Syr. Palaest. Sin. (ca. 1883) p. 89; Aschers. & Schweinf. Ill. Fl. Egypt. (1887) p. 40; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 135; *Nasturtium Aucheri* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *Lep. babylonicum* Aucher! ined. in herb.; *L. Kaji* Post! ined. in herb. Barbey-Boissier (e Syria).

Verbreitung: Aegypt., Syr. (in diesen zwei Ländern vielleicht nur verschleppt[1])), Mesopot., Pers., Turcoman., Afghan., Belutsch.

? *Lepidium spinosum* *Ard.* Specim. II. (1764) p. 34 t. 16; L. Mant. II. (1771) p. 253; DC. syst. II. (1821) p. 537, Prodr. I. (1824) p. 205; *Capsella spinosa* Medik. Pflanzengatt. I. (1792) p. 85 ex Usteri in Neue Annalen II. (1794) p. 46; Mönch Meth. Suppl. (1802) p. 89; *Thlaspi spinosum* Poir. Encycl. VII. (1806) p. 545; *Nasturtium spinosum* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *Lep. cornutum* Sibth. & Sm.[2]) Prodr. II. (1813) n. 1491; Boiss. Fl. Or. I. (1867) p. 354; *Thlaspi bispinosum* Hornem. hort. Hafn. II. (1813–15) p. 604; *L. Carrerasii* Rodriguez! Suppl. ad Catal. pl. de Menorca (1874) p. 3 n. 10 (excl. syn. „*L. sativum*

---

[1]) Aus Aegypten sah ich keine Belegexemplare (nach Aschers. & Schweinf. l. c. fand Schweinfurth die Art im Nildelta: Tell-el-kebîr); aus Syrien ist *L. Aucheri* nur von einem Standort bekannt.

[2]) Wäre nach Sprengel Syst. II. (1825) p. 895 = *Notoceras* (*Sisymbrium*) *cardaminefolium* DC. (?)

Cambess."[1]); Willk. & Lange Prodr. Fl. Hisp. III. (1880) p. 789; *Nasturtium carrerasii* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *Lep. spinosum var. Carrerasii* Aschers. & Willk. in Ber. D. bot. Gesellsch. X. (1892) p. 100 in nota.

Verbreitung: Palaest., Syr., As. min., Kreta, Ins. Aegae., Terr. Balcan.; Balearen (Minorca) und Südspanien (Malaga), an diesen zwei Orten wohl verschleppt; in Afrika noch nicht nachgewiesen.

7. ***Lepidium sativum*** *L.* Spec. plant. ed. 1. (1753) p. 644; DC. Syst. II. (1821) p. 533, Prodr. I. (1824) p. 207; Cosson Comp. Fl. Atlant. II. (1883—7) p. 271; Ascherson & Schweinfurth Ill. Fl. Egypt. (1887) p. 39; Battand. & Trab. Fl. Algér. (1888—90) p. 45; Bonnet & Barratte Cat. rais. pl. vasc. Tunis. (1894) p. 30; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 138 *et auct. fere omn.; Nasturtium sativum* Mönch Meth. (1794) p. 270; O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *Thlaspi sativum* Crantz Stirp. Austr. I. (1762) p. 21 *et auct. veter. nonnull.; Lepia sativa* Desv. Journ. III. (1814) p. 165; *Cardamon sativum Fourr.* in Ann. Soc. Linn. Lyon N. S. XVI. (1868) p. 338; G. Beck Fl. Nied. Oesterr. (1890—2) p. 495; *L. hortense* Forsk. Fl. Aegypt.-Arab. (1775) p. LXIX. n. 311, teste Delile Fl. Aegypt. Ill. (1813) p. 19 — *et synonyma alia numerosa.*

Verbreitung der Gesamtart: Abess., Kordofan, Aegypt., Sinai, Arab., Palaest., Syr., Mesopot., Armen., Pers., Ind. or. (Panjab), Himal. occid.; ausserdem in allen Erdteilen kultiviert und verwildert.

Gliederung der Art:

1. Blütenstandachse nicht sehr dick, oft nur wenig dicker als die Fruchtstiele, an der Spitze nicht dornig; Frucht meist wenig länger als der Stiel. **ssp. I. eu-sativum** Thell.
   2. Frucht eiförmig-kreisrund (wenig länger als breit); Griffel sehr kurz mit dem Grunde der Flügel verwachsen.
      3. Griffel etwas bis deutlich kürzer als die Ausrandung; Frucht meist über 5 mm lang.
         4. Stengelblätter fiederig zerschlitzt, am Rande nicht kraus. **var. α. typicum** Thell.
         4*. (vergl. auch 4**). Abschnitte der Stengelblätter oberwärts am Rande dicht eingeschnitten-gefranst und kraus. **var. β. crispum** (Medik.) DC.
         4**. Stengelblätter ungeteilt, ± gezähnt oder gelappt, oft etwas leierförmig (*L. lyratum* herb. nonnull., non L.) **var. γ. latifolium** DC.

[1]) Cambess. Enum. Balear. (1827) p. 30 n. 40. Es handelt sich dabei um eine von Hernandez auf Minorca gesammelte, von Cambessèdes unter dem Namen *L. sativum* publizierte Pflanze, die Rodriguez anfänglich (l. c.) zu seinem *L. Carrerasii* ziehen zu müssen glaubte; neuerdings (Florula de Menorca [1904] p. 10) äussert er sich darüber folgendermassen: „Non pertinece á esta especie (*L. Carrerasii*) el exemplar que, con el nombre de *Lepidium sativum* L., existe en el herbario de Cambessedes procedente de Menorca, siendo tan incompleto que es imposible determinarlo." Das fragliche Exemplar, das im Herb. Marès (Montpellier) existiert, ist tatsächlich echtes *L. sativum* L.

3*. Narbe so hoch oder (meist) höher als die Ausrandung; Frucht meist unter 5 mm lang. **var. δ. silvestre** Thell.

2*. Frucht länglich-verkehrteiförmig (1 : 2); Flügel bis fast zu 1/2 ihrer Breite mit dem die Ausrandung beträchtlich überragenden Griffel verwachsen. **var. ε. Schimperi** Thell.

1*. Blütenstandachse dick, meist drei- bis mehrmal dicker als die Fruchtstiele, zur Fruchtzeit an der Spitze dornig; Fruchtstiele oft nur 1/2 so lang als die meist unter 5 mm lange Frucht; Griffel die Ausrandung meist überragend; Abschnitte der Stengelblätter meist schmal. **ssp. II. spinescens** (DC.) Thell.

ssp. I. eu-sativum Thell.

L. sativum L. et auct. sens. strict.

var. α. typicum Thell.

Hiezu: **f. trivalve** A. Braun! in Flora XXIV. 1. (1841) p. 266 et tab. II. fig. C. 2—3! (diagr.), mit 3-, selten 4-klappiger Frucht, von Alexander Braun aus abyssinischen (von Schimper erhaltenen) Samen im Karlsruher bot. Garten gezogen.

var. β. crispum (Medik.) DC.

Syst. II. (1821) p. 534, Prodr. I. (1824) p. 204; *Nasturtium crispum* Medik. Pfl. gatt. (1792) p. 81 et in Usteri Neue Annalen II. (1794) p. 45!; *Lepidium sativum β.* L. Spec. plant. ed. I. (1753) p. 644.

var. γ. latifolium DC.

l. c.; *L. obovatum* Kit.[1]) ex Spreng. Syst. II. (1825) p. 868 n. 38[2]) et Ledeb. Fl. Ross. I. (1842) p. 203.

Diese drei Varietäten sind nur kultiviert und verwildert bekannt.

var. δ. silvestre Thell. n. var.

dürfte wohl eine Wildform der Art darstellen.

Verbreitung: ungefähr gleich der Gesamtart; z. T. vielleicht auch kultiviert.

Standorte in Afrika[3]):

Abessin. : semina legit Schimper (daraus kultivierte Exemplare im Herb. Berlin).

---

[1]) Unter dem Namen „*L. obovatum* Kit.“ im Herb. Petersburg und Herb. Kerner (Univ. Wien) liegende Exemplare gehören tatsächlich hieher.

[2]) Im gleichen Werke p. 869 n. 47 setzt Sprengel *L. obovatum* Kit. auch = *L. incisum* „Roth“ (richtig: M. Bieb., *non Roth*), worunter wenigstens teilweise das kaspisch-kaukasische *L. pinnatifidum* Ledeb., für das ich im Bull. Herb. Boiss. 1904 p. 707 (irrig! vergl. S. 164 Anm. 2) den Namen *L. angulosum* D'Urv. vorgeschlagen habe, zu verstehen ist; ebenso Steudel Nom. bot. ed. 2. II. (1840) p. 27 und der Ind. Kew.

[3]) Alph. de Candolle (Origine des plantes cultivées [1883] p. 68) nimmt den Ursprung unserer Art aus Persien als wahrscheinlich an, indem die einzigen ihm bekannten Herbarexemplare, die möglicherweise als wildgewachsen betrachtet werden dürfen, diejenigen von Kotschy von der Insel Karek im persischen Golf sind, während er die ägyptischen und abyssinischen Vorkommnisse als eingeführt betrachtet; mithin sind ihm die ägyptischen Exemplare von Sieber und Kotschy, die von ihren Sammlern ausdrücklich als spontan bezeichnet werden, merkwürdigerweise völlig entgangen!

Abessin. : leg. Quartin-Dillon & Petit. — Herb. Petersburg.
Kordofan: Bara, 1875, J. Pfund. — Herb. Berlin.
— : Exped. Colston n. 76 („L. campestre"). Herb. Paris.
Nubia : in limo Nili coerulei pr. Chartum frequens, pl. spontanea, Kotschy iter Nubicum 1839 n. 432. — Herb. Petersburg, Hofmus. Wien.
— : pr. Dabbé, Pr. Paul de Wurttemberg. — Herb. Hofmus. Wien.
Aegypt. super., pl. spontanea, 1831, Sieber. — Herb. Berlin. Hofmus. Wien.
Aegypt. : ad ripas Nili, 1846, E. Boissier. — Herb. Boissier, Petersburg, Reuter & Barbey.
— : ad Achmim, Unger iter aeg. 1858 n. 163 (ob kultiviert?). — Herb. Hofmus. Wien.
: Wadi Ibrim ad ripas Nili, 1860, R. Hartmann. — Herb. Berlin.
— : Kairo (ca. 1837), Aucher-Eloy Herb. Orient. n. 362. — Herb. Boissier.
— : Kené, 1831, Herb. Montbret. — Hofmus. Wien.
— : Zwischen Kairo und Keneh (Nilufer), 1864, Schweinfurth n. 1827 (teilweise kultiviert). — Herb. Berlin, Hofmus. Wien.
— : Soka, Palmgarten, 1879, E. Rolfs. — Herb. Berlin.
— : ad ripas Nili haud procul a Wadi Halfa, 1881, Letourneux.

var. ε. Schimperi Thell. n. var.

Nur aus Aegypten als Unkraut unter Lein bekannt.

Aegypt. : inter „Turra" et „Sacarra" in Lini sativi agris, 1835, W. Schimper n. 62 (ex. p.). — Herb. Berlin, Boissier, DC., Delessert, Petersburg, Hofmus. Wien.
„In Aegypto inferiori" [sine loco], 1835, W. Schimper. — Herb. Berlin, Delessert, Haussknecht, Lausanne, Reuter & Barbey, Hofmus. Wien.
— : Kairo, grosses Leinfeld zwischen Birket-el-chiâm und Nahîah, 1880, P. Ascherson, 3. Reise n. Aegyt. n. 15. — Herb. Barbey-Boissier, Hofmus. Wien.

ssp. II. spinescens (DC.) Thell.

L. spinescens DC! Syst. II. (1821) p. 534, Prodr. I. (1824) p. 534; Boiss. Fl. Orient. I. (1867) p. 354; *Nasturtium spinescens* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *Nasturtium spinosum* Desv.! ined in herb. (Paris).

Eine durch ausgesprochen xerophytischen Habitus ausgezeichnete Wildform der Art.

Verbreitung: Aegypt., Syr., Mesopot., Armen., Pers.
Standorte in Afrika:
Aegypt. : Girgeh, 1867, E. Nost n. 74. — Herb. Haussknecht.
Mittelägypt. Wüste, arab. Seite: Galata, 1877, G. Schweinfurth n. 211 (junge Exemplare, die Ssp. daher nicht sicher bestimmbar).

8. ***Lepidium subulatum*** *L.* Spec. plant. ed. 1. (1753) p. 644; DC. Syst. II. (1821) p. 539, Prodr. I. (1824) p. 205; Willk. & Lange Prodr. Fl. Hisp. III. (1880) p. 786; Cosson Comp. Fl. Atlant. II. (1883—7) p. 266; Battand. & Trab. Fl. Algér. (1888-90) p. 43; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 138; *Thlaspi subulatum* Cav. Descr. (1802) p. 414, Prael. ([1802] 1827) n. 935; *Nasturtium subulatum* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *Lepidium lineare* DC.![1]) Dict. encycl. V. (1804) p. 46, Syst. II. (1821) p. 550, Prodr. I. (1824) p. 207; Nym. Consp. Fl. Europ. I. (1878) p. 64, Suppl. II. 1. (1889) p. 38; Willk. & Lge. Prodr. Fl. Hisp. III. (1880) p. 786; *Nasturtium lineare* O. Kuntze Revis. I (1891) p. 937.
Verbreitung: Spanien, Marokko [letzteres nach Cosson l. c.], Algerien.
Standorte in Afrika:
Alger. : Sahara: Aïn-el-Ibel, 1854, Reboud. — Herb. Boissier.
— : Chott el Barbi, sud-ouest de la Prov. d'Oran, 1856, Kralik n. 236 a.
— : Prov. Oran: Chott el Kreider, 1879, A. Engler (Herb. Berlin); 1886, Battandier & Trabut n. 116; 1901, Hochreutiner n. 160; 1906, A. Thellung.

9. ***Lepidium virginicum*** *L.!* Spec. plant. ed. 1. (1753) p. 645; DC. Syst. II. (1821) p. 538 (excl. notato: „cotyled. lineares incumbentes"), Prodr. I. (1824) p. 205; Lowe Man. Fl. Madeir. I. (1868) p. 34; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 138 — et *auct. fere omn.*; *Thlaspi virginicum* Cav. Descr. (1802) p. 413; Hornem. Hort. Hafn. II. (1813—15) p. 605; *Nasturtium virginicum* Gillet & Magne Nouv. Fl. franç. ed. 3. (1873) p. 47; O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 35; *Iberis virginica* Reichenb. Fl. Germ. exc. (1830—2) p. 662 et Icon. II. (1837—8) t. X. f. 4216!; Fisch. & Mey. Ind. sem. h. Petrop. II. (1836) p. 13; *Cyno-*

[1]) Ist nach den authentischen Exemplaren im Herb. DC. Prodr. eine Form mit etwas eingeschnittenen Grundblättern, wie solche an kultivierten Exemplaren häufig auftreten; dass die Narbe die Ausrandung etwas überragt — gestützt auf dieses Verhalten stellte DC. seine Species zu § *Lepidiastrum* —, beruht bei den meisten Früchten darauf, dass die Flügelränder der Frucht an der Spitze infolge des Trocknens etwas eingerollt sind und daher zu schmal erscheinen.

cardamon virginicum Webb & Berth. Hist. nat. Canar. I. (post 1836) p. 97; *Lepidium Iberis* L.! herb. et Spec. plant. ed. 1. (1753) p. 654 (ex diagn.; exclus. synon. hort. Cliff. et Bauhini et loc.); Schkuhr Handb. II. (ca. 1796) p. 222 et t. 180!; Willd. herb. et Spec. plant. III. (1880) p. 441 (excl. loc. plurim. et synon. Rothii et notato: „silic. ovatae acutae W."); Roth N. Beitr. (1802) p. 220 seq.; Gmel. Fl. Bad. Als. III. (1808) p. 22 not.; Descourt Fl. Méd. Antill. (1821) p. 193 t. 41; Ducau in Ferrouss. Journ. Sc. Nat. Sect. 2. V. 2. (1824) p. 347; Bubani Fl. Pyren. III. (ed. Penzig 1901) p. 237 — et *auct. veter. nonnull.*; **non** Poll. Palat. II. (1777) p. 209, *nec* Roth Tent. Fl. Germ. II. 2. (1793) p. 90, *nec* DC. Fl. franç. ed. 3. IV. (1805) p. 705, Syst. II. (1821) p. 550, Prodr. I. (1824) p. 207, *nec* Cav. Prael. ([1802] 1827) n. 924, etc. (quod = *Lep. graminifolium* L.); *L. Pollichii* Roth! Tent. Fl. Germ. II. 2. (1793) p. 91 (excl. syn. Pollichii); *L. incisum* Roth! N. Beitr. (1802) p. 224 — *non alior.; Thlaspi Pollichii* Poir. Dict. encycl. VII. (1806) p. 547; *L. chilense* Desf.! [sec. specim. herb. Paris.] ap. Steud. Nom. ed. 2. II. (1841) p. 26 (nomen nudum); *L. majus* Darraq.! Not. fl. envir. Bayonne, ap. Morès Vues hist. descript. ed. 2. (1846) p. 454 n. 63, et in Bull. Soc. bot. Franc. XV. (1868) p. XIII. n. 4; *Nasturtium majus* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *L. graminifolium* Roth Tent. Fl. Germ. II. 2. (1793) p. 90; „Nolte bei Reichenbach fil." (1881) p. 27 — *non L. — et synonyma alia numerosa.*

Verbreitung: Nord- und Centralamerika, Westindien, Azoren, Canaren, Madeira; ausserdem in einem grossen Teil der Erde verschleppt, nach Exemplaren im Herb. Thunberg (Upsala) auch einmal im Kapland(?).

Gliederung der Art im Gebiete der afrikanischen Flora:

1\. Obere Stengelblätter lineallanzettlich, meist mit deutlichen Seitennerven, entfernt sägezähnig:

ssp. eu-virginicum Thell.

Verbreitung: gleich der Gesamtart.

1*. Obere Stengelblätter linealisch, einnervig, ganzrandig:

ssp. texanum (Buckl.) Thell.

L. texanum Buckley in Proc. Acad. Sc. Philad. 1861 (1862) p. 449; Thellung in Bull. Herb. Boiss. 1904 p. 707 et in Schinz & Keller Fl. d. Schweiz ed. 2. II. (1905) p. 85; *L. intermedium* A. Gray Pl. Wright. II. in Smithson. Contrib. V. (1853) p. 15; Walp. Ann. IV. (1857) p. 214; Hemsley Biol. Centr.-Am. I. (1879) p. 38 — *non A. Rich.* Tent. Fl. Abyss. I. (1847) p. 21 [quod = *L. Armoracia* Fisch. & Mey. *ssp. intermedium* (A. Rich.) Thell.], nec. A. Gray Man. ed. 2. (1856)—6.

[quod = *L. densiflorum* Schrad.]; *L. medium* Greene Erythea III. (1895) p. 36; Robinson in Gray & Wats. Synopt. Fl. N.-Am. I. 1. (1895) p. 127.

Verbreitung: Nord- und Centralamerika; Azoren; adventiv in Europa; im Gebiet der afrikanischen Flora noch nicht nachgewiesen [Canaren? Madeira?].

2. ***Lepidium ruderale*** L. Spec. plant. ed. 1. (1753) p. 645; DC. Syst. II. (1821) p. 540, Prodr. I. (1824) p. 205 — *et auct. europ. fere omn.; non* auct. afric., nec americ. austr., nec austral.; *Iberis ruderalis* Crantz Stirp. Austr. ed. 1. I. (1762) p. 21; *Nasturtium ruderale* Scop. Fl. Carn. ed. 2. (1772) p. 13 n. 801; Bess. Enum pl. Volhyn. (1821) p. 26; O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 35 (excl. loc.) & 937; *Thlaspi ruderale* All. Fl. Pedem. I. (1785) p. 250; Poir. Dict. encycl. VII. (1806) p. 544; DC. Fl. franç. ed. 3. IV. (1805) p. 707; *Senckenbergia ruderalis* Gaertn. Mey. & Scherb. Fl. Wett. II. (1800) p. 413; *L. ibericum* Schrad.! ex Fisch. & Mey. Ind. III. h. Petrop (1837) p. 39; *L. angulosum* D'Urv.! Enum. pl. ins. Archipelag. aut litt. Pont. Euxin. (1822) n. 578 (in Mém. Soc. Linn. Paris. I. p. 334)[1]; DC. Prodr. I. (1824) p. 205 — *non* Thellung in Bull. Herb. Boiss. 1904 p. 707[2]) (quod = *L. pinnatifidum* Ledeb.); *L. incisum* Nyman Consp. Fl. Europ. I. (1878) p. 64 n. 12 (quoad loc. Taur. et synon. D'Urv.)[3]) — *non Roth!*, nec

[1]) Spach erklärt (Hist. vég. phan. VI. (1838) p. 550 not.) *L. angulosum* D'Urv., verführt durch die der Originalbeschreibung hinzugefügte Bemerkung D'Urville's: „Omnino simile *L. vesicario*, sed nunquam genicula tumida vidi", irrig = *L. vesicarium* L.

[2]) Ich benutze diese Gelegenheit zu einer Berichtigung. Als ich im Bull. Herb. Boiss. l. c. für die kaukasisch-kaspische Pflanze den auf eine Pflanze der Krim gegründeten D'Urville'schen Namen vorschlug, liess ich mich einerseits durch die fehlerhafte Originaldiagnose („caute glaberimo ..... foliis cunctis pinnatifidis", während tatsächlich die Stengel fein pubescent und die oberen Stengelblätter linealisch und ganzrandig sind) dazu verleiten, anderseits durch den Vorgang Sprengels (Syst. veg. II. (1825) p. 869 n. 47) und Boissiers (Fl. Orient. I. (1867) p. 362), die beide *L. angulosum* D'Urv. = *L. incisum* „Roth" (richtig: M. Bieb., *non* Roth) setzen, unter welch' letzterem Namen sie grösstenteils das kaukasisch-kaspische *L. pinnatifidum* Ledeb. verstehen. Kürzlich hatte ich nun Gelegenheit, im Herb. DC. Prodr. (in Genf) authentische Exemplare der D'Urville'schen Species zu sehen, und dabei die wenig erfreuliche Entdeckung gemacht, dass *L. angulosum* D'Urv., im Gegensatz zu der Auffassung aller Autor, ein simples *L. ruderale* L. ist, bezw. eine durch die relativ hoch hinauf zerteilten Stengelblätter ausgezeichnete Form desselben, und mit *L. pinnatifidum* Ledeb. (*L. incisum* M. Bieb., Boiss. etc., *non Roth!*) nichts zu tun hat.

[3]) Die europäische Flora ist durch diese Erkenntnis um eine Art ärmer geworden, indem sich die nur infolge des D'Urville'schen Synonyms angegebene einzige Lokalität („Tauria") des *L. incisum* „Roth" als Standort des *L. ruderale* L. erweist.

M. Bieb., nec alior.; *L. exiguiflorum* [Clairv.] Man. herb. (1811) p. 214 n. 507 *ex p.*[1]) [quoad descr. „f. inf. pinnatifides“ et loc. „Bâle“] (cum *L. graminifolio* L.) — *et synonyma alia numerosa.*

Verbreitung: Fast ganz Europa, Orient, sehr selten in Sibirien; adventiv in N.-Amerika. Ausserdem infolge Verwechslung mit ähnlichen Arten aus allen Erdteilen irrig zitiert; beispielsweise gehören sämtliche afrikanischen Exemplare, die ich kontrollieren konnte, zu anderen Arten, dagegen dürfte *L. ruderale* wohl im afrikanischen Mediterrangebiet eingeschleppt vorkommen (vergl. Nachtrag).

Angaben von „*L. ruderale*“ aus dem Gebiete der afrikanischen Flora wurden gemacht durch:

Oliver Fl. trop. Afr. I. (1868) p. 69. Die Angabe aus Abyssinien bezieht sich auf *L. armoracia* Fisch. & Mey. *ssp. intermedium* (A. Rich.) Thell. + *L. divaricatum* Soland. *ssp. linoides* (Thbg.) Thell.; die Pflanze von Angola ist *L. africanum* (Burm. f.) DC. *var. (?) aethiopicum* (Welw.) Thell. — *L. ruderale var. alpigenum* (A. Rich.) Oliver l. c. = *L. armoracia* Fisch. & Mey. *ssp. intermedium* (A. Rich.) Thell. *var. alpigenum* (A. Rich.) Thell.

Melliss St. Helena (1875) p. 237 (= *L. divaricatum* Soland. *ssp. linoides* (Thbg.) Thell. *var. iberioides* (Desv.) Thell.).

Baker Fl. Maurit. Seychell. (1877) p. 8 (ist *L. divaricatum* Soland. *ssp. linoides* (Thbg.) Thell. *var. iberioides* (Desv.) Thell.)

Schweinfurth Samml. arab.-aethiop. Pfl. in Bull. Herb. Boiss. IV. (1896) App. II. p. 181 n. 481 (= *L. divaricatum* Soland. *ssp. linoides* (Thbg.) Thell. *var. subdentatum* (Burch.) Sond.).

Schinz Pfl. welt D.-SW.-Afr. in Bull. Herb. Boiss. IV. (1896) App. III. p. 88 (= *L. africanum* (Burm.) DC. & *var. capense* (Thbg.) Thell., *L. desertorum* Eckl. & Zeyh., *L. divaricatum* Soland. *ssp. eudivaricatum* Thell. & *ssp. linoides* (Thbg.) Thell. *var. subdentatum* (Burch.) Sond., etc.).

Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 137/8 (= *L. armoracia* Fisch. & Mey. *ssp. intermedium* (A. Rich.) Thell. + *L. divaricatum* Soland. *ssp. linoides* (Thbg.) Thell. quoad pl. Abyss.; *L. africanum* (Burm. f.) DC. *var. (?) aethiopicum* (Welw.) Thell. quoad pl. Angolens.; *L. africanum* (Burm.) DC., *L. divaricatum* Soland., *L. desertorum* Eckl. & Zeyh. etc. quoad pl. Capens.); *L. ruderale var. alpigenum* (A. Rich.) Oliver = *L. armoracia* Fisch. & Mey. *ssp. intermedium* (A. Rich.) Thell. *var. alpigenum* (A. Rich.) Thell.

Schinz & Junod Kenntn. Pfl.welt Delagoabay in Mém. Herb. Boiss. n. 10 (1900) p. 37 („*L. ruderale*, eine Form (?) mit stark zerteilten

[1]) DC. Syst. II. (1821) p. 552 zieht diese Art direkt als Synonym zu *L. graminifolium* L.

Blättern" — *L. divaricatum* Soland. *ssp. eudivaricatum* Thell. *var. dissectum* Thell.).

10. Lepidium divaricatum *Soland.! ap. Ait.* Hort. Kew. ed. 1. II. (1789) p. 441; DC. Syst. II. (1821) p. 543, Prodr. I. (1824) p. 206; *Thlaspi divaricatum* Poir. Dict. encycl. VII. (1806) p. 543; *Nasturtium divaricatum* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937 — *sens ampl.*

♃? *radice* fusiformi, saepe multicauli. *Caules* ascendentes vel erecti, ramosi, foliati, subcylindrici (leviter longitudinaliter striati), glabri vel varie pilosi (confer ssp.!). *Folia* varia, bipinnatim incisa usque integerrima (confer ssp.!), varie pilosa. Racemi in ramis terminales et axillares. *Flores:* sepala ovata, albo-marginata, caduca; petala calyce breviora ($^1/_2$—$^2/_3$ ejus aequantia), oblonga; stamina 2; glandulae 4, oblongae, latitudine duplo longiores, $^1/_4$—$^1/_6$ calycis aequantes. *Racemi* fructiferi elongati, satis densi, axi saepe sulcato, pedicellis e basi suberecta arcuato-patentibus plerumque pubescentibus siliculae subaequilongis. *Silicula* anguste elliptica, rarius anguste ovata aut anguste obovata (1 : $1^1/_2$), leviter compressa, apice rotundato-obtusa vel fere truncata, distincte, quamvis leviter, emarginata, stylo quam emarginatura breviore, rarius subaequilongo, stigmate incluso; valvulae naviculares, carinatae, apice anguste alatae, glabrae, subnitidae, maturae leviter reticulatae; septum lanceolatum vel oblanceolatum (basi attenuatum), saepe asymmetricum (inferne magis convexum); stylus fere o. *Semina* ovoidea, leviter compressa, fere laevia, immarginata vel inferne angustissime marginata, flavo-fusca; embryo notorrhizus.

Meist 10—40 cm hoch. Untere Blätter bis 6 cm lang, bis $1^1/_2$ cm breit; mittlere 2—3 cm lang, wenn geteilt bis 1 cm breit, ungeteilt $1^1/_2$—3 mm breit. Fruchtstände 6—8 cm lang. Kelch $^2/_3$—$^3/_4$ mm lang. Frucht $2^1/_2$—3 (bei der Var. *iberioides* oft nur $1^3/_4$—2) mm lang, $1^1/_2$ bis 2 mm breit). Same 1—$1^1/_4$ mm lang, $^2/_3$ mm breit.

Verbreitung der Gesamtart: Abessinien; Ascension, St. Helena; Südafrika; Madagaskar, Mauritius.

Gliederung der Art:

1. Stengel und Blätter kahl, glänzend, seltener von kurzen, stumpflichen, geraden oder schwach gekrümmten Haaren etwas flaumig, Stengel dadurch unter der Lupe oft wie fein bekörnelt. Blattstiele am Grunde des Randes kahl oder sehr kurz behaart. Blütenstandachsen bei der Fruchtreife stark gefurcht.
   2. Untere und mittlere Stengelblätter fiederspaltig, mit lanzettlichen oder schmal ovallanzettlichen, auswärts gekrümmten, spitzen oder stumpflichen und zugespitzten, zuweilen gezähnten Lappen. **ssp. I. eu-divaricatum** Thell.
      Ändert ab:
      var. β. dissectum Thell., Blattlappen fiederig eingeschnitten.
   2*. Grundblätter oft etwas fiederig-sägezähnig, mit vorgestreckten Zähnen; Stengelblätter länglich lanzettlich bis linealisch, spitz, ungeteilt, ± gesägt (besonders an der Spitze) bis fast ganzrandig; Sägezähne vorgestreckt, kaum abstehend. **ssp. II. linoides** (Thunbg.) Thell.

var. α. typicum Thell., Stengelblätter linealisch bis linealisch-lanzettlich, sehr schwach gezähnt; Frucht meist $2^1/_2$—3 mm lang;

var. β. subdentatum (Burch.) Sond., Blätter oblong-lanzettlich, oberwärts scharf gezähnt; Frucht $2^1/_2$—3 mm lang;

var. γ. iberioides (Desv.) Thell., Frucht $1^3/_4$—$2^1/_2$ mm lang.

1*. Stengel, wie die schwach gefurchten Blütenstandachsen, von rückwärts gerichteten oder gekrümmten, ziemlich langen, schlanken, spitzen Haaren dicht flaumig oder rauhhaarig. Stengelblätter meist oblong-lanzettlich, an der Spitze gesägt, stumpflich, die grösseren oft ± fiederspaltig oder leierförmig-fiederspaltig.

ssp. III. Eckloni (Schrad.) Thell.

Ändert ab:

var. β. pumilum (Sond.) Thell., niedrige, ca. 5—10 cm hohe Exemplare;

var. γ. silvaticum (Eckl. & Zeyh.) Thell., Stengel fast wollig-zottig, grössere Stengelblätter ungeteilt, verkehrteiförmig, sehr stumpf, kerbig gezähnt;

var. δ. hirtellum (Sond.) Thell., Stengelblätter ± fiederspaltig, mit ziemlich schmalen Abschnitten.

Standorte:

ssp. I. eu-divaricatum Thell.

L. divaricatum Soland.! l. c. *sens. strict.*; *L. pinnatum* Sonder in Harvey & Sond. Fl. Capens. I. (1859—60) p. 30 (saltem ex p.), Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2 (1898) p. 137 — *non Thunbg.!*

Kapland : Claremont pr. Capetown, 80 ped., 1891, Schlechter n. 3 ex p. (als Senebiera didyma, mit Coronopus didymus (L.) Sm.!). — Herb. Univ. Zürich.

— : Graaf Reinet, H. Bolus n. 25. — Univ. Zürich.

Deutsch SW.-Afr.: Gross-Namaland: Keetmanshoop, 1889, Fenchel n. 103 („L. ruderale"). — Herb. Univ. Zürich.

— : Hereroland, 1888, L. Nels n. 3 („L. ruderale"). — Univ. Zürich.

Ausserdem kultivierte Exemplare:

„*Lepidium divaricatum* Banks — Hort. Kew. Banks" Herb. Delessert, DC. Prodr., Paris.

var. β. dissectum Thell. n. var.

Delagoabay: Khocene, 1890, Junod n. 314 (L. ruderale forma, Schinz & Junod in Mém. Hb. Boiss. X. (1900) p. 37). — Herb. Univ. Zürich.

ssp. II. linoides (Thunbg.) Thell.

L. linoides Thunbg.![1]) Prodr. pl. Cap. II. (1800) p. 107; Pers. Synops. seu Encheir. II. (1807) p. 188; Thunbg. Fl. Cap. (ed Schultes 1823) p. 490; Eckl. & Zeyh. Enum. pl. Afr. austr. (1834—7) n. 38

[1]) Wird von DC. in Syst. II. (1821) p. 522 und Prodr. I. (1824) p. 202 irrtümlich mit einer sehr ähnlichen *Coronopus*-Art, die DC. im Herb. Burchell sah und als *Senebiera linoides* DC. bezeichnete, (allerdings mit ?) identifiziert, ebenso von Spreng. Syst. II. (1825) p. 853.

(excl. syn. DC.); Harvey & Sond. Fl. Capens. I. (1859—60) p. 28; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 137.

var. α. typicum Thell.

Kapland, ohne Standort, Herb. Thunberg (Upsala).

— Div. Malmesbury: Hopefield, 1887, Bachmann n. 1296 („L. ruderale"). — Herb. Univ. Zürich.

— Simonsbay, 1853, Boivin. — Herb. Boiss.

— Vallis „Tulbagh" altit. I. (Worcester), Ecklon & Zeyher n. 38. — Herb. Petersburg.

— Capstadt, 1883, Wilms n. 3020 (unicum) („L. africanum"). — Herb. Berlin.

SO.-Kapland: ? Glenfilling, Drège (1838—9) n. 7541 *ex minore p.* [Der grösste Teil des Exsikkatums gehört nach Sonder in Fl. Capens. und Exemplaren im Herb. Paris zu *L. myriocarpum* Sond.; vielleicht Nummern- oder Etiquettenverwechslung?] — Herb. Delessert.

var. β. subdentatum (Burch.) Sond.

in Harvey & Sond. Fl. Capens. I. (1859—60) p. 28; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 137; *L. subdentatum* Burch.! Cat. geogr. pl. Afr. austr. extratrop. n. 1299 ap. DC. Syst. II. (1821) p. 545, Prodr. I. (1824) p. 206; *L. linoides β foliis latioribus* Eckl. & Zeyh. Enum. pl. Afr. austr. (1834—7) p. 6 n. 38 ex Sond. l. c.

Stellt eine Übergangsform gegen die Ssp. *eu-divaricatum* dar, steht jedoch der Ssp. *linoides* entschieden näher.

Kapland: In ripis rivulorum Roggevelds-Karro, Burchell n. 1299. — Herb. DC. Prodr.

— Boivin n. 710. — Herb. Paris.

— Div. Malmesbury: Darling, 1883, Bachmann n. 580 („L. capense") — Herb. Berlin, Haussknecht.

Gross Namaland: !Aus und !Gubub 1884 und 1885, Schinz n. 340/1 („L. ruderale" Schinz in Bull. Herb. Boiss. 1896, App. III. p. 88). — Herb. Univ. Zürich.

— Keetmanshoop, 1887, Fenchel n. 1 („L. ruderale" Schinz l. c.). — Herb. Univ. Zürich.

Abessinien: 1872, Hildebrandt n. 493. — Herb. Petersburg.

— Cabetta, 1860, Russel n. 171. — Herb. Paris.

— Colonia Eritrea: Au-dessous de Gheleb, 1700 m, 1891, Schweinfurth n. 1177[1]). — Herb. Barbey-Boissier.

[1]) Dieses Exsiccatum publizierte Schweinfurth, Samml. arab.-aethiop. Pfl. in Bull. Herb. Boiss. IV. (1896) App. II. p. 181 n. 481 als *L. ruderale* L. und fügte unter diesem Namen noch folgende Standorte hinzu: (Col. Eritrea) Spitze des Bizen (2100 m), 1892 n. 1848; Plateau von Kohaito (2600 m), 1894 n. 221.

Abessinien: Passage d'Asraou au nord d'Aïderesó, 1390 m, 1892, Schweinfurth & Riva n. 666 („L. ruderale"). — Herb. Barbey-Boissier, Petersburg, Univ. Zürich.

— Saganeïti, pente nord vers Selet, 2000-2200 m, 1892, Schweinfurth & Riva n. 991. — Herb. Barbey-Boissier.

Ferner kultivierte Exemplare: H. Carlsruh. 1790 [?]. — Herb. Döll (Freiburg i. B.)

var. γ. iberioides (Desv.) Thell.

L. iberioides Desv.! in Journ. bot. III. (1814) p. 165 et 176; DC. syst. II. (1821) p. 544, Prodr. I. (1824) p. 206; *L. iberis* Sieb. Fl. Maurit. [exsicc.] II. n. 374 — *non L.!*; *L. ruderale* Melliss St. Helena (1875) p. 237; Baker. Fl. Maurit. Seychell. (1877) p. 8 — *non L.*

Mauritius (Isle de France), Commerson. — Herb. Desvaux (Paris), DC. Prodr., Delessert, Cambessèdes (Montpellier).

— „Fl. Maurit. II. n. 374", 1826, Sieber („L. iberis"). — Herb. Berlin, DC., Paris, Petersburg.

— Lieux cultivés des plaines Wilhelms...., 1849. — Herb. Paris.

— Bouron. — Herb. Montpellier.

„Madagascar", Chapetier. — Herb. Cambessèdes (Montpellier). Ob wirklich aus Madagascar? Ich finde in der Literatur keine *Lepidium*-Art von dieser Insel erwähnt.

St. Helena, 1864, Maximowicz. — Herb. Petersburg.

Ascension: Gipfel des Green Mount, in Kartoffeläckern, 1874, Naumann n. 117. — Herb. Berlin, Breslau.

— Wawra n. 371, Reise d. k. k. Corvette Carolina 1857—8. — Herb. Hofmus. Wien.

ssp. III. Eckloni (Schrad.) Thell.

L. Eckloni Schrad! Ind. sem. h. Gotting. 1830 p. 3[1]); Eckl. & Zeyh.! Enum. pl. Afr. austr. (1834—7) p. 6 n. 41; *L. subdentatum* H. Gotting! (olim) — *non Burch.!*

Schradersche Originalexemplare (ex hort. Gotting.) im Herb. Petersburg, ferner in den meisten Herbarien kultivierte Exemplare aus den Gärten von Berlin, Genf, Petersburg etc. (als *L. subdentatum* oder *L. Eckloni*).

Kapland: ad mont. Leon., 1815, Bergius („L. capense"). — Herb. Berlin.

— Kampsbay, 1815, leg.? — Herb. Link (Berlin).

— ad urbem Cap, tum ad Doornhoodge et Wynberg, Ecklon & Zeyher n. 41. — Herb. Petersburg.

[1]) Wird von Regel in Ind. sem. hort. Petrop. 1856 p. 33 irrtümlich zu *L. capense* Thbg. gezogen, ebenso von Sonder in Harvey & Sond. Fl. Capens. I. (1859 bis 60) p. 29.

Kapland: ad pedem m. tabul., Ecklon („L. pinnatum Thbg.“). — Herb. Döll (Freiburg i. B.)

— Reg. austro-orient.: Glenfilling (inter Zondagriver et Keiskamma), Drège 1838—9 n. 7543 a. — Herb. Berlin, Boissier, Paris, Hofmus. Wien.

— Reg. austro-orient.: Omsamwubo, Drège 1838—9 n. 7543 b. — Herb. Breslau, Hofmus. Wien.

— Simonsbay, 1853, M. Boivin n. 710. — Herb. DC.

— Greenpoint et Seapoint pr. Capstadt, 1883, Wilms n. 3021 (unicum) („L. capense“). — Herb. Berlin.

var. β. pumilum (Sond.) Thell.

L. linoides var. γ. pumilum Sond. in Harvey & Sond. Fl. Capens. I. (1859 - 60) p. 28; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 137.

Kapland: Claremont, Railway Station, 1892, Schlechter n. 339. — Herb. Univ. Zürich.

Sonder selbst gibt (l. c.) für diese Var. an: Winterveld, 3-4000′, Drège. [Non vidi.]

var. γ silvaticum (Eckl. & Zeyh.) Thell.

L. silvaticum Eckl. & Zeyh.! Enum. pl. Afr. austr. (1834—7) p. 6 n. 37; Walp. Rep. I. (1842) p. 177; wird von Sonder in Fl. Capens. I. (1859—60) p. 29 irrtümlich als Var. β. zu *L. capense* Thbg. gezogen. *L. subdentatum* Meissn. Pl. Krauss., non Burch., ex Sond. l. c.

Kapland: in collibus pr. Adow, altit. III. (Uitenhagen), Ecklon & Zeyher n. 37. — Herb. Berlin, Petersburg.

Nach Sonder l. c. ferner: Zitzekamma, Krauss [non vidi]; Omsamwubo, Drège [dieses Exsiccatum beziehe ich auf den Typus der Ssp. Eckloni, s. o.].

var. δ. hirtellum (Sond.) Thell.

L. hirtellum Sond.! in Harvey & Sond. Fl. Capens. I. (1859—60) p. 30; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 136; *Nasturtium hirtellum* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *Lep. pinnatum* Eckl. & Zeyh.! Enum. pl. Afr. austr. (1834--7) p. 7 n. 45 — *non Thunbg.!*

Kapland: Quaggasvlackte (Uitenhage), Ecklon & Zeyher n. 45 (Original der Sonderschen Species). — Herb. Petersburg.

Angenähert auch: Cap Aghullas in den Stranddünen, Ecklon. — Herb. Petersburg.

Zwischenformen zwischen den Ssp. des **L. divaricatum** Soland.

a) *L. eu-divaricatum—linoides.*

Cap. b. spei: 1892, Fleck („L. ruderale“). — Herb. Univ. Zürich.

b) *L. eu-divaricatum—Eckloni.*

Kapland: mittlerer Teil: Cambdeboo, bei Hamerpuil, 3000′, Drège 1838—9 n. 7544. — Herb. Delessert.

Kapland: Grahamstown, Mc. Owan, Herb. Hance n. 16085. — Herb. Petersburg.

c) *L. linoides—Ecklonii.*

Südafrika: Hantam-Geb., 1869, Dr. Meyer. — Herb. Berlin.

Kapland: Reg. occid.: Oud-Bokker. Papelfont. in collibus, 2200', 1897, Schlechter n. 10912 („L. capense"). — Herb. Berlin, Univ. Zürich.

— „Pr. b. Sp.", Krebs n. 14. — Herb. Berlin.

Orange-Kolonie: Bloemfontein, 1875—80, Rehmann n. 3846 (saltem ex p. — „L. desertorum E. Z.?" Szyszylowics, Polypet. Thalamifl. Rehm. I. (1887) p. 108). — Herb. Univ. Zürich.

Transvaal-Kolonie: Pietersburg, 1903, Junod n. 1748. — Herb. Univ. Zürich.

11. Lepidium trifurcum Sond.! Beitr. Fl. S.-Afr. in Linnaea XXIII. (1850) p. 4; Harvey & Sond. Fl. Capens. I. (1859—60) p. 30; Zeyher n. 23 ex Sond. l. c.; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 138; *Nasturtium trifurcum* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937.

♃. *Radix* crassa, descendens. *Caules* plerumque complures, suberecti, teretes (leviter striati), fere glabri (pilis brevibus crassiusculis ± obtusis rectis vel irregulariter curvatis sub lente tenuiter pubescentes), foliati, ramosi, ramis in racemos abeuntibus. *Folia* basilaria mihi ignota; caulina saepe fasciculata, majora pinnatifida vel pinnatipartita lobis lanceolatis integris aut dentatis, aut saltem pinnatim incisa; minora apice serrata vel integerrima, linearia, obtusiuscula, ut lobi foliorum incisorum acumine subcartilagineo mucronulata. *Flores:* sepala ovata, albo-marginata; petala nulla; stamina 2 (—4) mediana; glandulae elongatae, filiformes, calycis $^1/_3$—$^1/_2$ longitudine aequantes. *Racemi* fructiferi modice elongati, densi, axi sulcato leviter pubescente, pedicellis subadpressis, saepe leviter anguloso-complanatis, siliculis quasi imbricatis aequilongis. *Silicula* parva, elliptica, leviter compressa, apice obtusiuscula, leviter emarginata, stigmate emarginaturam explente; valvulae carinata, apice vix alulatae; septum oblanceolatum (1 : 4). *Semina* anguste ovoidea (1 : 2), leviter compressa, sublaevia, immarginata, flavo-fusca; embryo notorrhizus.

± 20 cm hoch. Grössere Stengelblätter 2—3 cm lang, ihre Spindel und Abschnitte ca. $1^1/_2$ mm breit; kleinere $1^1/_2$ cm lang, 1 mm breit. Kelch ca. $^3/_4$ mm lang. Frucht 2—$2^1/_4$ mm lang, $1^3/_4$ mm breit. Same $1^1/_4$ mm lang, $^1/_2$—$^3/_4$ mm breit. — Vergl. auch das nahe verwandte *L. Schinzii* (No. 19).

Verbreitung: Südafrika.

Standorte:

Kapland: Mittleres Hochland: Nieuweveld, zwischen Brakrivier und Uitvlugt, 3000—4000', Drège 1838—9 n. 7542 a (von Sonder l. c. als zu seiner Art gehörig bezeichnet). — Herb. Delessert, Paris, Hofmus. Wien.

— Roggeveld: Victoria, 1875—80, Rehmann n. 3219 („L. linoides". Szyszylowics, Polypet. Thalamifl. Rehm. I. (1887) p. 108). — Herb. Univ. Zürich.

— Karroo: Potatosriver, 1875—80, Rehmann n. 3034 („L. linoides" Szyszylowics l. c.). — Univ. Zürich.

— Karroo: Draaikop, 1875—80, Rehmann n. 3033 ex p. („L. linoides subdentatum" Szyszylowics l. c.). — Univ. Zürich.

Sonder gibt ausser dem Drègeschen Exsiccatum für seine Species noch an (Fl. Capens. l. c.): Rocky places at Modder River, Betchuana Land, Burke & Zeyher.

12. *Lepidium flexuosum* *Thunbg.!* Prodr. pl. Capens. II. (1800) p. 107, Fl. Capens. (ed Schultes 1823) p. 490; DC. Syst. II. (1821) p. 552, Prodr. I. (1824) p. 207; Sonder in Harvey & Sond. Fl. Capens. I. (1859—60) p. 28; Durand & Schinz Consp. fl. Afr. I. 2. (1898) p. 136; *Nasturtium flexuosum* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937.

♃. *Radix* crassa, multiceps, apice rudimentis vaginantibus foliorum veterum vestita. *Caules* complures, decumbentes vel ascendentes, flexuosi, leviter anguloso-sulcati, glaberrimi vel superne (in inflorescentia) pilis brevibus crassis obtusiusculis, apice leviter incrassatis, retrorsum curvatis minute pubescentes, foliati, superne corymboso-ramosi, ramis in racemos abeuntibus. *Folia* crassa, subcoriacea, basi plurinervia: basilaria longe petiolata, oblonga, obtusa, integerrima vel repando-pinnatilobata lobis et sinubus obtusis, glaberrima vel pilis eis caulis similibus parce obsita, petiolo basi vaginanti-dilatato; caulina lanceolata-vel lineari-oblonga, obtusiuscula, basi lata semiamplexicauli sessilia. *Flores:* sepala ovata, albo-marginata; petala eis longiora, oblongo-spathulata, indistincte unguiculata; stamina 6; glandulae 6 brevissimae sed conspicuae, obtusae, latitudine vix longiores, calycis $^{1}/_{10}$ aequantes. *Racemi* fructiferi in paniculam vel corymbum subaphyllum dispositi, elongati, laxiusculi, axi anguloso-sulcato, pedicellis crassis distincte anguloso-compressis e basi suberecta extrorsum arcuatis, erecto-patentibus (ca. 60°), silicula sublongioribus. *Silicula* ovata (1 : $1^{1}/_{2}$), compressa, basi rotundato-obtusa, apice acuta, fere integra, stylo (relative) longe exserto apiculata, superne distincte alata, styli basi ad alas adnata; valvulae carinatae, a medio ad apicem

alatae, maturae reticulatae; septum oblanceolatum, in stylum longiusculum acuminatum. *Semina* ovoidea, leviter compressa, fere laevia, immarginata; embryo notorrhizus.

± 20 cm hoch. Grundblätter (mit Stiel) bis 8 cm lang. Stengelblätter $2\frac{1}{2}$—$3\frac{1}{2}$ cm lang, 3—5 mm breit. Kelch $1\frac{1}{2}$—2 mm lang. Frucht (ohne Griffel) 5—$5\frac{1}{2}$ mm lang, $3\frac{1}{2}$ mm breit; Griffel ca. $\frac{3}{4}$ mm vorragend; Flügelbreite an der Spitze ca. $\frac{1}{2}$ mm. Same $1\frac{1}{2}$ mm lang, 1 mm breit. Das Ende des Würzelchens überragt die Enden der Cotyledonen auffallend stark.

Hat seine nächsten Verwandten in dem osteuropäisch-westasiatischen *L. cartilagineum* (J. May.) Thell. comb. nov.[1]), namentlich in dessen *Var. pumilum* (Boiss. pro spec.), und dem armenisch-mesopotamischen *L. caespitosum* Desv., unterscheidet sich aber von beiden Arten spezifisch durch die deutlich geflügelte Frucht mit an den Griffel angewachsenen Flügeln, von *L. cartilagineum* ferner durch grössere Frucht mit längerem Griffel, vom Typus der Art ausserdem durch nicht geöhrte Stengelblätter; von *L. caespitosum* auch durch die breiteren (nicht linealischen) Stengelblätter.

Verbreitung: Kapland.

Standorte:

Cap. b. spei: ad littus Verlooren Valley, Thunberg Herb. (Upsala) (Sonder Fl. Capens. kennt nur diesen Standort).
— Div. Malmesbury: um Hopefield, 1887, Bachmann n. 941. — Herb. Univ. Zürich.

13. *Lepidium bipinnatum* *Thunbg.!* Prodr. pl. Capens. II. (1800) p. 107, Fl. Capens. (ed. Schultes 1823) p. 491; DC. Syst. II. (1821) p. 533, Prodr. I. (1824) p. 208; Eckl. & Zeyh. Enum. pl. Afr. austr. (1834—7) p. 7 n. 46; Sonder in Harv. & Sond. Fl. Capens. I. (1859—60) p. 30; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 135; *Nasturtium bipinnatum* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937.

♃. *Radix* crassa, multiceps, apice vestigiis foliorum veterum vestita. *Caules* plerumque complures, ascendentes vel erecti, subcylindrici (leviter striati), inferne glaberrimi nitidi vel minutissime pubescentes, superne (saltem in flore) pilis brevibus gracillimis (fere acicularibus) rectis horizontaliter patentibus leviter farinoso-pubescentes, foliati, ramosi, ramis erecto-patentibus in racemos desinentibus. *Folia*

---

[1]) Synonymie: *Thlaspi cartilagineum* J. Mayer in Abhandl. d. böhm. Gesellschaft 1786 p. 235 t. 7 f. 1 fide Ledeb. Fl. Ross. I. (1842) p. 208; *Lep. crassifolium* W. K.! Pl. rar. Hung. I. (1799 ex Grecescou Consp. Fl. Roman. I. (1898) p. 76, 1802 ex Pritzel, Thes.; offenbar ist die erstere Zahl die richtige, da sich das Waldstein & Kitaibelsche Werk schon bei Willdenow Spec. pl. III. [1800] p. 435 zitiert findet) p. 4 t. 4 et auct. omn.

basilaria pilis eadem forma qua caulis minute pubescentia, tripinnatipartita lobis confertis linearibus vel filiformibus, rhachi angusta, insertione vaginanti-dilatata et *lutea*, parte basilari persistente; caulina minus divisa, media saepe simpliciter pinnatipartita lobis lineari-filiformibus, superiora trifida vel integerrima linearia aut lineari-filiformia. *Flores:* sepala late ovata, albo-marginata, caduca; petala eis aequilonga, obovato-oblonga, in unguem brevem indistinctum attenuata; stamina 6; glandulae 6 brevissimae, calycis ca. $^1/_8$—$^1/_{10}$ aequantes. *Racemi* fructiferi elongati, laxissimi, axi tenui fere cylindrico (leviter anguloso-striato), subglabro, pedicellis tenuibus rectis fructiferis fere glabris (floriferis farinuloso-pubescentibus) patentibus silicula sublongioribus. *Silicula* anguste rhombico-ovata, valde compressa, utrinque attenuata, apice fere integra obtusiuscula, stylo (relative) longiusculo apiculata; valvulae carinatae, subexalatae; septum anguste rhombico-ellipticum vel laceolatum (1 : 4—6), leviter sursum curvatum, stylo apiculatum. *Semina* ovoidea, compressa, fere laevia, immarginata, fusca; embryo notorrhizus.

(20—) 40—100 cm hoch. Grundblätter 6—15 cm lang, bis 3 cm breit, ihre Abschnitte ca. $^1/_3$—$^1/_2$ mm breit. Stengelblätter kleiner, ihre Spindel und Abschnitte meist weniger als 1 mm breit. Kelch und Krone ca. 1 mm lang. Frucht 3—3$^1/_2$ mm lang, 1$^3/_4$—2 mm breit. Griffel fast $^1/_2$ mm lang. Same 1$^1/_4$—1$^1/_2$ mm lang, $^3/_4$ mm breit. — Ausgezeichnet durch die meist linealisch-fädlichen Blattabschnitte und die sehr lockeren Fruchtstände.

Verbreitung: Südafrika.

Standorte:

Kapland: in Medlerste Roggeveld, Thunberg Herb. (Upsala).

— Reg. carroidea: juxta rivulos prope Graaf Reinet, 1890, Bolus n. 1101. — Herb. Berlin, Breslau, Paris, Hofmus. Wien.

— Gleicher Standort, Bolus n. 48. — Herb. Univ. Zürich.

Afr. austr. (sine loco): Burchell, Cat. geogr. pl. Afr. austr. extratrop. n. 2884 („L. linoides?"). — Herb. DC. Prodr., Petersburg.

14. *Lepidium latifolium* L. Spec. plant. ed. 1. (1753) p. 644; DC. Syst. II. (1821) p. 548, Prodr. I. (1824) p. 207 et *auct. europ. omn.*; Boiss. Fl. Orient. I. (1867) p. 359; Cosson Comp. Fl. Atlant. II. (1883—7) p. 266; Aschers. & Schweinf. Ill. Fl. Egypt. (1887) p. 40; Battand. & Trabut Fl. Algér. (1888—90) p. 44; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 137; *Cardaria latifolia* Spach Hist. vég. phanerog. VI. (1838) p. 542; *Nasturtium latifolium* Gillet & Magne Nouv. Fl. franç. ed. 3. (1873) p. 48; O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *Lep. Dioscoridis* (Anguillar.) Bubani Fl. Pyren. III. (ed. Penzig 1901) p. 244.

Verbreitung der Gesamtart: Ganz Europa mit Ausnahme des höhern Nordens, Nord-Afrika, West-, Central- und Nord-Asien; verwildert in Mexiko.

Im Gebiet der afrikanischen Flora nur die **ssp. eu-latifolium** Thell., mit am Grunde stielartig verschmälerten Stengelblättern.

Verbreitung der Ssp.: Europa, Orient, Nord-Afrika (Marokko, Algerien, Aegypten); Mexiko (verwildert).

15. Lepidium Armoracia *Fisch. & Mey.!* Ind. sem. h. Petrop. IX. (1842) p. 77 (an 87?); Walp. Rep. II. (1843) p. 762; Oliver Fl. trop. Afr. I. (1868) p. 69; Engler Hochgebirgsfl. trop. Afr. (1892) p. 223; Schweinfurth Samml. arab.-aethiop. Pfl. in Bull. Herb. Boiss. IV. (1896) App. II. p. 181 n. 483; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 135; *Nasturtium armoracia* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937 — *sens. ampl.*

♃. *Radix* crassa, multiceps, apice rudimentis vaginantibus foliorum veterum vestita. *Caules* complures, ascendentes vel erecti, fere cylindrici (leviter anguloso-striati), inferne subglaberrimi, nitidi, superne, saltem in inflorescentia, pilis brevibus crassis obtusiusculis, apice saepe leviter incrassatis, patentibus vel ± retrorsum curvatis leviter pubescentes usque farinulosi, foliati, ramosi, ramis erecto-patentibus in racemos abeuntibus. *Folia* crassiuscula, membranaceo-subcoriacea, plerumque, saltem ad margines basin versus, pilis brevibus eis caulis similibus pubescentia; basilaria oblonga, acuta, pinnatim incisa lobis acutis saepe extrorsum curvatis, aut saltem serrata; caulina media elliptico-lanceolata vel lanceolata vel oblongo-oblanceolata, acuta, serrata, rarius serrato-incisa, basi attenuata; superiora lanceolata serrata sessilia. *Flores:* sepala ovata, albo-marginata, saepe purpurascentia; petala eis parum longiora, unguiculata, lamina late obovata in unguem brevem attenuata. Stamina plerumque 2—4 mediana (in ssp. intermedio interdum 6), filamentis anthera 4-plo longioribus, basi leviter dilatatis; glandulae 4—6 brevissimae, latitudine vix longiores, calycis ca. $^1/_8$ adaequantes. *Racemi* haud numerosi, fructiferi modice elongati, laxiusculi, axi saepius pubescente leviter anguloso-sulcato, pedicellis aut tenuibus fere rectis erecto-patentibus (45°), aut crassioribus et arcuato-patentibus, siliculae subaequilongis. *Silicula* modice compressa, aut late ovato-orbiculata fere obtusa, aut ovata apice acuta, semper distincte (quamvis leviter) emarginata et stylo exserto apiculata; valvulae carinatae, subapterae, maturae leviter reticulatae; septum rhombico-ellipticum stylo conspicuo apiculatum; stigma disciforme, stylo fere duplo latius. *Semina* ovoidea, modice compressa, fere laevia, immarginata, lutea vel luteo-fusca; embryo notorrhizus[1]).

[1]) Wie Oliver l. c. dazu kommt, dieser Art einen pleurorrhizen Embryo („radicle accumbent") zuzuschreiben, ist mir unverständlich.

10—50 cm (vergl. die Var.). Grundblätter mit Stiel bis 5 cm lang, bis 8 mm breit. Grössere Stengelblätter 2—3 cm lang, 3—5 mm breit, oberste kleiner. Kelch 1—1¹/₄ mm lang. Frucht 2¹/₂—3 mm lang, 2¹/₄ mm breit. Same 1¹/₄ mm lang, ³/₄ mm breit.

Steht dem *L. latifolium* L. und *L. graminifolium* L. nahe und nimmt in mancher Hinsicht eine Mittelstellung zwischen denselben ein; unterscheidet sich von ersterem durch die viel weniger zahlreich, ± verlängerten (statt trugdoldig-verkürzten) Fruchtstände, meist grössere, kahle Frucht, schärfer gesägte Blätter, viel kürzere Kronblätter etc., von letzterem durch die lederig-derben, breiteren (nie linealischen), spitzen (statt stumpflichen), gesägten (statt ganzrandigen) mittleren und oberen Stengelblätter, ferner durch etwas grössere Blüten und Früchte, kürzere, deutlicher benagelte Kronblätter etc.

Verbreitung: Abessinien, Arabia felix.

Gliederung der Art:

1. Frucht breit eiförmig-kreisrund, stumpflich. Pflanze 30—50 cm hoch. Grössere Stengelblätter verkehrt-länglich-lanzettlich, gesägt. Fruchtstiele dünn, wenig gebogen, aufrecht-abstehend, die unteren etwas länger als die Frucht.
ssp. I. abyssinicum (Hochst.) Thell.

1*. Frucht eiförmig, spitz. Fruchtstiele so lang oder kürzer als die Frucht.
ssp. II. intermedium (A. Rich.) Thell.

var. α. typicum Thell., Pflanze 30—50 cm hoch, grössere Stengelblätter lanzettlich, scharf gesägt; Fruchtstiele dünn, fast gerade, aufrecht-abstehend.

var. β. alpigenum (A. Rich.) Thell., Pflanze 10—15 cm hoch, Stengelblätter lanzettlich, gesägt oder (häufiger) etwas fiederig eingeschnitten; Fruchtstiele dicker, aus aufrecht-abstehendem Grunde bogig abstehend oder etwas zurückgekrümmt, Frucht 3 mm lang (etwas grösser als bei den zwei anderen Formen).

Standorte:

ssp. I. abyssinicum (Hochst.) Thell.

L. abyssinicum Hochst.! in Pl. Schimp. Abyss. sect. II. 741, descr. ap. A. Rich. Tent. Fl. Abyss. I. (1847) p. 21; *L. Armoracia* Fisch. & Mey.! l. c. *sens. strict.*

Abessinia septentr.: in m. Kutbi (Kubbi) pr. Adua, 1838, Schimper sect. II. n. 741. — Herb. Boissier, DC., Delessert, Döll (Freiburg i. B.), Paris, Petersburg, Hofmus. Wien.

„Abissinia": Dillon. — Herb. Montpellier.

Aus den Samen der Schimperschen Pflanze kultivierte Exemplare im Herb. Univ. Wien, Univ. Zürich.

Ferner kultivierte Exemplare des *L. Armoracia* Fisch. & Mey. im Herb. Petersburg.

ssp. II. intermedium (A. Rich.) Thell.

var. α. typicum Thell.

L. intermedium A. Rich. Tent. Fl. Abyss. I. (1847) p. 21; wird von Oliver Fl. trop. Afr. I. (1868) p. 69 sehr irrig zu *L. ruderale* „L."

gezogen, ebenso von Engler Hochgebirgsfl. trop. Afr. (1892) p. 223 und Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 137.

Abess. septentr. (Colonia Eritrea): Environs de Saganeïti, 2200 m, 1892, Schweinfurth & Riva n. 1729. — Herb. Barbey-Boissier, Petersburg, Univ. Zürich.

A. Richard gibt (l. c.) für sein *L. intermedium* an: Prov. Tschélikote, Ant. Petit.

var. β. alpigenum (A. Rich.) Thell.

L. alpigenum A. Rich.! Tent. Fl. Abyss. I. (1847) p. 22; *L. ruderale var. alpigenum* Oliver Fl. trop. Afr. I. (1868) p. 69; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 137.

Abess.: Massoua à Adowa, Quartin-Dillon. — Herb. Paris.
Route de Cabetta à Cohaito, 1860, Russel n. 131. — Herb. Paris.

Abess. septentr. (Colonia Eritrea): Environs de Saganeïti, 2200 m, 1892, Schweinfurth & Riva n. 792. — Herb. Barbey-Boissier, Petersburg, Univ. Zürich.
— Halai, 2600 m (Ackerunkraut), 1894, Schweinfurth n. 217. — Herb. Berlin, Univ. Zürich.

A. Richard selbst gibt (l. c.) für seine Spezies an: Prov. Quodgerate, Ant. Petit.

Arabia: Yemen: Menakha, Wadi Mazeb, 2100 m, 1887, Deflers n. 386. — Herb. Barbey-Boissier, Paris.

16. Lepidium graminifolium L. Syst. nat. ed. 10. II. (1759) p. 1127, Spec. plant. ed. 2. II. (1763) p. 900 — et *auct. europ. fere omn.*; Boiss. Fl. Orient. I. (1867) p. 361; Cosson Comp. Fl. Atlant. II. (1883—7) p. 267; Battand. & Trabut Fl. Algér. (1888—90) p. 44; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 136 (excl. loc. Abyss.); *Thlaspi graminifolium* Poir. Encycl. VII. (1806) p. 546 (saltem ex syn.); *Iberis graminifolia* Roth Man. bot. II. 2. (1830) p. 900; *Nasturtium graminifolium* Gillet & Magne Nouv. Fl. franç. ed. 3. (1873) p. 48; O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937; *Lepidium Iberis* [L. Spec. pl. ed. I. (1753) p. 645 ex synon., non ex descr., nec L. herb.! quod = L. virginicum L.] Poll. Palat. II. (1775) p. 209 n. 607!; Hoffm. Fl. Germ. (1791) p. 226; Roth Tent. Fl. Germ. II. 2. (1793) p. 90; Savi Fl. Pis. II. (1798) p. 88; Suter Fl. Helv. II. (1802) p. 48; DC. Fl. Fr. ed. 3. IV. (1805) p. 705, Syst. II. (1821) p. 550, Prodr. I. (1824) p. 207; Cav. Prael. ([1802] 1827) n. 924 — et *auct. veter. nonnull., non L.!*; *Nasturtium Iberis* Gaertn. Mey. & Scherb. Fl. Wett. II. (1800) p. 432 (ex loc.); *Lep. Iberis var. graminifolium* Fiori & Paoletti Fl. anal. d'Ital. I. 2. (1898) p. 467; *L. exiguiflorum* [Clairv.] Man.

herb. (1811) p. 214 n. 507 ex p. [quoad descr. „fl. lyrées, serrates“] (cum *L. ruderali* L.) — et *syn. alia numerosa.*

Verbreitung: Süd-, Südwest- und Südost-Europa, Kleinasien, Syrien, Algerien; Angaben dieser Art aus Abessinien (Durand & Schinz l. c.) beruhen wohl auf Verwechslung mit *L. Armoracia* Fisch. & Mey. *ssp. intermedium* (A. Rich.) Thell.

? ***Lepidium Schweinfurthii***[1]) *Thell. n. spec.* ex affinitate *L. graminifolii* L. et ejus forsan ssp. — *L. Armoracia* Schweinfurth in Bull. Herb. Boiss. IV. (1896) App. II. p. 181 n. 483 *ex p., non Fisch. & Mey.!*

♃. Caulium *partes basilares* subterraneae, repentes, fasciculos foliorum et ramos floriferos emittentes; *rami* humiles, leviter striati, pilis brevibus obtusis crassiusculis retrorsum curvatis leviter pubescentes, foliati, parce ramulosi, ramis et ramulis in racemos abeuntibus. *Folia* tenuia, basilaria longe petiolata oblanceolata, indivisa apice serrata aut versus laminae basin lobulis 2 extrorsum curvatis angustis quasi hastulata, glabra, petiolo basi subdilatato, margine et ad nervum pilis brevissimis minutissime pubescente; caulina linearia, obtusiuscula, basi angustata, integerrima, ad margines basin versus pilis brevibus curvatis minutissime ciliata. *Flores:* sepala ovata, albo-marginata, caduca; petala eis perpaullo longiora, oblonga, basi non contracta; stamina 4 (2 lateralia, 2 mediana); glandulae 4 brevissimae sed distinctae, latitudine vix longiores, calycis ca. $^1/_8$ aequantes. *Racemi* fructiferi elongati, laxi, axi sulcato pilis brevibus obtusis crassiusculis retrorsum curvatis pubescente, pedicellis tenuibus rectis erecto-patentibus ($\pm$ 45°), silicula sublongioribus. *Silicula* parva, ovata, acuta, apice levissime emarginata stylo exserto apiculata; valvulae carinatae, subapterae; septum anguste oblanceolatum (1 : 4—5), stylo apiculatum. *Semina* anguste ovoidea (1 : 2), leviter compressa, fere laevia, immarginata, fusca; embryo notorrhizus.

Blütentragende Äste $\pm$ 10 cm lang. Grundblätter (mit Stiel) bis 6 cm lang, bis 4 mm breit. Stengelblätter 2 cm lang, $1^1/_2$ mm breit. Kelch etwas weniger als 1 mm, Krone 1 mm lang. Frucht 2 mm lang, $1^1/_2$ mm breit. Same 1 mm lang, $^1/_2$ mm breit.

Der Unterschied von *L. graminifolium* L., von dem *L. Schweinfurthii* vielleicht doch nur eine lokale Kümmerform darstellt, besteht einmal im Zwergwuchs der ganzen Pflanze, dann in der Kleinheit der Frucht (bei L. graminifolium meist 3 : 2 mm) und besonders in der Form der Kronblätter, die bei L. graminifolium breit verkehrt-eiförmig und am Grunde in einen kurzen Nagel zusammengezogen.

[1]) Nach dem bekannten hochverdienten Afrika-Forscher, dem Entdecker dieser Spezies.

dabei 1½ mal so lang als der Kelch sind, endlich im Unterbleiben der Verdoppelung der medianen Staubblätter (ob stets?)

Verbreitung: Arabien (Jemen); ob auch in Abessinien?

Standort:

Arabia felix: Menacha, Quelle am Hospital, 2200 m, 1889, Schweinfurth n. 1392 („L. flexuosum Thbg.?"). — Herb. Barbey-Boissier.

Schweinfurth publizierte (Samml. arab.-aethiop. Pfl. in Bull. Herb. Bois. IV. (1896) App. II. p. 181 n. 483) dieses Exsikkatum als *L. Armoracia* Fisch. & Mey. und bemerkt dazu: „Diese Art wird sich wahrscheinlich mit dem südafrikanischen *L. flexuosum* Thbg. vereinigen lassen, von dem mir indessen keine beglaubigten Exemplare zugänglich waren. Die unter diesem Namen von Bergius vorliegenden stimmen hinsichtlich der Blattform und des etwas haarigen Blütenstiels und der 6 Staubblätter mit der arabischen Pflanze, allein sie weisen keine Petala auf." Tatsächlich gehören die Bergiusschen Exemplare, auf die Schweinfurth anspielt, zu *L. africanum* (Burm.) DC., das der arabischen Pflanze zwar einigermassen ähnlich, aber durch die rudimentären Petalen und das Fehlen der lateralen Staubblätter hinreichend davon verschieden ist; wenn Schweinfurth angibt, die Pflanze von Bergius habe 6 Staubblätter, aber keine Kronblätter, so hielt er offenbar die rudimentären Petalen für Filamente.

17. *Lepidium desertorum* *Eckl. & Zeyh.* Enum pl. Afr. austr. (1834–7) p. 6 n. 40; Walp. Rep. I. (1842) p. 178; Harvey & Sond. Fl. Capens. I. (1859—60) p. 29; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 135; *L. fenestratum* E. Mey.! in Herb. Drège, et ex Sond. in Fl. Capens. l. c.; *L. riparium* de Schlechtdl.! ined. in Herb. Berol. — Wird von Hooker in Journ. Linn. Soc. V. (1881) p. 175 — sehr mit Unrecht — zu *L. ruderale* gezogen, ebenso von Schinz in: Pfl. welt D.-SW. Afr., Bull. Herb. Boiss. IV. (1896) App. III. p. 88.

⊙ an ♃? *Radix* tenuis, fusiformis. *Caules* plerumque complures ex eadem radice, fere semper humiles, ascendentes vel suberecti, graciles, subcylindrici (leviter striati), pilis brevissimis fere semper rectis et patulis imprimis superne tenuiter pubescentes, foliati, ramosi, ramis racemos terminales ± elongatos et axillares breves (fere corymbosos) gerentibus. *Folia* tenuia, basilaria pinnatipartita vel lyrato-pinnatipartita, lobis ovato-lanceolatis dentatis vel incisis, terminali submajore, rhachi angusta, basi vaginantim ampliata, superne in segmentum terminale dilatata; caulina glabra vel brevissime pubescentia, basi fere semper pilis gracilibus, eis caulis duplo longioribus, saepe falcato-curvatis ciliata, majora pinnatim incisa lobis saepe ex-

trorsum curvatis, integris vel dentatis vel pinnato-incisis, minora linearia integerrima acuta. *Flores:* sepala late ovata, obtusa, albo-marginata, *subpersistentia;* petala nulla; stamina 2 (—4) mediana; glandulae 4 (—6) filiformes, elongatae, calycis $^1/_3$ adaequantes. *Racemi* fructiferi terminales basi laxi, pedicellis arcuato-patentibus silicula saepissime longioribus, apice valde densi, fere capitulati, pedicellis siliculae subaequilongis; racemi laterales corymboso-abbreviati; pedicelli angulosi, saepe leviter compressi. *Silicula* late triangulari-ovata, latitudine parum longior, leviter compressa, basi truncata vel subcordata, apice attenuata obtusiuscula, levissime emarginata, stigmate brevissime exserto; valvulae carinatae subapterae; septum rhombico-ellipticum (1 : 2—3), stylo brevissimo apiculatum. *Semina* ovoidea, leviter compressa, fere laevia, immarginata, flavo-fusca; embryo notorrhizus.

Meist 8—15, seltener bis 20 und mehr cm. Grundblätter bis 4 cm lang, bis 1 cm breit. Stengelblätter meist ca. 2 cm lang, $^1/_2$ cm breit. Kelch ca. $^1/_2$ mm lang. Frucht $1^3/_4$—2 mm lang, $1^1/_2$—$1^3/_4$ mm breit. Same 1 mm lang, $^1/_2$ mm breit.

Steht dem *L. pinnatum* Thunbg. (non auct.) nahe, aber Krone o, Honigdrüsen länger, Frucht kleiner, etc. Ähnelt durch den niedrigen, gracilen Wuchs, die Form der Frucht und die teilweise corymbös-verkürzten Fruchtstände auch sehr dem hochasiatischen *L. capitatum* Hook f. & Thoms., aber Krone o, Haare nicht keulig, etc.

Verbreitung: Kapland.

Standorte:

Prom. b. sp., 1820, Mund & Maire (*L. riparium* Schlechtd.). — Herb. Berlin, Lübeck.

Kapland: Reg. occ.: Zilverfontein, 2000′, Drège 1838 (*L. fenestratum* E. Mey. a.). — Herb. Delessert, Lübeck, Paris, Hofmus. Wien.

— Reg. austr.: Kendo (Groote Zwartebergen), 3000–4000′, Drège 1839 (L. fenestratum E. Mey. b.). — Herb. Berlin, Boissier, Breslau, Paris, Petersburg, Hofmus. Wien.

— Roggeveld: Rhenosterkop, 1875—80, Rehmann n. 3178 („*L. linoides*“, Szyszylowics, Polypet. Thalamifl. Rehm. I. (1887) p. 108). — Herb. Univ. Zürich.

— Cape Colony, 1892, Fleck. — Herb. Univ. Zürich.

— Reg. occ.: Van Rhynsdorp, 400′, 1896, Schlechter n. 8092. — Herb. Barbey-Boissier.

— Reg. occ.: Karree Bergen, 1800′, 1896, Schlechter n. 8266 („*L. capense*“). — Herb. Barbey-Boissier, Berlin, Breslau, Delessert, Lausanne, Paris, Petersburg, Hofmus. Wien, Univ. Zürich.

Sonder Fl. Capens. (l. c.) gibt ausser den 2 Drègeschen Exsiccaten an: In high Karro districts, near Gauritz river, Swell, E. & Z.; Springbok-kel, Zeyher 34.

18. *Lepidium myriocarpum* *Sond.!* Beitr. Fl. S.-Afr. in Linnaea XXIII. (1850) p. 4; Walp. Ann. II. (1851/52) p. 51; Harvey & Sond. Fl. Capens. I. (1859--60) p. 28; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 337; *Nasturtium myriocarpum* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937.

♃. *Radix* satis crassa, descendens, ramosa. *Caulis* elatus, suberectus, crassus, teres, fere glaberrimus, subnitidus, paniculatim ramosus, foliosus; rami ramosissimi, eorum ramificationibus in racemos numerosissimos graciles abeuntibus. *Folia* radicalia in meis speciminibus rudimentaria, verisimiliter lineari-oblonga; caulina omnia *anguste linearia integerrima* acuta fere glaberrima (margine pilis brevissimis sursum curvatis minutissime denticulato-citiata). *Flores:* sepala ovata, albo-marginata, ut petala saepe violaceo-picta, caduca; petala calyce breviora, anguste oblonga; stamina 2 (—4) mediana; glandulae 4 (—6) e basi latiore anguste oblongae, apice subincrassatae, calycis ca. 1/4 attingentes. *Racemi* fructiferi graciles, modice elongati, satis densi et multiflori, pedicellis suberectis, inferioribus silicula (saepe duplo) longioribus, superioribus ei subaequilongis, axi sulcato subglaberrimo. *Silicula* minima, ovata, utrinque acuta, apice levissime emarginata, stylo distincte, quamvis brevissime, exserto (latitudini stigmatis aequilongo), leviter compressa; valvulae carinatae, subapterae; septum (relative) latum, ellipticum (1 : 2—3), stylo apiculatum. *Semina* minima, anguste ovoidea (1 : 2), leviter compressa, flavo-fusca, sublaevia, immarginata; embryo notorrhizus.

60—70 cm hoch, sehr reich verzweigt. Stengelblätter ca. 2--3 cm lang, 1 mm breit; Astblätter 1 cm lang, 1/2 mm breit. Blütenstände reich- (ca. 60-)blütig; Fruchtstände schlank, ca. 3 mm breit, 4—5 cm lang. Kelch ca. 1/2 mm lang. Früchte sehr zahlreich (an meinen Exemplaren je ca. 15000!), ohne Griffel 1 1/2 mm lang, 1—1 1/4 mm breit. Same fast 1 mm lang, fast 1/2 mm breit.

Verbreitung: Südafrika.

Standorte:

Kapland: Reg. austr.-or.: Glenfilling (zwischen Zondagriver und Keiskamma), im Tal am Bache, unter 1000′, 1838—9, Drège n. 7541 saltem *ex p!*[1]) (Original der Art). — Herb. Paris.

Afr. austr.: Thaba Boisin, Lessonto, sables de la rivière, 1903, H. A. Junod n. 1912. — Herb. Univ. Zürich.

[1]) Unter dieser Nummer liegt im Herb. Delessert *L. divaricatum* ssp. *linoides!* Offenbar ist das Exsiccatum ein Mixtum-Compositum.

Weiterer Standort nach Sonder in Fl. Cap. l. c.: Shady places, on the Banks of Caledon River, Burke and Zeyher.

19. *Lepidium Schinzii*[1] *Thell. n. spec.* ex affinitate *L. trifurci* Sond.

♃? *Radix* satis crassa, ramosa, descendens. *Caulis* plerumque unicus, suberectus, subcylindricus (leviter striatus), pilis gracilibus acutiusculis e basi patente arcuato-retrorsum-curvatis quasi granulatus, ramosus ramis suberectis racemos terminales et axillares gerentibus. *Folia* inferiora mihi ignota; caulina firma, majora pinnatifida vel saltem pinnatim incisa lobis oblanceolatis obtusis, margine pilis brevissimis triangulari-acutis, basin folii versus leviter retrorsum curvatis obsita; caulina minora fasciculata, oblanceolata, obtusiuscula, apice subdentata vel integerrima. *Flores:* sepala anguste ovata, albo-marginata, caduca; petala nulla; stamina 2 (—4) mediana; glandulae 4 (—6) filiformi-elongatae, apice saepe leviter incrassatae, calycis $^1/_3$—$^1/_2$ aequantes. *Racemi* fructiferi axillares breves, subcorymbosi, terminales elongati, graciles sed densissimi, siliculis quasi imbricatim approximatis, axi sulcato retrorsum pubescente, pedicellis subadpressis siliculae aequilongis. *Silicula* minima, ovata-elliptica, basi obtusa, apice obtusiuscula, compressa, apice levissime emarginata, stylo brevissimo emarginaturam replente, stigmate disciformi exserto; valvulae carinatae, apice subexalatae; septum anguste rhombico-ellipticum (1 : 4), stylo apiculatum. *Semina* anguste ovoidea (1 : 2), compressa, sublaevia, immarginata, luteo-fusca; embryo notorrhizus.

± 30 cm hoch. Grössere Stengelblätter ± 1 cm lang, ihre Spindel und Abschnitte ca. 1 mm breit; kleinere 5 mm lang, 1 mm breit. Kelch $^1/_2$—$^3/_4$ mm lang. Frucht ± $1^3/_4$ mm lang, ± $1^1/_4$ mm breit. Same ca. 1 mm lang, $^1/_2$ mm breit. Fruchtstände sehr schlank, cylindrisch, ± 5 cm lang, 3 mm dick.

Durch die sehr dichten Fruchtstände mit fast dachig genäherten Früchten sehr ausgezeichnet. Steht indes dem *L. trifurcum* Sond. sehr nahe und ist, falls sich Übergänge finden sollten — bis jetzt sind mir allerdings keine solchen vorgekommen —, demselben als Ssp. unterzuordnen. Unterscheidet sich von *L. trifurcum* 1. durch die spitzere, durch die vortretende Narbe stachelspitzige Frucht (bei *L. trifurcum* ist die Frucht stumpflich, die Narbe in der Ausrandung eingeschlossen), 2. durch die zahlreichen, spitzen, zurückgekrümmten

[1]) Nach meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Prof. Dr. Hans Schinz, Direktor des botan. Gartens und des botan. Museums der Universität Zürich, erstklassigem Kenner der afrikanischen Flora, dem ich u. a. für seine vielfältigen Bemühungen zur Erlangung der auswärtigen *Lepidium*-Herbarmaterialien zu grossem Dank verpflichtet bin.

Haare des Stengels und namentlich des Blattrandes (die Haare des *L. trifurcum* sind wenig zahlreich, stumpflich, gerade oder schwach unregelmässig gekrümmt).

Verbreitung: Südafrika.

Standorte:

Transvaalkolonie: Johannesburg, on river banks, C. S. C. A. Herbarium (by Laidley & Co.) n. 335 („*Thaspi* . . .“). — Herb. Univ. Zürich.

— Wüste Plätze um Modderfontein, 1896, Conrath n. 8b. — Herb. Univ. Zürich.

Basuto-Land (Afr. austr. or.): Sebitsa, Dieterlen n. 137. — Herb. Montpellier.

20. *Lepidium pinnatum* *Thunbg.!* Prodr. pl. Capens. II. (1800) p. 107, Fl. Capens. (ed. Schultes 1823) p. 491; DC. Syst. II. (1821) p. 553, Prodr. I. (1824) p. 208 — *non* Sonder in Harv. & Sond. Fl. Capens. I. (1859—60) p. 30, *nec* Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 137, quod = *L. divaricatum* Soland. [der Identifikation von *L. pinnatum* Thunbg. (§ Lepidiastrum!) mit *L. divaricatum* Soland. (§ Dileptium!) durch Sonder l. c. kann ich nach Prüfung der Original-Exemplare unmöglich beistimmen; rätselhaft bleibt mir auch, wie Sonder dazu kam, für seine Sammelart den (jüngern!) Thunbergschen Namen (1800) zu verwenden und den Solanderschen Namen (1789) zum Synonym zu degradieren]; *L. capense* E. Mey.! in Herb. Drège (wird von Sonder l. c. ebenfalls fälschlich zu derjenigen Art gestellt, die er zwar *L. pinnatum* Thbg. nennt, die aber nach der Beschreibund = *L. divaricatum* Soland ist) — *non Thunbg.!*

♃? Partes basilares ignotae. *Caulis* fructiculosus videtur, cylindricus, leviter striatus, ut rami et folia glaberrimus vel pilis brevissimis obtusiusculis rectis vel leviter curvatis remotissime pubescens, foliatus, ramosus, ramis in racemos abeuntibus. *Folia* caulina saepe fasciculata, tenuia, aut pinnatipartita lobis distantibus oblongis obtusiusculis apiculatis integerrimis vel paucidentatis, rhachi inter eos angusta et distincta, aut pinnatifida lobis late lanceolatis ± extrorsum curvatis acutiusculis saepius dentatis, superioribus confluentibus, rhachi superne dilatata et indistincta. *Flores:* sepala ovata, albomarginata, caduca; petala calyce ca. duplo breviora, oblonga; stamina 2 (—4) mediana; glandulae 4 (—6) oblongae, $^1/_4$ calycis aequantes. *Racemi* fructiferi modice elongati, satis densi, axi sulcato glaberrimo vel minutissime pubescente, pedicellis e basi suberecta plerumque horizontaliter arcuatis, siliculae aequilongis. *Silicula* ovata, basi subrotundata, apice attenuata obtusiuscula, brevissime sed distincte

emarginata, stylo breviter exserto; valvulae naviculares, carinatae, subexalatae; septum oblanceolatum, basi contractum (subpanduriforme), 1 : 3 1/2—4. *Semina* anguste ovoidea, compressa, fere laevia, immarginata, fusco-rufa.

20—30 cm hoch. Stengelblätter meist 2 cm lang, bis 1/2 cm breit. Kelch 1/2—3/4 mm lang. Frucht meist 2 1/2 mm lang, 1 3/4 mm breit. Same 1 1/2 mm lang, 3/4 mm breit.

Verbreitung: Kapland.

Var. *α.* **typicum** Thell., Stengelblätter fiederteilig, mit schmaler, auch oben deutlicher Spindel.

Cap.: in collibus pr. urbem Cap., Thunberg Herb. (Upsala).
Cap de bonne esp., 1829, leg.? n. 43. — Herb. Paris.

Var. *β.* **pinnato-incisum** Thell., Stengelblätter fiederig eingeschnitten, die oberen Abschnitte zusammenfliessend, die Spindel hier verbreitert und undeutlich.

Terra austr.-occid.: Paarlberg, 1000—2000′, Drège (*L. capense b.* E. Mey., non Thbg.). — Herb. Boissier, Breslau, Delessert, Montpellier, Paris, Petersburg, Hofmus. Wien.

21. *Lepidium decumbens* *Desv.!* in Journ. Bot. III. (1814) p. 165 et 176; DC. Syst. II. (1821) p. 553, Prodr. I. (1824) p. 208; wird von Steudel Nom. bot. ed. 2. II. (1841) p. 27 irrig zu dem innerasiatischen *L. micranthum* Ledeb. [1829; = L. apetalum Willd.! 1800 — Th.] gezogen, ebenso vom Ind. Kew. zu *L. incisum* „Roth"[1]), welche Collectivart (im Sinne des Ind. Kew.) u. a. auch *L. apetalum* Willd. umfasst. — *L. divaricatum* Willd.! h. Berol. (excl. syn. Ait.) et hort. veter. nonnull. [et ex Desvaux l. c. et Steudel Nom. bot. ed. 2. II. (1841) p. 27]; Eckl. & Zeyh! Enum. pl. Afr. austr. (1834—7) p. 7 n. 44 — *non Soland.!* ap. Ait.; *L. flexuosum* Eckl. & Zeyh.! Enum. pl. Afr. austr. (1834—7) p. 6 n. 42 — *non Thunbg.!*

Eine bisher verkannte Art. Desvaux gründete sie auf im Berliner Garten unter dem Namen *L. divaricatum* kultivierte Exemplare, die er richtig als von dem echten *L. divaricatum* Soland. spezifisch verschieden erkannte; über die Heimat seiner Spezies wusste er nichts Sicheres. Die Etiquette des Desvaux-

[1]) *L. incisum* Roth! N. Beitr. z. Bot. (1802) p. 224 (Originalexemplare im Herb. Petersburg) — *non* M. Bieb. Fl. Taur.-Casp. II. (1808) p. 98 [quod = L. pinnatifidum Ledeb.], *nec* Ledeb. Fl. Alt. III. (1831) p. 193 [= L. apetalum Willd.] — ist = *L. virginicum* L., welche Ansicht zuerst von Fischer & Meyer in Ind. plant. hort. Petrop. II. (1835) p. 40 ausgesprochen und später von Ascherson in Verhandl. Brandenb. bot. Ver. XXXIII. (1891) p. 108 ff. wieder aufgenommen wurde; vergl. auch Thellung in Bull. Herb. Boiss. 1904 p. 697 ff.

schen Originalexemplares (Herb. Paris) trägt zwar von des Autors Hand die Angabe: „ad c. b. spei", doch bemerkt Desvaux im Journ. Bot. l. c. über die Herkunft seiner Art: „.... j'ignore si elle est du cap de Bonne-Espérance". De Candolle (Syst. l. c.) bezeichnet die Heimat als unbekannt. Steudel identifizierte *L. decumbens*, wie eben angegeben, unrichtigerweise mit dem asiatischen *L. apetalum* Willd. (bezw. *L. micranthum* Ledeb.). Sonder, der die Cruciferen der Flora Capensis [I. (1859)] von Harvey & Sonder bearbeitete, kannte die Art nicht; die hiehergehörigen Ecklon & Zeyherschen Exsiccaten bestimmte er teils als *L. capense* Thbg., teils als *L. africanum* DC.

♃? (⊙ ex Desv.) *Radix* crassa, multiceps, apice rudimentis foliorum vestita. *Caules* complures, ± decumbentes, cylindrici (leviter striati), pilis gracilibus ± retrorsum curvatis leviter pubescentes, foliati, ramosissimi, ramis suberectis in racemos desinentibus. *Folia* subcoriacea, basilaria pinnata vel lyrato-pinnata, pinnulis obovatis inciso-crenatis, terminali submajore, rhachi angusta, insertione dilatata: caulina obovato-oblonga, obtusa, obtuse grandidentata, basi attenuata et margine pilis setiformibus ciliata. *Flores:* sepala late ovata, albo-marginata; petala calycis $^1/_2$—$^2/_3$ adaequantia; stamina 2 (—4) mediana; glandulae 4 (—6) e basi latiore subito attenuatae, elongatae (calycis $^1/_4$ attingentes), apice quasi leviter incrassatae. *Racemi* fructiferi modice elongati, densi (imprimis apice), pedicellis plerumque arcuato-patentibus vel arcuato-subreflexis, inferioribus silicula sublongioribus, ceteris ei aequilongis, axi sulcato, levissime pubescente. *Silicula* late obovato-rhombica, 1 : 1$^1/_4$, apice quasi rotundata, vix emarginata, stylo distincte exserto; valvulae carinatae subapterae; septum oblanceolatum (1 : 4—5), stylo apiculatum. *Semina* ovoidea, compressa, fere laevia, immarginata, fusca; embryo notorrhizus.

Meist 15—20 cm hoch. Grundblätter bis 5 cm lang, bis 1$^1/_2$ cm breit. Stengelblätter 2—3 cm lang, $^1/_2$—1 cm breit. Kelch fast 1 mm lang. Frucht meist 2$^3/_4$ mm lang, 2$^1/_4$ mm breit. Same 1$^1/_4$ mm lang, $^3/_4$ mm breit.

Verbreitung: Kapland.

Standorte:

Cap. b. spei leg.? — Herb. Desvaux (Paris).

Afr. austr.: in campis gramineis ad Kneisna (Georg), Ecklon & Zeyher n. 44 (als *L. divaricatum* Ait., von Sonder als *L. africanum* DC. bestimmt). — Herb. Petersburg.

— in littore apud Cap Aghullas (Zwellendam) et Port Elisabeth (Uitenhage), Ecklon & Zeyher n. 42 (als *L. flexuosum* Thbg.,

von Sonder als *L. capense* Thbg. bestimmt). — Herb. Petersburg.

— in littore maris False Bay pone Simonstown. 1892. Schlechter n. 661 („*L.* cf. *africanum* DC."). — Herb. Barbey-Boissier, Breslau, Petersburg, Hofmus. Wien, Univ. Wien, Univ. Zürich.

Ausserdem zahlreiche kultivierte Exemplare (*L. divaricatum* hort.) aus den botan. Gärten von Berlin, Karlsruhe, Paris, Petersburg etc. in den Herbarien von Berlin, Delessert, Döll (Freiburg i. B.), Petersburg, Hofmus. Wien.

22. ***Lepidium africanum*** *(Burm.) DC.!* Syst. II. (1821) p. 552. Prodr. I. (1824) p. 207; Deless. Icon. select. pl. II. (1823) t. 73!; Harvey & Sonder Fl. Capens. I. (1859—60) p. 29; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 135 — *sens. ampl.* [wird von Hooker in Journ. Linn. Soc. V. (1881) p. 175 irrig zu *L ruderale* L. gezogen, ebenso vom Ind. Kew. (1894) und von Schinz in Pfl. welt D.-SW.-Afr. in Bull. Herb. Boiss. IV. (1896) App. III. p. 88; ähnlich bezweifelt Bolus in Flow. Pl. and Ferns of Cape Penins. in Trans. South. Afr. philos. Soc. XIV. part 3 (1893) p. 235 die spezifische Verschiedenheit von *L. capense, africanum* und *pinnatum* unter sich und von *L. ruderale* L.]; *Thlaspi africanum* Burm. f.! Fl. Cap. Prodr. (1768) p. 17; *? L. subdentatum* Eckl. & Zeyh. Enum. pl. Afr. austr. (1834—7) p. 6 n. 39, *non Burch.* (sec. Sonder Fl. Capens. l. c.; non vidi); *L. capense* Eckl. & Zeyh.! l. c. p. 6 n. 43 — *non Thbg.!; ? Sisymbrium serratum* Thunbg. Prodr. pl. Cap. II. (1800) p. 109, Fl. Capens. (ed. Schultes 1823) p. 496, et herb. — fide Sonder in Fl. Capens. l. c. (nicht gesehen; dagegen liegt im Herb. Thunberg ein nicht publiziertes *Lepidium serratum*, das ich als Varietät zu *L. africanum* ziehe, das sich aber mit der Beschreibung des Originals des *Sis. serratum* in der Fl. Capens. nicht deckt). — [*L. divaricatum* Eckl. & Zeyh.! l. c. p. 7 n. 44, *non Soland.*, das von Sonder Fl. Capens. l. c. ebenfalls zu *L. africanum* gezogen wird, halte ich für identisch mit *L. decumbens* Desv.; vgl. No. 21.]

♃ (semper?). *Radix* satis crassa, multiceps. *Caules* ascendentes vel suberecti, cylindrici (leviter striati), saepe pilis gracilibus ± curvatis pubescentes, foliati, ramosi, ramis in racemos abeuntibus. *Folia* basilaria saepe pinnata vel lyrato-pinnata segmentis semi-ovatis antice incisis postice dentatis vel integerrimis, terminali saepe majore, petiolo basi dilatato; caulina anguste oblanceolata usque linearia, saepe pinnatim incisa aut serrata, basi attenuata saepe pilis setiformibus ciliata. *Flores:* sepala ovata, albo-marginata; petala ½—⅘ eorum

aequantia, oblonga; stamina 2 (—4) mediana: glandulae 4 (—6) e basi latiore oblongae, calycis ca. 1/4 (in *var. aethiopico* tantum 1/6) adaequantes. *Racemi* fructiferi elongati, laxiusculi, pedicellis siliculae aequilongis vel sublongioribus, e basi subadpressa suberecti vel ± arcuato-patentes; racemorum axis sulcatus, saepe pubescens. *Silicula* elliptica vel anguste ovato-elliptica, compressa, apice acutiuscula levissime emarginata, stigmate exserto; valvulae carinatae subapterae; septum oblanceolatum (1 : 4—5), basi attenuatum (subpanduriforme), stylo brevissimo apiculatum. *Semina* ovoidea, compressa, fusca, leviter papilloso-granulata, immarginata; embryo notorrhizus.

Meist 20—40 cm. Grundblätter bis 8 cm lang, bis 2 cm breit. Stengelblätter 2—3 cm lang, 1½—3 mm breit. Kelch ½—¾ mm lang. Frucht 2½—3 mm lang, 1¾—2 mm breit. Same ¼ mm lang, ¾ mm breit.

Varietäten.

var. α. typicum Thell., Stengelblätter im Umriss linealisch-lanzettlich oder linealisch-verkehrtlanzettlich, fiederig eingeschnitten, mit wenigen (oft jederseits nur 1) lanzettlichen, spitzen, etwas auswärts gebogenen Lappen; Stengel ziemlich dicht flaumhaarig.

var. β. capense (Thunbg.) Thell., Stengelblätter schmal verkehrtlanzettlich, oberwärts gezähnt-gesägt, mit wenig tiefen, mässig spitzen Zähnen; Stengel weniger behaart, oft fast kahl; Blattstiel mit sehr kurzen Haaren. (Stellt eine Übergangsform gegen *L. decumbens* Desv. dar.)

var. γ. serratum (Thunbg.) Thell., Stengelblätter fast linealisch, sehr spitz, scharf gesägt; Stengel ± 30 cm hoch, aufrecht, ziemlich dicht flaumhaarig oder (**f. glabratum** Thell.) fast kahl und glänzend.

var. δ. Burchelli Thell., Stengelblätter linealisch, sehr spitz, fast ganzrandig; sonst wie vorige Var.

var. (?) ε. aethiopicum (Welw.) Thell., Blätter schmal verkehrtlanzettlich-keilig, an der Spitze scharf gesägt; Stengel dicht von ziemlich langen, gekrümmten Haaren flaumig-rauhhaarig, ausgebreitetaufsteigend, 10—15 cm hoch; Blattstiele mit langen, borstlichen Haaren; Krone wenig kürzer als der Kelch; Drüsen 1/6 des Kelches erreichend. Vielleicht eigene Art, von den übrigen Var. durch längere Krone, kürzere Drüsen, niedrigen Wuchs und etwas abweichende Behaarung verschieden.

Verbreitung der Gesamtart: Kapland, Angola.

Standorte:

var. α. typicum Thell.

Thlaspi africanum Burm. f.! Fl. Capens. Prodr. (1768) p. 17 *sens. strict.* C. b. Sp. (sine loco), Burmann. — Herb. Delessert.

Promont. b. spei, 1816, Bergius („*L. capense?*"). — Herb. Berlin.

— Zwischen Gebüsch auf dem Gipfel des Löwenrücken, Ecklon n. 458. — Herb. Döll (Freiburg i. B.), Haussknecht, Petersburg.

Cap de B. Esp., Sonnerat 76. — Herb. Cambessèdes (Montpellier).

Ferner ein Exemplar ohne Standort, Drège n. 229, im Herb. Lübeck.

var. β. capense (Thunbg.) Thell.

L. capense Thunbg.! Prodr. pl. Capens. II. (1800) p. 107, Fl. Capens. (ed Schultes 1823) p. 491; Harvey & Sonder Fl. Capens. I. (1859—60) p. 29; Durand & Schinz Consp. Fl. Afr. I. 2. (1898) p. 135 — *non* Burch. Cat. *nec* DC. Syst. et Prodr. quod = var. δ. *Burchelli* Thell.; *L. diversifolium* Pers. Syn. II. (1807) p. 188 n. 28!. — Wird von Hooker in Journ. Linn. Soc. V. (1881) p. 175 zu *L. ruderale* L. gezogen, ebenso von Schinz in Pfl. welt D.-SW.-Afr. in Bull. Herb. Boiss. IV. (1896) App. III. p. 28; ferner bezweifelt Bolus in Flow. Pl. and Ferns of Cape Penins. in Trans. South Afr. philos. Soc. XIV. part 3 (1903) p. 225 die spezifische Verschiedenheit von *L. capense*, *africanum* und *pinnatum* unter sich und von *L. ruderale* L. — *L. flexuosum* Eckl. & Zeyh.! Enum. pl. Afr. austr. (1834—7) p. 6 n. 42 *non Thunbg !*, das von Sonder in Fl. Capens. l. c. hieher gezogen wird, ist nach meinem Dafürhalten = *L. decumbens* Desv. (vgl. No. 21); *L. Eckloni* Schrad.! Ind. sem. h. Gotting. 1830 p. 3, von Regel in Ind. sem. h. Petrop. 1856 p. 33 und, ihm folgend, von Sonder in Fl. Capens. l. c. mit *L. capense* Thbg. identifiziert, halte ich für eine Ssp. des *L. divaricatum* Soland.; *L. silvaticum* Eck. & Zeyh.! l. c. p. 6 n. 37, das Sonder l. c. als var. β. zu *L. capense* Thbg. zieht, stelle ich als Var. zu *L. divaricatum* Soland. *ssp. Eckloni* (Schrad.).

C. B. Spei (sine loco), Thunberg Herb. (Upsala).

Afr. austr.: in clivis montis Leonis, 100', 1892, Schlechter n. 1041. — Herb. Univ. Zürich.

Ferner 1 Exemplar ohne Standort (leg. Drège?) n. 1 im Herb. Lübeck.

var. γ. serratum (Thunbg.) Thell.

L. serratum Thunbg.! ined. in herb.

C. B. Spei (sine loco): Thunberg herb. (Upsala).

— Sonnerat. — Herb. Paris.

Prom. b. spei, 1816, Bergius („*L. flexuosum*"). — Herb. Berlin.

Ferner 1 Exemplar (von Ecklon?) im Herb. Petersburg.

f. glabratum Thell.

Cap.: in dorso montis Leeuwenberg, tum ad fluvium Zwartkopsriver (Uitenhage), Ecklon & Zeyher n. 43 („*L. capense*") ex p. (cum *L. afric. typ.*). — Herb. Berlin, Hofmus. Wien.
— leg.? — Herb. Boissier.

var. δ. Burchelli Thell. n. var.

L. capense Burch.! Cat. geogr. pl. Afr. austr. extratrop. n. 137! (et 197 et 293 ex DC.); DC.! Syst. II. (1821) p. 552, Prodr. I. (1824) p. 207 — *non Thunbg.!* — 1 Exemplar (ohne Standort) im Herb. DC. Prodr.

var. (?) ε. aethiopicum (Welw.) Thell.

L. aethiopicum Welw.! mss. in herb. ex Hiern, Cat. Afr. Pl. coll. Welwitsch (1896) p. 25; *L. ruderale var. aethiopicum* Hiern l. c.; *L. ruderale* Oliver Fl. trop. Afr. I. (1868) p. 69 ex p. (quoad pl. Angolens.) *non L.*

Angola: Huilla, between Humpata and Serra de Uiahoia. 5000′, 1860, Welwitsch n. 1190. — Herb. DC., Paris („L. ruderale").

Nachtrag.

Lepidium perfoliatum L. Spec. plant. (1753) p. 643 (Ost-Europa, West-Asien), leicht kenntlich durch die feinzerteilten unteren und die ungeteilten und ganzrandigen, breit herzeiförmigen, stengelumfassenden oberen Stengelblätter, wurde nach Battand. & Trabut Fl. anal. synopt. Algér. Tunis. (1904) in Algerien adventiv beobachtet; ebenda finde ich, in Bestätigung meiner auf S. 164 ausgesprochenen Vermutung, *L. ruderale* L. als Adventivpflanze für das Gebiet erwähnt.

Auf S. 195 ist statt „*Lepidium Draba* var. *chalepense* Spach ex Steud." zu setzen: *Cardaria Cochlearia β holocarpa* Spach Hist. vég. Phan. VI. (1838) p. 542.

Namensregister.

* = Ssp.; † = Var. *Cursiv* gedruckt sind die gültigen Namen, mit geraden Lettern die Synonyme.

Capparidaceae.

Hans Schinz (Zürich).

Boscia Rautanenii Schinz *nov. spec.*

Ein Strauch mit offenbar sehr sparrigen Ästen, hellgrau berindet. Die Laubblätter sind auf Kurztrieben dicht büschelig gehäuft, getrocknet sind sie von hellgrüner Farbe, dünnlederig. Der Blattstiel ist ± $1^1/_4$ mm lang, ab und zu mit vereinzelten, überaus kurzen, konischen Haaren besetzt. Die kahle Spreite ist von verkehrtlanzettlichem Umriss, abgerundet und bespitzt, etwas nach aussen gekrümmt und oberseits ± konkav, 4 bis 10 mm lang und ± $2^1/_2$ mm breit. Spaltöffnungen finden sich beiderseits; der Bau ist zentrisch, und die sehr spärlich vertretenen Sklereiden scheinen nicht über die Blattmitte hinauszureichen. Die Leitbündel sind in das Blattmesophyll eingebettet. Die mehrblütigen Blütenstände sind ungestielt. Die Blütenstiele sind deutlich abstehend behaart, die Haare sind fein und kurz. Der Kelch ist gleich den Blütenstielen behaart und zwar auch auf der Innenseite. Dem behaarten Gynophor sitzt ein kahler Fruchtknoten auf. Frucht?

Deutsch-Südwest-Afrika: Hereroland, Karibib, Rautanen 500. - Blüten nach Honig riechend; bl. 19. VIII. 04.

Zur Vergleichung sind B. foetida Schinz, B. kalachariensis Pestalozzi, B. microphylla Oliv. und B. Rehmanniana Pestalozzi heranzuziehen. B. foetida weicht ab durch breitere Laubblätter und gestielte, aus den Blattbüscheln hervorragende Blütenstände, auch sind die Spreiten dicker; sie sind zwar auch zentrisch gebaut und besitzen Spaltöffnungen auf beiden Seiten, die Zahl der Idioblasten-Sklereiden ist indessen bedeutend grösser. Wenn Rautanen angibt, die Blüten riechen nach Honig, so stimmt dies auch ganz und gar nicht mit dem „Dufte" der Blüten von B. foetida, einer Art, die ich gerade ihres ganz abscheulichen Geruches wegen so getauft habe. B. kalachariensis hat mit unserer Pflanze ausserordentlich grosse Ähnlichkeit: die Blütenstände sind auch ungestielt, aber die Blütenstiele und Kelche sind nur kurzflaumig. Die Laubblätter führen nach Pestalozzi (Bull. Herb. Boissier VI [1898], 100) nur auf der Unterseite Spaltöffnungen, sind aber im übrigen ebenfalls zentrisch gebaut. B. microphylla hat längere Laubblätter und gleichfalls nur unterseits Stomata gleich der B. Rehmanniana.

Malpighiaceae.

Hans Schinz (Zürich).

Triaspis Nelsoni Oliv. in Hook. Icon. plant. V (1883), t. 1418, pag. 14.

T. Rehmannii Szysz. in Polyp. Discifl. Rehm. II (1888), 3.

— var. **austrooccidentalis Schinz** *nov. var.*

Windend. Unterscheidet sich von den von Rehmann um Pretoria und im Boshveld gesammelten und von Szyszylowicz unter dem Namen T. Rehmannii (l. c.) publizierten, meines Erachtens von T. Nelsoni Oliv. nicht verschiedenen Exemplaren durch die schwächere Behaarung der Sprosse, welches Indument zudem sehr rasch verkahlt, sodass dann die für die Spielart charakteristische rote Sprossrinde zu Tage tritt. Gleicherweise verkahlen die Laubblätter auffallend rasch, sie sind ± 5 mm lang gestielt, ± 45 mm lang und ± 25 mm breit. Die erwähnten Unterschiede scheinen konstant zu sein, sie sind aber doch zu unbedeutend, als dass ich hierauf allein eine distinkte Art kreieren möchte.

Deutsch-Südwest-Afrika: Hereroland, Lüderitz 7; Otavi am Waterberg, Dove; Otjoaka, Dinter 5981; Otjikango, Rautanen 478.

Amboland: Omupanda in Uukuanjama, Wulfhorst 26; zwischen Ondonga und Uukuanjama, Rautanen 317.

Eine noch extremere Abweichung vom Typus erblicke ich in zwei von Galpin um Barberton gesammelten Proben, die ich als var. glauca Schinz unterscheide:

Triaspis Nelsoni Oliv. var. **glauca** Schinz nov. var.

Sprosse, Laubblätter und Blütenstiele kahl, nur ab und zu mit vereinzelten Haaren. Sprosse und Laubblätter graumeergrün, erstere rasch die rotbraune Rinde zeigend.

Südafrika: Transvaalkolonie, stony hillsides, Queens river valley, near Barberton, E. E. Galpin 643; margins of woods upper Moodies, Barberton, E. E. Galpin 593.

Gentianaceae.

Hans Schinz (Zürich).

***Pycnosphaera gracilis* Schinz** *nov. spec.*

Einjährig, ± 40 cm hoch, kahl. Die stengelständigen, am Grunde kurz paarweise scheidig verwachsenen Laubblätter sind ± 4 cm lang und 4 bis 5 mm breit, von lanzettlichem Umriss und spitz, die einzelnen Paare sind durch ± 4 cm lange Internodien von einander getrennt. Der locker trugdoldige Blütenstand ist aus kompakten kopfigen Partialblütenständen zusammengesetzt. Die einzelnen Blüten sind ungestielt. Die Bracteen sind breit verkehrteiförmig, gegen den Grund zu keilförmig verjüngt, plötzlich in eine Spitze ausgezogen, ± 4 mm lang und ± 2½ mm breit. Die seitlichen Kelchblätter sind bootförmig, spitz, mit schmalem Rückenkiel versehen, ± 4 mm lang und ± 1½ mm breit, das mediane, mit den 2 transversalen am Grunde verwachsene, dritte sehr unscheinbare, hyaline und daher leicht zu übersehende, auch bei P. trimera Gilg vorkommende Kelchblatt ist oblong, ± ¾—1 mm lang, hyalin, stumpf und schwach ausgerandet. Die Abschnitte der ± 3½ m langen Kronröhre sind ± 2½ mm lang und ± 1¼ mm breit, spitz, breit lanzettlich, die Staubfäden haben eine Länge von ± 3 mm und besitzen apikulate Beutel. Der Griffel misst ± 3, der Fruchtknoten ± 2 mm.

Äquatoriales Zentralafrika: Kongobecken, Lualobo, Descamps.

Unsere Pflanze ist von der von Baum am Kuito in Südwestafrika entdeckten und von Gilg beschriebenen P. trimera (in Kunene Sambesi Expedition, 333) durch schlankere Bracteen und spitze, schmal geflügelte, seitliche Kelchblätter unschwer zu unterscheiden. Der Sammler gibt für unser Exemplar „blaue Blüten“ an; ob diese Angabe wohl wirklich richtig ist?

2.

Beiträge zur Kenntnis der Schweizerflora. (V.)

1. Die Koelerien der Schweiz und ihre Verbreitung

nach den Ergebnissen einer Revision der Koeleriensammlung des botan. Museums in Zürich.

Karl Domin (Prag).

Durch besondere Liebenswürdigkeit des Herrn Universitäts-Professors Dr. H. Schinz, Direktor des botan. Gartens und Museums in Zürich, wurde es mir ermöglicht, das gesamte Koelerien-Material des Züricher botan. Museums einer genauen Revision zu unterwerfen.

Im folgenden fasse ich die Hauptresultate dieser Revision, insofern sie sich auf die Koelerien der Schweiz beziehen, kurz zusammen.

In der Schweiz [1]) sind die Koelerien ziemlich reich vertreten, was schon damit zusammenhängt, dass daselbst nicht nur das Hochgebirge mit alpinen Matten, Wiesen und Felsen, sondern auch das warme Hügelland (so die Triaskalkfelsen oder der Urkalk im Kt. Wallis) und ein prächtiges Kalkgebirge entwickelt ist. Die Gliederung der schweizerischen Koelerien könnte folgendermassen durchgeführt werden [2]):

***1. K. Vallesiana** (All.) A. R. et Sch.*

Dieselbe kommt [3]) im Kanton Wallis, Tessin, Bern und in dem Neuenburger Jura vor, wobei sie die sonnigen Hügel und Felsen bevorzugt, aber auch bis in die alpine Region emporsteigt.

Die verbreitetste Form ist die

a) var. **glabra** Godr. et Gr.

So z. B. mehrfach im Kt. Wallis: Brieg (leg. Vetter 1878), Fully (leg. Tavel 1891, f. *sublobata* m. [panicula sublobata]), Branson (leg. E. Schinz 1891, ibidem leg. Tavel 1891), Martigny (leg. Hegetschweiler), Sitten (leg. Fischer 1889 mit Übergangsformen in die var. *pubescens;* daselbst auch Formen mit kurzzottigen Halmen, die an die var. *alpicola* erinnern [leg. Azsch 1889]), Mont d'Orge (leg. F. O. Wolf 1900, A. Kneucker Gram. Exsic. V. Lief. 1901 Nr. 126), Tourbillon (leg. Wilczek 1889), Sion (Société dauphinoise

---

[1]) Vgl. auch Schinz und Keller „Flora der Schweiz" (1905) I, 50 u. II, 23.

[2]) Vgl. dazu K. Domin „Fragmente zu einer Monographie der Gattung Koeleria" in Magy. Bot. Lap. III. p. 174—187, 254—281, 329—348 (1904).

[3]) Vgl. auch Schinz und Keller l. c.

1878 Nr. 256 bis, leg. F. O. Wolf 1877), Sembrancher (leg. De la Soie). In anderen Herbarien sah ich dieselbe noch von Val d'Herens, Siders, Isérabloz (auch f. b.), Lens, Zabley, Les Folaterres, St. Leonhardt, Saillon, Châble, Saxon.
Jura: Neuchâtel (leg. Vetter 1847, leg.? 1902).
Kt. Bern: Roche (leg. Wilczek & Jaccard 1903).

b) var. **pubescens** Parl.

Kt. Wallis: Stalden (Schweizerische Gräsersammlung Nr. 24), Sion (leg. F. O. Wolf 1874), Tourbillon (leg. F. O. Wolf 1876).

c) var. **elatior** Dom.

Jura: Neuchâtel (leg. Tripet 1871).

Von Tourbillon (Kt. Wallis) sah ich im Herb. de Degen eine Form mit vierblütigen Ährchen (leg. Christ. Notar 1857), die ich in Magy. Bot. Lap. l. c. p. 179 als f. *quadriflora* bezeichnet habe.

d) var. **alpicola** (Gr. Godr. sp.) Dom.

Kt. Wallis: Isérabloz (leg. Masson 1890, Herb. Lausanne).
Neuchâtel (Hb. J. Shuttlew 1836 in Nat. Hist. Mus. Lond.).

2. ***Koel. ciliata*** *Kern.*

Es ist interessant, dass die *K. ciliata* (= *K. cristata* auct. p. p.) in der Schweiz fast nur in der Form mit gelappter Ährenrispe vorkommt. Die

a) var. **genuina** A. & Gr. ist im ganzen sehr selten. Ich sah sie bloss aus dem Kt. Zürich, aus dem Kt. Graubünden (Engadin, leg. Brunies) und von Ragaz (Kt. St. Gallen), von allen Orten aber nicht ganz typisch ausgebildet.

Dagegen ist die

b) var. **pyramidata** (Lam.) viel häufiger, so z. B.:

Kt. Graubünden: Engadin (leg. G. Hegi 1899), Bevers (leg. Krättli, 1850).
Ct. de Vaud: Lavey (leg. Moehrlen 1880).
Kt. Schaffhausen: Schleitheim (leg. Vetter).
Kt. Obwalden: Obwalden (leg. G. Hegi 1902).
Kt. Zürich: Wolfensberg (leg. Hug 1882), Hüttenberg-Wald (leg. G. Hegi 1899), Küsnacht (leg.?), Burgholz-Bichelsee (leg. Knecht) u. s. w.

K. Hegetschweiler, der im Kt. Zürich auch eine zu der subvar. *interrupta* (Schur) neigende Form gesammelt hat, sagt von dieser Varietät: Frequens in pratis.

c) var. **pubiculmis** Hack. bei Borb.

Bisher bloss im Kt. Zürich (? Orlingen) beobachtet.

3. ***K. eriostachya*** *Panc. var.* ***carniolica*** *(Kern.) Dom.*

Bisher bloss im Kt. Graubünden, aber daselbst an mehreren Stellen beobachtet.

So: Ofenpassgruppe (leg. Brunies).
Engadin: Ofenberg (1800 m, leg. G. Hegi 1900).
Engadin: Sils-Baseglia (leg. G. Hegi 1900).

Die schweizerischen Exemplare sind nicht ganz typisch, die Behaarung der Halme ist etwas schwächer, ihr Habitus ist aber getreu jener der *K. carniolica*. Dieselbe stellt uns bekannterweise eine verkahlte Form der *K. eriostachya* dar und ist in manchen Fällen (besonders wenn man nur einzelne Exemplare besitzt und somit ihre Variation am Standorte nicht zu beurteilen vermag) einigen Gebirgsformen der *K. ciliata* (resp. *montana*) ziemlich ähnlich.

Die mir vorliegenden schweizerischen Exemplare sind von der *K. ciliata* besonders durch die kahleren Blätter, die behaarten, dunkel gefärbten Ährchen sowie durch die kurzzottigen Halme zu unterscheiden.

4. K. hirsuta *Gaud.*

Diese charakteristische Gebirgsart kommt in den Kantonen Wallis, Graubünden und Tessin vor, so z. B.:

Kt. Wallis: Samaden (Baur), Simplon (2400 m, leg. F. O. Wolf 1895), Zwischenbergen (2171 m, leg. F. O. Wolf 1894, leg. Favre 1869), Eginental (leg. Favrat 1872, 1874), Furka (leg. Eggler 1873, Favrat 1874, 1884, leg. F. O. Wolf 1893, 2486 m), Mayenwand (2200 m, leg. F. O. Wolf 1893).

Kt. Graubünden: Val Bevers (leg. Krättli 1861), Engadin: Casanapass (leg. G. Hegi 1900), Sils-Baseglia (leg. G. Hegi 1900), Ofenpassgruppe (Brunies), Fextal (leg. G. Hegi 1899, leg. H. Schinz und G. Hegi 1898 mit Anklängen an die f. *pallida* Kneucker), Pontresina (leg. Favrat 1867), zwischen Samaden und St. Moritz (leg. ? 1841).

Kt. Tessin: Val Piora (leg. Huguenin 1898), am Gotthard (leg. ? 1881).

Die *K. hirsuta* ist im ganzen eine wenig veränderliche Art. Eine neue prächtige Form derselben lernte ich aus dem Kt. Graubünden kennen. Ich erlaube mir, dieselbe zu Ehren des um die Flora der Schweiz hochverdienten Prof. Dr. H. Schinz

var. **Schinzii** m. zu nennen.

Sie ist folgendermassen charakterisiert:

Planta robusta usque plus 4 dm alta foliis plurimis planis longioribus (typice glaucis et rigidis duro marginatis) usque 3 mm latis, foliis culmeis laminis magis evolutis instructis, panicula magna valde lobata laxiori ramis multispiculatis, spiculis magnis (saepe

pallidis vel minus intense ac in typo coloratis) usque 9 mm longis et usque 5 floris.

Kt. Graubünden: Grasgehänge am Berninahospiz, Gneis, 2450 m. Schweizerische Gräsersammlung, herausgegeben von der eidg. Samenkontrollstation Nr. 109 (1889)[1]).

Was die Behaarung der Spelzen betrifft, so findet man mitunter auch Formen mit sehr schwach behaarten Ährchen („spiculis glabrescentibus"). Solche Form (f. *subglabriflora* Domin Magy. Bot. Lap. p. 344) sah ich aus Kt. Graubünden in Herb. Mus. Claudiop. (Pontresina bei Samaden, leg. Th. Brawn 1873).

Selten tritt die *K. hirsuta* mit blassen oder sogar goldgelb gefärbten Ährchen auf. Solche Form, die von Cesati in schedis als var. *aurata* bezeichnet wurde und die den Namen f. *pallida* Kneucker führen muss, sah ich im Herb. Mus. Claudiopol. aus der Schweiz, von Cesati ohne nähere Standortsangabe gesammelt. Die Pflanze stammt aus dem Herbarium Jankas.

5. ***Koel. gracilis*** *Pers.*

a) var. **genuina** Dom. kommt in der Schweiz auf trockenen Hügeln zerstreut vor. So z. B.

Kt. Zürich: Marthalen (leg. Forrer 1903), bei Zürich (leg. Regel).

Kt. Wallis: Vallée de Binn (leg. Vetter 1888) in der Form *festucoides* m. mit sehr rigiden, graugrünen, teils schmal zusammengerollten, teils flachen Blättern (zugleich eine f. *glabrescens*), Furkapass auf Simplon (nach Zwischbergen, leg. F. O. Wolf 1889), Sion (leg. F. O. Wolf 1876), Zermatt (aus Samen von Zermatt in Zürich gezogen; Schweizerische Gräsersammlung Nr. 71; diese Form steht der var. *elatior* Velen. [ob infolge der Kultur?] sehr nahe), Brig (leg. Favre 1873).

Kt. Genf: Genf (leg. ?), bois de Bay près de Peney (1882, leg. ?, f. *lanata* Dom.).

Ct. de Vaud: Aubonne (leg. Vetter 1879).

b) var. **elatior** Velen.

An Wegrändern bei Zürich (leg. ?, 1881).

In den Alpen des südlichen Wallis und im benachbarten Piemont kommt mehrfach eine sehr interessante Form vor, die an die in den Westalpen endemische *K. brevifolia* Reut. lebhaft erinnert. Ich nenne sie

K. gracilis Pers. var. **monticola** m.

Sie ist folgendermassen charakterisiert:

[1]) Von derselben Lokalität sah ich auch die typische Form.

Caespitibus densis durisque, culmis gracillimis pro more circa 3 dm altis basi fere incrassatis, foliis radicalibus abbreviatis[1]) (1—4 cm longis) augustissimis planis vel convolutis rigidis conspicue glaucis, foliis culmeis paucis brevissime laminatis, ligulis longioribus protractis, paniculis cylindricis laxioribus interdum subnutantibus nitidulis, spiculis haud vel parum coloratis, glumis maxima ex parte scariosis.

Kt. Wallis: Saas: Hohe Stiege (1700 m, leg. F. O. Wolf 1897, auch niedrige Formen).

Hinter der Grenze bei Macugnaga (leg. F. O. Wolf 1897).

Piemont: Cogne: Chapelle La Crète (leg. F. O. Wolf 1897, 1900 m).

Diese Form ist der *K. brevifolia* nahe verwandt, von ihr besonders durch die Rigidität der Blätter, die nicht gefärbten Ährchen und die breit scariös berandeten Hüllspelzen zu unterscheiden. Habituell erinnert die Pflanze auch auf die var. *gypsacea* Domin, bei der die Blätter ebenfalls stark verkürzt sind. Sie ist aber von ihr leicht durch den höheren Wuchs, besonders aber durch die verlängerten Ligulen und die breiteren Hüllspelzen zu unterscheiden.

Die *K. gracilis*, die sonst nur selten in das Gebirge emporsteigt, scheint überhaupt in den Süd- und Westalpen mehrere recht auffallende geographische Rassen ausgebildet zu haben. Einige von ihnen, so die var. *monticola* und die ihr am nächsten verwandte var. *cenisia* Dom., können von der *K. gracilis* kaum spezifisch getrennt werden; die erstere scheint ja auch durch Übergangsformen mit ihr verbunden zu sein. Die *K. brevifolia* Reut. (und die zu ihr als Synonym gehörende *K. cenisia* Reut.) scheint dagegen vom Typus der *K. gracilis* mehr verschieden zu sein und kann bei ihrem häufigen Auftreten und beim Fehlen von Übergangsformen als eine eigene Spezies neben der *K. gracilis* bestehen.

Sbsp. **K. pseudocristata** Domin.

So im Kt. Zürich, einmal ohne nähere Standortsangabe und Altstetten-Zürich (Herb. Bertschinger, 1887).

Die schweizerische *K. pseudocristata* besitzt hohe, robuste Halme, gelappte Rispen mit ± glänzenden, 2—3blütigen Ährchen; ihre Blätter sind flach und ziemlich breit, meist samt den Scheiden weich kurzhaarig und dadurch schmutzig graugrün. Wenn sie auch dreiblütige und ziemlich grosse Ährchen besitzt, so ist sie von der *K. ciliata* leicht durch die schmal lanzettlichen lang zugespitzten Spelzen (wie bei *K. gracilis*) zu unterscheiden.

---

[1]) Die unteren Blattscheiden sind kurz weichhaarig, die mittleren fast kahl, die oberen ganz kahl.

6. K. alpigena m.

Caespitibus densis, sed rhizomatibus interdum verticaliter prorepentibus incrassatis cylindricis sublignosis albescentibus in fila recta vel in lacinias irregulariter senio fatiscentibus, foliis conspicue glaucis planis complicatisve glabris nec ciliatis nonnullis breviter et molliter hirsutis intermixtis, vaginis infimis pro more breviter pubescentibus mediis superioribusque semper glaberrimis, ligulis longioribus rotundatis circa 1½ mm longis, culmis interdum plus foliatis circa 3—4 dm altis glaberrimis, foliis culmeis laminis pro more circa 5—6 cm longis glaberrimis tantum scabriusculis apice semper convolutis acutis subpatentibus vel culmis fere adjacentibus instructis, panicula interrupta lobata laxiori oblongo-cylindrica albescenti sed minus nitenti, spiculis parvis tantum c. 3½—4 mm longis linerai-lanceolatis albescentibus bifloris, glumis latitudine et longitudine valde inaequalibus (2 et 3 mm vel fere 3 et 4 mm longis) glabris longe acuminatis dorso virescenti excepto subscariosis, glumellis late hyalino marginatis anguste lanceolatis glabris vel minute hirtellis longe attenuatis conspicue mucronatulis usque aristulatis, paleis glumis valde brevioribus. — Floret VI.

Kt. Wallis: Branson cum *K. Vallesiana* (leg. Maillefer 1905, Herb. Wilczek).

Eine sehr charakteristische Pflanze, die vielleicht eine Parallelart der *K. splendens* in den Alpen vorstellt. Ich stelle sie in die Nähe der *K. splendens*, da ihre verdickten weisslichen Grundstöcke im Alter wie bei dieser Art ein holzartiges Aussehen annehmen (wenn sich auch dabei die alten Blattscheiden in Faser [richtiger in schmale Streifen] auflockern), da sie ganz kahle Halme, kahle graugrüne Blätter (sammt den Scheiden) und sehr ungleiche Hüllspelzen besitzt. Ihre Ährchen sind nur so gross wie bei der *K. subcaudata*, dabei aber die Hüllspelzen lang zugespitzt, die Deckspelzen meist kurz begrannt.

Eine verwandte Form habe ich unlängst aus den französischen Alpen (Hautes Alpes: La Grave, leg. Mathonnet, H. Univ. Germ. Prag) gesehen.

7. K. phleoides (Vill.) Pers.

Wurde in der Schweiz nur einmal als Adventivpflanze beobachtet und zwar auf Schutt in Zürich (Güterbahnhof bei der Eilguthalle der N. O.-Bahn mit *Phalaris paradoxa*, *Plantago maritima* und *Coronopus*, leg. Thellung 1902) in der selteneren var. *condensata* Boiss. [mit dicht zylindrischer, gedrungener Rispe, mit kleinen, kahlen Ährchen und fast grannenlosen, spitzigen Deckspelzen].

Auf derselben Lokalität wurden auch Exemplare mit grösseren Ährchen und längeren Grannen gesammelt, die bloss als var. *glabriflora* Trautv. bezeichnet werden können.

2. Potentilla montenegrina Pantoc. in der Schweiz.

Karl Domin (Prag).

Gelegentlich meiner Reise durch die Schweiz sammelte ich im August 1904 im Berner Oberlande auf den Alpenwiesen des Berges Schilthorn oberhalb Mürren eine stattliche *Potentilla*, die auf mich sofort den Eindruck der bisher bloss aus Montenegro, Bosnien und der Hercegovina bekannten *Potentilla montenegrina* Pantoc. machte. Nicht wenig durch diesen merkwürdigen Fund überrascht, legte ich ein Exemplar ein, um dasselbe in Prag näher studieren zu können.

Im folgenden will ich die betreffende Pflanze näher besprechen.

Es handelt sich hier tatsächlich um eine Form der *Pot. montenegrina*, die von den meisten Exemplaren der Balkanhalbinsel nur dadurch abweicht, dass auch das Mittelblättchen fast durchweg sitzend oder kurz gestielt ist. Was die Behaarung anbelangt, so findet man zwar bei der *Pot. montenegrina* öfters kahlere Formen, als es die mir vorliegende Pflanze ist, doch dieses Merkmal kann nicht als ausschlaggebend betrachtet werden. Die *Pot. Jankaeana* Pantoc.[1]), die ja zu der *P. montenegrina* gehören soll, wird als stärker, fast seidig behaart angegeben[2]).

Bei näherem Studium der Gruppe *Grandiflorae* Th. Wolf in Aschers. & Gr. Syn. VI. 671 (1904) zeigt sich, dass die meisten hierher gehörigen Arten nahe verwandt sind, so besonders die *Pot. montenegrina, grandiflora* und *Buccoana*.

Es handelt sich nun in erster Reihe darum, das Verhältnis der *Pot. montenegrina* zu der *grandiflora* festzustellen. Aus einem Vergleiche beider Arten ergeben sich folgende Hauptunterschiede:

Pot. grandiflora L.	*Pot. montenegrina* Pantoc.
1. Pflanzen kleiner, in kleineren Rasen mit bogig aufsteigenden Stengeln wachsend.	1. Pflanzen sehr gross, hochwüchsig, kräftig, mit ziemlich starr aufrechten Stengeln.
2. Blütenstengel schon im unteren Teile verzweigt.	2. Blütenstengel erst oberwärts verzweigt, die Infloreszenz mehr genähert, oft etwas gedrängt.
3. Alle Blättchen sitzend oder sehr kurz gestielt; die Blätter meist zart.	3. Das Mittelblättchen der grossen, oft derben Blätter, meist (aber nicht immer!) deutlich gestielt.
4. Blüten sehr gross.	4. Blüten kleiner.
5. Die ganze Pflanze stärker behaart, so die Stengel meist dicht abstehend, sowie die Blattunterseite stärker behaart.	5. Die ganze Pflanze schwach behaart, Blättchen angedrückt-kurzhaarig.

[1]) In Ö. B. Z. XXIII. 5 (1873), vgl. Th. Wolf in Aschers. & Gräbner, Syn. VI. 774 (1904).

[2]) In der Originaldiagnose (l. c.) steht sogar „caulibus sericeis, . . . foliis sericeis" etc.

Pantocsek, der in der Ö. B. Z. XXIII. 5 (1873) die *Pot. montenegrina* beschrieb, sagt von ihr, dass sie „*foliolis foliorum radicalium petiolulatis*" charakterisiert ist. Ganz richtig bemerkt aber Th. Wolf (bei Aschers. & Gr.), dass dies oft nur bei dem Mittelblättchen der Fall ist. Ich sah sogar im Herbarium Rohlena aus Montenegro von einem Standorte (ad Crno jezero in pede montis Durmitor, leg. Rohlena) [1903] Pflanzen, bei denen alle Blättchen, auch an den Grundblättern, sitzend (oder kaum merklich gestielt) sind, die aber sonst eine unzweifelhafte *Pot. montenegrina* darstellen.

Daraus ist am besten zu ersehen, dass dieses Merkmal, welches oft mit besonderem Nachdruck hervorgehoben wird, nicht ganz stichhaltig ist. Nach meiner Ansicht sind *Pot. montenegrina* und *grandiflora* zwei Parallelarten, die in erster Reihe durch ihren Wuchs und Habitus am meisten abweichen, deren Merkmale aber sonst meist variabel erscheinen. Die Grösse (und auch die Farbe) der Petalen bietet zwar auch in den meisten Fällen ein verlässliches Merkmal für die Unterscheidung beider Arten, doch die *Pot. montenegrina* tritt mitunter auch ziemlich grossblumig auf (so z. B. in Montenegro: Korita rovačka, ca. 1700 m, leg. Rohlena 1903).

Unter dem umfangreichen Materiale der *Pot. grandiflora*, welches Th. Wolf revidiert hat, befand sich keine so hochwüchsige und robuste Form, wie dies auch die kleineren Exemplare der *Pot. montenegrina* sind, und umgekehrt treten bei der *Pot. montenegrina* nie Formen mit niedrigen, bogig aufsteigenden und gracilen Stengeln auf. Ein wichtiger Unterschied beruht auch in der Verzweigungsart der Stengel: bei der *Pot. montenegrina* erfolgt die Verzweigung im Gegensatz zu der *Pot. grandiflora* stets erst im obersten Teile.

Die *Potentilla Buccoana* [1]), eine Art, die bisher bloss auf dem Bithynischen Olymp beobachtet wurde, und die ich nur in Kulturexemplaren vergleichen konnte, ist habituell der *Pot. montenegrina* äusserst ähnlich, von einigen Formen derselben nach der Tracht kaum zu unterscheiden. Sie unterscheidet sich aber von der *Pot. montenegrina* durch die bedeutend kürzeren Griffel (wie mir Th. Wolf mündlich mitgeteilt hat); demgegenüber ist die Griffelbildung bei der *P. montenegrina* und *grandiflora* ganz gleich.

Die *Pot. montenegrina*, *grandiflora* und *Buccoana* stammen wohl aus einem und demselben Urtypus, der sich in den Alpen in die *Pot. grandiflora*, in den südöstlichen europäischen Gebirgen in die *Pot. montenegrina* und auf dem Bithynischen Olymp in die *Pot. Buccoana* umgestaltet hat. Daher ist das Vorkommen der *Pot. montene-*

[1]) Clementi Sert. Orient. 39 t. VIII. fig. 2. (1855).

grina in der Schweiz vom phytogeographischen Standpunkte aus sehr überraschend und äusserst schwer zu erklären.

An eine zufällige Einschleppung ist — wie dies schon der Standort (subalpine Matten) beweist — nicht zu denken; andererseits ist es aber schwer zu begreifen, warum sich die *Pot. grandiflora* mit der Zeit auf einem Standorte in der Schweiz auf gleiche Weise wie in Montenegro oder Bosnien in eine *Pot. montenegrina* umgestaltet hat, wenn sonst in den ganzen Alpen überall nur die *Pot. grandiflora* und keine *montenegrina* und im südöstlichen Gebiete umgekehrt nur *Pot. montenegrina* und keine *grandiflora* vorkommt.

Hier stehen wir vor einer Frage, deren definitive Lösung den Pflanzengeographen der Schweiz überlassen werden muss; vielleicht finden sich noch analoge Beispiele in der interessanten Flora dieses Berglandes.

Es wäre vielleicht doch möglich, das merkwürdige Vorkommen dieser Art auf einen anderen phytogeographischen Grund zurückzuführen und die *Pot. montenegrina* und *grandiflora* auch weiterhin als geographische Einheiten mit bestimmtem Areal anzusehen.

3. Zweiter Beitrag zur Flora des Curfirstengebietes.

Hans Schinz (Zürich).

Wie ich bereits im vergangenen Jahre in Aussicht gestellt habe, hat mein Sohn Hans R. Schinz die letztjährigen (1904) Sommerferien dazu benützt, um, von unserer Sommerfrische am Südabfall der Curfirsten ausgehend, das Curfirstengebiet weiter floristisch zu durchforschen und sein Spezialherbar dieser romantischen Gebirgskette zu äufnen. Die Resultate dieser durchgehends eintägigen Exkursionen sind in mehr als einer Beziehung recht zufriedenstellende gewesen. Nachstehend folgt eine Aufzählung derjenigen Funde, die entweder von Baumgartner oder von mir in meinem ersten Beitrag für das Curfirstengebiet nicht erwähnt werden (sie sind durch ein ! hervorgehoben) oder die Baumgartner nur vom Nordabhang genannter Kette gekannt hat. Im laufenden Sommer (1905) ist beabsichtigt, die Begehungen nun auch auf die Nordseite auszudehnen, ich zweifle nicht, dass auch dort noch mancher Fund unser harren wird.

Die letztjährige Ausbeute ist in erster Linie durch meinen Sohn gesichtet worden und es haben sich dann an der kritischen Bestimmung und Durchsicht ausser dem Schreibenden beteiligt die Herren A. Thellung und Geilinger.

Vergangenen Sommer hat auch mein ehemaliger Schüler, Herr E. Weber, auf dem Hochrugg botanisiert und mir eine Liste der von ihm gesammelten Pflanzen in verdankenswerter Weise zugestellt;

diese, sowie die Funde des Herrn Linder-Linder im „Feld“ in Walenstadtberg habe ich mitverwertet bei der Aufstellung des nachstehenden Beitrages.

Literatur: Wartmann und Schlatter, kritische Übersicht über die Gefässpflanzen der Kantone St. Gallen und Appenzell (1881); Jos. Rhiner, Abrisse zur zweiten tabellarischen Flora der Schweizerkantone in Berichten der St. Gallischen naturwissenschaftlichen Gesellschaft 1890/91 (S. 172), 1894/95 (S. 237), 1897/98 (S. 307); G. Baumgartner, das Curfirstengebiet in seinen pflanzengeographischen und wirtschaftlichen Verhältnissen in Berichten der St. Gallischen naturwissenschaftl. Gesellschaft 1899/1900; M. Oettli, Beiträge zur Ökologie der Felsenflora in Berichten der St. Gallischen naturwissenschaftl. Gesellschaft 1902/1903; Hans Schinz, zur Flora des Curfirstengebietes in Vierteljahrsschrift der Zürch. naturf. Gesellschaft (1904), 229.

Cystopteris fragilis Milde ssp. *regia* Bernoulli; Hinterrugg, unterhalb des Gipfels. — Baumgartner gibt einfach C. fragilis Bernh., „sporadisch bis 1500 m“ an.

Aspidium rigidum (Hoffm.) Sw.: Tschingla. — Häufig von 1550 m an und nicht nur sporadisch (Baumgartner).

Aspidium spinulosum (Lam.) Sw. ssp. *euspinulosum* Aschers: Walenstadtberg, ob dem „Feld“.

Asplenum fontanum (L.) Bernh.; in den Schluchten zwischen Quinten und dem Serenwald, in zirka 1200 m Höhe. — Dieser seltene Farn war bislang nur aus einer kleinen Schlucht zwischen Quinten und Walenstadt bekannt und zwar kommt das Pflänzchen dort nur spärlich und nur in sehr schmächtigen Exemplaren vor. In den feuchtwarmen Schluchten hoch über dem Walensee, am Fussweg von Quinten nach Bätlis findet sich A. fontanum indessen sehr reichlich in kraftstrotzenden Stöcken vor; diese Fundstellen decken sich wohl zum Teil mit den von Oettli angegebenen.

Equisetum silvaticum L.; Büls (zwischen Tschingla und Lüsis) und im Rütiwald (südwestlich von Schrina-Hochrugg). — Nach Baumgartner wäre die Pflanze auf der Südseite „sehr selten“.

Equisetum arvense L.: Hochrugg, dort nicht selten. — Nach Baumgartner auf der Südseite „sehr selten“, eine Angabe, die demnach nicht zutreffend ist.

Equisetum hiemale L.; Walenstadtberg, am Sitzstein, gesammelt von Hrn. Alwin Linder-Linder. — Baumgartner kennt die Pflanze vom Südabhang der Curfirsten nicht.

Juniperus sabina L.; Ruggplangge ob Hochrugg, in zahlreichen, mächtigen Exemplaren. — Baumgartner gibt die Pflanze für den Südabhang als bis 1500 m sporadisch vorkommend vor, nennt

aber keine besonderen Standorte. Wartmann und Schlatter erwähnen nur den allen Schweizer-Botanikern bekannten Standort zwischen Quinten und Walenstadt, hart am Seeufer.

! *Potamogeton perfoliatus* L.: Walenstadt, angeschwemmt im Hafen.

Triglochin palustris L.; Surtuse im obern Bühl (gesammelt von Hrn. Theophil Linder). — Baumgartner gibt die Pflanze als „sporadisch" vorkommend vor und versieht diese Angabe zudem mit einem Fragezeichen; wohl kannten aber Wartmann und Schlatter bereits diesen Standort. Die Pflanze scheint sich also im oberen Bühl zu halten.

! *Andropogon ischaemon* L.; Walenstadtberg, am Weg zwischen Engen und Garadur; zwischen Amden und Weesen, am Fussweg (Wartmann und Schlatter).

Panicum crus galli L.; Walenstadtberg, im „Feld". — Baumgartner gibt diese Art nur für die Talsohle an.

! *Panicum sanguinale* L.; Walenstadtberg, im „Feld".

Setaria viridis (L.) Pal.; Walenstadtberg, im „Feld". — Nach Baumgartner in der Talsohle.

Stupa pennata L.: Ruggplangge ob Hochrugg. — Die Pflanze war bis jetzt aus unserem Gebiet nur vom Südfuss der Curfirsten bekannt, wo sie in unmittelbarer Nachbarschaft des Juniperus sabina, östlich von Quinten ,dann aber namentlich an den Felswänden ob der Lochezen bei Walenstadt häufig ist. Der Nachweis ihres Vorkommens an den Ruggplanggen ist um so interessanter, als sie auch dort wiederum in Gesellschaft des Sevibaumes auftritt.

! *Eragrostis minor* Host.; Walenstadt-Bahnhof (E. Weber). Kommt im Rheintal nicht selten auf Bahnhofarealen vor.

! *Glyceria plicata* Fries; Walenstadtberg, im „Feld".

! *Festuca violacea* Gaud. var. *nigricans* (Schleich.) Hackel; Hinterrugg.

Festuca rupicaprina Hackel; Hinterrugg. — Ist wohl Festuca Halleri All. in Baumgartners Aufzählung, die er als sehr selten in den obersten Partien der Curfirsten angibt (Mitteilung von Dr. Volkart, Zürich).

! *Carex atrata* L. ssp. *nigra* Bell.; Hinterrugg, am Südabfall, unterhalb des Gipfels.

Carex humilis Leyss.: In den Felsen ob den Ruggplanggen. Baumgartner gibt die Pflanze nur für das Walenseeufer (sporadisch) an. Oettli bezeichnet sie als gemein am Südabhang der Curfirsten vom Seeufer bis an die Gipfelwände.

Luzula spadicea (L.) DC.; in den oberen Partien des Hinterruggs häufig und keineswegs selten (vgl. auch Wartmann und Schlatter).

! *Rumex nivalis* Hegetschw.; Hinterrugg: Obersäss zwischen Tschingla und Hochrugg (E. Weber). — Wird von Baumgartner nur für den Nordabhang des Selun angegeben.

! *Polygonum lapathifolium* Koch; Hochrugg.

Chenopodium rubrum L.: auf den „Wiesen" nordwestlich von Walenstadtberg-Dorf, bei 1000 m. Baumgartner hat die Pflanze nicht selbst zu beobachten Gelegenheit gehabt, sondern zitiert Wartmann und Schlatter, denen dieselbe von Lehrer Linder vom „Walenstadtberg" zugeschickt worden war.

! *Amarantus retroflexus* L.; Walenstadt, unmittelbar hinter dem Gasthof Hirschen, an der Strasse nach Walenstadtberg.

! *Tunica prolifera* (L.) Scop.; am Seeufer beim Steinbruch bei Quinten. — In Baumgartners Pflanzenkatalog fehlt die Pflanze ganz. Wartmann und Schlatter kannten sie nur von Mühlehorn.

Cerastium arvense L. ssp. *strictum* Hänke f. *viscidulum Gremli;* auf Säls. — Schon in Baumgartner, aber ohne nähere Standorts- noch Höhenangaben.

Aconitum paniculatum Lam.: Wolfinge. — Baumgartner gibt die Art nur für die Nordseite an.

Anemone hepatica L.: häufig zwischen Engen und Quinten am Walenstadterberg. Baumgartner bezeichnet in seinem Florenkatalog die Pflanze zwar als sehr selten, was aber, wie schon Oettli hervorhebt, unzweifelhaft nur auf einem Versehen beruht.

Sedum villosum (L.) Scop.: Hinterrugg, Gipfel. — Baumgartner kennt diese Art von der Südseite nicht.

Cotoneaster tomentosa (Ait.) Lindl.; Wolfinger-Wald, bei 760 m. — Nach Baumgartner wäre die Pflanze „sehr selten" (Südfuss der Curfirsten).

Potentilla villosa Crantz: zwischen Walenstadtberg und Tschingla, bei 1000 m. — Darunter ist wohl Potentilla salisburgensis Hänke der Baumgartnerschen Aufzählung zu verstehen, die nach Baumgartner sporadisch von 1500 m (auf der Süd- und Nordseite) an vorkommt.

Sibbaldia procumbens L.: Gipfel des Hinterrugg. — Wird von Baumgartner nur für den Nordabhang (Schlewitz, Obersäss) angegeben.

Alchimilla Hoppeana (Rchb.) Buser; Hinterrugg.

Alchimilla alpestris Schmidt; Hinterruck, Südseite, beinahe auf dem Gipfel. — Baumgartner nennt für den Südabhang A. vulgaris L., wahrscheinlich ist darunter auch unsere alpestris mitzuverstehen.

Rosa arvensis Huds. var. *typica* Rob. Keller; (die Bestimmung der Rosen verdanken wir Herrn Dr. Rob. Keller-Winterthur). Auf den „Wiesen" ob Walenstadtberg häufig. Baumgartner gibt die Pflanze als sporadisch bis 1000 m vorkommend vor.

! *Rosa uriensis* Lagg. et Pug. var. *glandulifera* Rob. Keller; Ruggplangge ob Hochrugg.
! *Rosa tomentosa* Sm. var. *typica* Christ; Schrina-Hochrugg.
! *Rosa pomifera* Herrm. var. *recondita* (Pug.) Christ; nicht selten bei 1000 m ob Walenstadtberg.
! *Rosa pendulina* L. var. *setosa* Rob. Keller; Ruggplangge ob Hochrugg.
! *Coronilla vaginalis* L.; Ruggplangge, Standort vom Juniperus sabina, Stupa pennata etc.!
Geranium dissectum L.; Walenstadtberg, im „Feld". — Nach Baumgartner in der Talsohle, aber auch dort nur sehr selten.
Acer campestre L.; Baumgartner bezeichnet den Baum als selten auf der Südseite vorkommend; wir kennen indessen auf dem Wege von Walenstadtberg nach Quinten zahlreiche Standorte.
Rhamnus pumila L.; Ruggplangge. — Baumgartner sagt „sehr selten"; vergl. dagegen die Angaben bei Oettli.
! *Viola montana* L.; Walenstadtberg, am Breugekopf (1905).
Chaerophyllum hirsutum L. ssp. *cicutaria* (Vill.) Briq. var. *glabrum* (Lam.) Briq.; Ruggplangge ob Hochrugg.
Athamanta hirsuta (Lam.) Briq. var. *mutellinoides* Lam.; Hinterrugg, im „Kamin".
Gentiana tenella Rottb.; Hinterrugg. — Diese Art kommt also nicht bloss am Nordabhang des Hinterruggs vor, wie Baumgartner angibt, sondern auch am Südabfall und zwar haben sie dort mein Sohn und ich in zahlreichen Exemplaren an verschiedenen Lokalitäten gesehen.
Gentiana campestris L. var. *islandica* Murbeck; Schrina (E. Weber).
! *Gentiana aspera* Hegetschw.; Hinterrugg.
Cuscuta epithymum Murr.; Ruggplangge, Schwaldiskämme und (E. Weber) Schrina. — Nach Baumgartner fraglich bis zu welcher Höhe auf der Südseite.
Myosotis intermedia Link; Walenstadtberg, am Breugekopf (1905). — Sporadisch in der Talsohle nach Baumgartner.
! *Mentha gentilis* L. (M. arvensis × viridis); kultiviert in Gärten in Walenstadtberg.
Verbascum lychnitis × nigrum; im Serenwald. — Wird von Wartmann und Schlatter für Walenstadt (Weg zur Lüsis) angegeben.
Veronica arvensis L.; Walenstadtberg, im „Feld" (1905). — Nach Baumgartner sporadisch in der Talsohle.
! *Euphrasia montana* Jord.; Tschingla.
! *Alectorolophus Semleri* Stern; Tschingla.
! *Alectorolophus patulus* Stern.; Ruggplangge ob Hochrugg.
! *Alectorolophus subalpinus* Stern.; Tschingla.

Pedicularis Oederi Vahl; Schrina-Hochrugg (E. Weber). — Wird von Baumgartner als fraglich für die Südseite angegeben.

Orobanche laserpitii sileris Reut.; 1886 von C. Schröter entdeckt, fand sich letztes Jahr (1904) am klassischen Standort in zahlreichen Exemplaren vor.

Galium mollugo L. ssp. *elatum* (Thuill.) Briq.; Walenstadtberg, im „Feld".

Galium asperum Schreb. ssp. *anisophyllum* (Vill.) Briq. var. *Gaudini* Briq.; Gipfel des Hinterruggs.

Galium mollugo L. ssp. *Gerardi* (Vill.) Briq.; Ruggplangge, mit Stupa, Juniperus sabina, Coronilla varia.

Lonicera xylosteum L. f. *lutea* Lois.-Deslongch.; Walenstadtberg, beim Breugen, in der Mühleschlucht.

Knautia silvatica (L.) Duby var. *dipsacifolia* (Host.) Briq., var. *dolichophylla* Briq. und var. *succisoides* Briq.; Schrinenalp.

Phyteuma orbiculare L.[1]) ssp. *delphinense* R. Schulz var. *ellipticifolium* (Vill.) R. Schulz f. *alpestre* R. Schulz; in der Laui ob Walenstadtberg, bei 1450 m.

Phyteuma orbiculare L. ssp. *pratense* R. Schulz var. *patens* R. Schulz f. *glabrescens* R. Schulz accedit ad ssp. *montanum* R. Schulz; Tschingla, bei 1500 m.

Phyteuma Halleri All. var. *typicum* R. Schulz f. *brevibracteatum* R. Schulz und f. *longibracteatum* R. Schulz; in der Laui ob Walenstadtberg, bei 1400 m.

Phyteuma Halleri All. var. *cordifolium* R. Schulz f. *microphyllum* R. Schulz; in der Laui ob Walenstadtberg, bei 1400 m.

! *Adenostyles alpina* (L.) Bluff und Fingerhut; Tschingla, bei 1600 m.

Bidens tripartitus L.; Walenstadtberg, im „Feld", — Nach Baumgartner nur in der Talsohle.

! *Carlina acaulis* L. var. *caulescens* Lam.; Schwaldiskämme, westlich vom Hochrugg.

Cirsium silvaticum Tausch; Hochrugg. — Wahrscheinlich ist unter Cirsium lanceolatum Scop. der Aufzählung Baumgartners diese Art zu verstehen; Baumgartner sagt „sp. bis 1000 m", sie scheint aber auch noch höher zu steigen.

Serratula tinctoria L.; beim Rosstobel, bis 850 m stellenweise häufig. Nach Baumgartner sporadisch in der Talsohle.

Hieracium bupleuroides Gmel. (= H. glaucum All.); Ruggplangge. — Baumgartner gibt H. glaucum, fussend auf Wartmann und

[1]) Die Phyteumen hatten Herrn Dr. R. Schulz vorgelegen.

Schlatter, als am Walenseeufer sporadisch vorkommend vor; sie scheint uns aber in der Höhe verbreitet, allermindestens ob Hochrugg.

4. Begründung der Namensänderungen in der zweiten Auflage der „Flora der Schweiz“ von Schinz und Keller.

Von **Hans Schinz** und **A. Thellung** (Zürich).

Nachdem wir (Schinz und Keller) bereits im Vorworte zur zweiten Auflage unserer Flora der Schweiz die Gründe allgemeinerer Natur hervorgehoben haben, die uns veranlasst haben und uns veranlassen mussten — was ich (Schinz) im Hinblick auf einige Besprechungen des Buches, die sich mit unserem Vorgehen nicht befreunden konnten, ganz besonders hervorheben möchte — zahlreiche Namensänderungen gegenüber der Gremlischen Exkursionsflora und unserer ersten Auflage eintreten zu lassen, bleibt uns nun noch übrig, jeden einzelnen Fall von Umtaufe zu begründen, wobei wir uns indessen beschränken auf die Verschiedenheiten zwischen der ersten und der zweiten Auflage unserer eigenen Flora, die Verschiedenheiten gegenüber der Gremlischen Flora dagegen unberücksichtigt lassen. Kurz nach dem Erscheinen des ersten Teiles der zweiten Auflage unserer Flora der Schweiz hat der Nomenklaturkongress in Wien getagt, an den beide von uns (Schinz und Keller) vom Kongresse in Paris als Delegierte der internationalen Nomenklaturkommission abgeordnet worden waren, welchem Mandate dann allerdings Rektor Dr. Rob. Keller krankheitshalber nicht nachkommen konnte.

Was wohl von den Wenigsten die in Wien getagt haben, nach Schluss des ersten Sitzungstages erwartet worden war, ist dennoch erzielt worden zur grossen Befriedigung aller die zu leiden gehabt haben unter dem Alpdrücken der Manigfaltigkeit botanischer Nomenklatur-Gesetze, — Regeln und — Empfehlungen: eine allseitige Einigung auf Grund gegenseitiger Zugeständnisse. Die auf dem Nomenklaturkongresse in Wien im Juni 1905 zu Recht erwachsenen Nomenklatur-Regeln werden nun allerdings auch für unsere Exkursionsflora nicht ohne Nachwirkung bleiben, d. h. eine dritte Auflage wird diesen Regeln Rechnung tragen müssen, und es werden da und dort nochmalige Namensänderungen Platz greifen müssen, denn bei einem Kompromiss muss eben ein jeder Beteiligte etwas von seinen Wünschen opfern, unbekümmert darum, ob er noch so sehr von der Richtigkeit gerade „seiner“ Anschauung überzeugt sei. Die Zahl dieser der Zukunft vorbehaltenen Änderungen wird allerdings eine recht geringfügige sein.

Bei der Zusammenstellung der Begründungen der vorgenommenen Namensänderungen ist mir Herr A. Thellung, wie schon bei der Eruierung des ältesten, zu Recht bestehenden Namens überhaupt unausgesetzt tatkräftig an die Hand gegangen und ich habe dies dadurch zum Ausdruck zu bringen gesucht, dass ich die nachfolgenden Erörterungen unter unser Beider Namen veröffentliche (Schinz).

Um nicht weitschweifig zu werden, haben wir es unterlassen, für jeden einzelnen Fall sämtliche Synonyme aufzuzählen, das wäre zwecklos gewesen und hätte nur dazu führen können, die eigentlichen springenden Punkte, die für unser Vorgehen allein massgebend gewesen sind, zu verschleiern.

Für jeden, der sich schon einmal mit nomenklatorischen Fragen praktisch abgegeben hat, ist der Sinn unserer kurzen Begründungen sofort klar, weitere Erklärungen schienen uns daher, als beschwerend, ganz unnötig und wir sind nur in ganz wenigen, besonders komplizierten Fällen, etwas eingehender auf die Frage eingetreten.

Potamogeton americanus Cham. u. Schlecht.

Herr Dr. O. Nägeli (Zürich), der die Freundlichkeit gehabt hat, die Gattung Potamogeton für die zweite Auflage unserer Flora der Schweiz zu bearbeiten, schreibt mir (Schinz) bezüglich P. americanus und P. fluitans (vergl. erste Auflage der Flora, Seite 24):

Zur Nomenklatur möchte ich folgende Bemerkungen machen: Der frühere Begriff P. fluitans Roth wird nach Bennett (Journal of Bot. XXXI (1893), 297 und Berichte der Schweiz. Bot. Gesellsch. VI (1895), 94 geteilt in:

1. P. americanus Cham. u. Schlecht., besondere Art, gut fructifizierend, sehr kräftiger Wuchs.

2. In Hybriden zwischen P. natans und lucens, nicht oder schlecht fructufizierend, graziler Wuchs, sehr veränderlich.

Ascherson und Gräbner (Synopsis I, Seite 308) führen P. americanus als Rasse unter P. fluitans auf. P. americanus kann nicht Hybride sein, weil die Frucht scharf gekielt ist, während P. lucens und natans stumpfgekielte Früchte haben.

Dies die Gründe, die dazu geführt haben, an Stelle des P. fluitans der ersten Auflage der Flora in der zweiten Auflage P. americanus treten zu lassen.

Potamogeton polygonifolius Pourret, vergl. erste Auflage der Flora, Seite 24.

Herr Dr. O. Nägeli berichtet über die Gründe, die ihn veranlasst haben, diese Art aus der Flora der Schweiz zu streichen, folgendes:

Bennett bezeichnete einen winzigen, elenden Zweig, der unter P. coloratus von Fällanden, leg. Brügger 1860, sich befand, als P. polygonifolius und damit als neu für die Schweiz. Ich (Nägeli) habe dieses Stück vielfach angesehen, halte es für zuverlässige Bestimmung absolut ungeeignet und bin wegen der Dünnheit der noch einigermassen brauchbaren Laubblätter doch der Ansicht, es sei auch coloratus. An der Stelle bei Fällanden ist auch von mir und andern dieser polygonifolius nie gefunden worden, nur coloratus. Ascherson und Gräbner nahmen die ihnen bekannte Angabe nicht auf, offenbar weil sie ihnen von vorneherein pflanzengeographisch als unmöglich erschien. Im angrenzenden Süddeutschland fehlt der norddeutsche P. polygonifolius.

Najas marina L. Sp. pl. ed. 1 (1753), 1015.
N. major All. Fl. Pedem. II (1785), 221.

Phleum paniculatum Huds. Fl. Angl. (1762), 23.
Phalaris aspera Retzius Obs. bot. IV (1779—91), 14.
Ph. asperum Jacq. Coll. bot. I (1780), 110.

Phleum Böhmeri Wibel Primit. Fl. Werth. (1799), 125.
Phalaris phleoides L. Sp. pl. ed. 1 (1753), 55.
Phleum phleoides Simonkai En. Fl. Transs. (1886), 563.
Phl. phalaroides Kœler Gram. (1802), 52.

Die auf Linné zurückzuführende Simonkaische Benennung phleoides muss, obschon das Prioritätsprinzip für sie sprechen würde. fallen gelassen werden der Widersinnigkeit wegen.

Alopecurus myosuroides Huds. Fl. Angl. ed. 1 (1762), 23.
Alopecurus agrestis L. Sp. pl. ed. 2 (1762), 89.

Hudson wird von Linné zu Anfang der Sp. pl. ed. 2 unter den „Reformatores“ aufgeführt, sodass also Hudsons Benennung unzweifelhaft den Vorzug verdient.

Calamagrostis pseudophragmites (Hall.) Baumg. Enum. III (1815), 211.
Arundo pseudophragmites Hall. fil. in Roem. Arch. I (1796), 10.
Arundo littorea Schrad. Fl. germ. I (1806), 212.

Calamagrostis villosa (Chaix) Mutel Fl. France IV (1837), 41.
Agrostis villosa Chaix in Vill. Hist. Pl. Dauph. I (1786), 378.
Arundo Halleriana Gaud. Agrost. I (1811), 97.

Trisetum Cavanillesii Trin. Act. hort. Petrop. I (1830), 63.
Avena Loeflingiana Cav. Icon. I (1791), t. 45.
Tr. Gaudinianum Boiss. Voy. Esp. II (1845), 652.

Cavanilles Benennung ist hinfällig, da Linné schon 1753 eine, heute zu Trisetum gestellte Avena Loeflingiana creiert hatte.

Trisetum spicatum (L.) Richter Pl. Eur. I (1890), 59.
Aira spicata L. Sp. pl. ed. 1 (1753), 64.
Aira subspicata L. Syst. nat. ed. 10 (1759), 873.

Danthonia calycina (Vill.) Rchb. Jc. I (1834), 44, t. C. III, f. 1713, 1714.
Avena calycina Vill. Pl. Dauph. II (1787), 148.
Danthonia provincialis Lam. u. DC. Fl. Fr. III (1805), 33.

Eragrostis megastachya (Köler) Link Hort. Berol. I (1827), 187.
Briza eragrostis L. Sp. pl. ed. 1 (1753), 70.
Poa multiflora Forsk. Fl. Aeg. Arab. L XI, C IV (1775), 21.
Briza oblonga Mönch Meth. (1794), 185?
Poa megastachya Köler Descr. gram. (1802), 181.
Eragrostis major Host Gram. Austr. IV (1809), 14, t. 24.

Von der ältesten Benennung eragrostis haben wir abgesehen, weil wir überhaupt keine Doppelnamen zulassen, gegen multiflora spricht der Umstand, dass Poa multiflora Forsk. vermutlich mehrere Arten umfasst oder mindestens in ihrer Bedeutung nicht sicher gestellt ist (vergl. Ascherson und Schweinfurth in Mém. Inst. Eg. II (1887), 172; die Identität der Mönch'schen Briza oblonga endlich wird sich kaum feststellen lassen (vergl. Ascherson und Gräbner, Synopsis II, 1 (1900), 371.

Vulpia dertonensis (All.) Volkart in Schinz u. Keller Fl. der Schweiz ed. 2, I (1905), 57.
Bromus dertonensis All. Fl. Pedem. II (1785), 249.
Festuca bromoides L. Sp. pl. ed. 1 (1753), 75 z. T.?

Über die Nomenklatur vergl. Ascherson und Gräbner, Synopsis II, 1 (1900), 557 u. 559.

Vulpia Danthonii (A. u. G.) Volkart in Schinz u. Keller Fl. der Schweiz ed. 2, I (1905), 57.
Festuca ciliata Danthoine in Lam. u. DC. Fl. Fr. III (1805), 55.
Festuca Danthonii A. u. G. Syn. II, 1 (1900), 550.

Über die Nomenklatur vergl. Ascherson und Gräbner, l. c., 551.

Festuca maritima L. Sp. pl. ed. 1 (1753), 75.
F. tenuiflora Schrad. Fl. Germ. I (1816), 345.

Festuca pratensis Huds. Fl. Angl. ed. 1 (1762), 37.

F. elatior L. Sp. pl. ed. 1 (1753), 75 zum Teil, d. h. F. elatior L. umfasst die von Hudson als F. pratensis unterschiedene Art und F. arundinacea Schreb., die Bezeichnung F. elatior muss daher in unserem Falle gegenüber der Hudson'schen Benennung zurückstehen.

Festuca spadiccea L. Syst. ed. 12 Add. II (1767), 732.
F. aurea Lam. Fl. Franç. III (1778), 598.

Bromus hordeaceus L. Sp. pl. ed. 1 (1753), 77.
B. mollis L. Sp. pl. ed. 2 (1762), 112 non Gmel.

Bromus japonicus Thunb. Fl. Jap. (1784), 52 t. 11.
B. patulus Mert. u. Koch Deutschl. Fl. I (1826), 685.

Bromus ramosus Huds. Fl. Angl. ed. 1 (1762), 40 erw. B. asper Murr. Prodr. stirp. Gott. (1770), 42.

Agriopyrum intermedium (Host.) Pal. Agrost. (1812), 146.
Triticum intermedium Host Gram. Austr. III (1805), 23.
Triticum glaucum Desf. Hort. Paris ed. 1 (1804), 16 = nom. nudum!

Cyperus serotinus Rottb. Progr. (1772), 18.
C. Monti L. fil. Suppl. (1781), 102.

Eriophorum polystachyon L. Sp. pl. ed. 1 (1753), 52.
E. angustifolium Roth Fl. Germ. II (1793), 63.

Schoenoplectus americanus (Pers.) Volkart.
Scirpus americanus Pers. Syn. I (1805), 92.
Schoenoplectus pungens (Rchb.) Palla in Engl. Jahrb. X (1889), 299.
Heleogiton pungens Rchb. Fl. Germ. exc. (1830), 78.

Schoenoplectus triquetrus (L.) Palla in Engl. Jahrb. X (1889), 299.
Scirpus triqueter L. Mant. I (1767), 29.
Scirpus Pollichii Gren. u. Godr. Fl. France III (1856), 374.

Heleocharis atropurpurea (Retz.) Kunth Enum. II (1837), 151.
Scirpus atropurpureus Retz. Obs. V (1789), 14.
Eleocharis Lereschii Schuttlew. in Flora XX (1837), 241.

Elyna Bellardii (All.) Koch in Linnaea XXI (1848), 616.
Carex Bellardi All. Fl. Pedem. II (1785), 264 t. 92 f. 2.
Elyna scirpina Pax in Nat. Pflf. II, 2 (1887), 122.
Kobresia scirpina Willd. Sp. pl. IV (1805), 205.

Cobresia bipartita (Bell.) Dalla Torre Anleit. z. wissensch. Beob. auf Alpenreisen II (1882), 330.
Carex bipartita Bell. in All. Fl. Pedem. II (1785), 265.
Kobresia caricina Willd. Spec. pl. IV (1805), 206.

Carex muricata L. Spec. pl. ed. I (1753), 974.
C. contigua Hoppe in Sturm Deutschl. Flora Heft 61 (1835).

Carex divulsa Good. in Trans. Linn. Soc. II (1794), 160.
C. virens Lam. Encycl. III (1789), 384.

Da das Lamarcksche Belegexemplar verloren gegangen ist und Zweifel über dessen Deutung schon mehrfach geltend gemacht worden sind, verzichten A. u. Gr. auf den Namen virens und wir unserseits schliessen uns dem Vorgehen unserer gelehrten Freunde an. Vergl. auch Ascherson u. Gräbner Syn. II, 2 (1902), 39, 42.

Carex diandra Schrank in Bot. Ann. (Acta Mogunt.) 49 [57] (1782) [1781].
C. teretiuscula Good. in Trans. Linn. Soc. II (1794), 163.

Carex stellulata Good. in Trans. Linn. Soc. II (1794), 144.
C. muricata Huds Fl. Angl. (1762), 406 non L.

C. Leersii Willd. Prodr. (1787), 28. Vergl. Ascherson u. Gräbner Syn. II, 2 (1902), 55.

C. echinata Ehrh. Calam. No. 68 = nom. nudum.

Carex alpina Sw. in Liljebl. Utk. ed. 2 (1798).

C. Vahlii Schkuhr Riedgr. I (1801), 87.

Carex gracilis Curtis Fl. Londin. IV (vor 1798), t. 62.

C. acuta L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 978 z. T.; die Gründe, die die Anwendung des ältern Namens verbieten, sind in Ascherson u. Gräbner, Synopsis II, 2 (1902), 90 auseinandergesetzt.

Carex umbrosa Host Gram. Austr. I (1801), 52 t. 69.

C. polyrrhiza Wallr. Sched. crit. (1822), 492.

Carex caryophyllea Latour. Chlor. (1785), 27.

C. verna Chaix in Vill. Pl. Dauph. II (1787), 204.

Carex Halleriana Asso Syn. (1779), 133.

C. gynobasis Vill. Pl. Dauph. II (1787), 206.

Carex vaginata Tausch in Flora IV (1821), 557.

C. sparsiflora Steud. Nom. ed. 2, I (1840), 296.

Carex atrifusca Schkuhr Riedgr. I (1801), 106.

C. ustulata Wahlenberg Vet. Akad. Handl. Stockh. (1803), 156.

Carex magellanica Lam. Encycl. III (1789), 385.

C. irrigua Sm. in Hoppe Riedgr. (1826), 72.

Carex glauca Murr. Prodr. fl. Gött. (1770), 76.

C. flacca Schreb. Spic. fl. Lips. App. (1771), 669.

Carex fulva Good. in Trans. Linn. Soc. II (1794), 177 z. T.

C. Hornschuchiana Hoppe in Flora VII (1824), 599.

Carex brachystachys Schrank in Nat. Br. II (1785), 285.

C. tenuis Host Gram. Austr. IV (1809), 51.

Carex refracta Willd. Spec. pl. IV (1805), 297.

C. tenax Reut. Compte rendu des trav. de la Soc. Hallér. Genève (1852—56), 130.

Carex lasiocarpa Ehrh. Hannövr. Mag. IX (1784), 132.

C. filiformis Good. in Trans. Linn. soc. II (1794), 172.

Juncus conglomeratus L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 326.

J. Leersii Marss. Fl. Neu-Pomm. u. Rüg. (1869), 451.

Gagea silvatica (Pers.) Loud. Hort. brit. (1830), 134.

Ornithogalum silvaticum Pers. in Usteri Ann. XI (1794), 7.

Ornithogalum luteum L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 306 nur z. T.

Tulipa australis Link in Schrad. Journ. II (1799), 317.

T. Celsiana Vent. in Red. Lil. I (1802), I. 38 non Henn.

Tulipa Didieri Jord. Obs. I (1846), 36.

T. maleolens Rchb. Icon. X (1848), 9 non Reb.

Die von Rebentisch T. maleolens benannte Tulpe (App. ad st. tulip.,

1823, p. 1) ist von T. maleolens Rchb. und damit auch von T. Didieri Jord. durchaus verschieden und kommt auch in der Schweiz nicht vor.

Asparagus altilis (L.) Aschers. Fl. v. Brandenb. ed. 1 (1864), 730.

A. officinalis L. var. altilis L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 313.

Serapias longipetala (Ten.) Poll. fl. ver. III (1824), 30.

Helleborine longipetala Ten. fl. nap. prodr. (1811), 53.

Orchis Lingua Scop. fl. Chrn. ed. 2 (1772), 187.

Serapias cordigera M. B. Fl. Taur.-Cauc. II (1808), 370.

Serapias hirsuta Lap. abr. 1813, 551.

Der Name S. Lingua Scop. ist unanwendbar, da bereits Linné 1753 einer in Algerien und Smyrna vorkommenden S.-Art diese Bezeichnung verliehen hatte: aus ähnlichen Gründen muss die Benennung S. cordigera M. B. zurückgewiesen werden, da ihr S. cordigera L. (1763) entgegensteht. Irrtümlicherweise hatten wir, übersehend, dass Tenore seine Helleborine longipetala schon 1811 publiziert hatte, und geleitet durch Max Schulze-Jena (Die Orchideen Deutschlands, Deutsch-Österreichs und der Schweiz) der Bezeichnung S. hirsuta den Vorzug gegeben; wir haben den Irrtum in den „Berichtigungen“ zum I. Teil und im II. Teil unserer Flora noch rechtzeitig berichtigt.

Nigritella nigra (L.) Rchb. Fl. exc. (1830), 121.

Satyrium nigrum L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 944.

Nigritella angustifolia Rich. Mem. du mus. IV (1817), 56.

Cephalanthera longifolia (L.) Fritsch in Öst. Bot. Zeit. XXXVIII (1888), 81.

Serapias Helleborine L. var. longifolia L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 950.

Epipactis ensifolia Sw. in Act. Holm. (1800), 232.

Serapias xiphophyllum L. f. Suppl. (1781), 404.

Spiranthes autumnalis (Balb.) Rich. Mem. du mus. IV (1817), 59.

Ophrys autumnalis Balb. el. in addit. ad fl. ped. (1801), 96.

Ophrys spiralis L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 945.

Wir geben der Benennung autumnalis den Vorzug, obschon die Linnésche Bezeichnung spiralis älter ist, weil Ophrys spiralis L. nicht nur Sp. autumnalis, sondern auch aestivalis umfasst.

Platanthera montana (Schmidt) Rchb. Icon. XIII (1851), 123.

Orchis montana Schmidt fl. bohem. (1794), 35.

Orchis chlorantha var. a Guss. Syn. fl. sic. II (1844), 529.

Wurde von uns in den Berichtigungen zum I. Teil und im II. Teil der Flora richtig gestellt.

Populus italica Duroi Harbk. Baumz. II (1772), 141.

P. italica Mönch Bäume Weissenstein (1785), 79.

P. pyramidalis Roz. Cours d'agric. VII (zwischen 1790 u. 1805), 619.

P. pyramidata Mönch Meth. (1794), 339.

Ostrya italica Scop. Fl. carniol. (1760), 414.
O. carpinifolia Scop. Fl. carniol. ed. 2, II (1772), 244.

Alnus alnobetula (Ehrh.) Hart. Naturg. forstl. Kulturpfl. (1851), 372.
Betula alnobetula Ehrh. Beitr. Naturk. II (1788), 72.
Betula viridis Chaix in Vill. Hist. pl. Dauph. III (1789), 789.
Alnus viridis (Chaix) Michx. in DC. Fl. fr. III (1805), 304.

Ulmus campestris L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 225.
U. glabra Mill. Gard. Dict. ed. 8 (1768), n⁰ 4.

Camillo Schneider (Illstr. Handbuch der Laubholzkunde) und Gürke (in K. Richter, Pl. europ.) haben die Bezeichnung glabra beibehalten, da U. campestris L. gleichzeitig U. glabra Mill. und U. scabra Mill. (= U. montana With.) umfassen soll; die Identität von U. scabra Mill. und U. montana With. wird indessen von anderer Seite auch wieder bestritten.

Thesium linifolium Schrank Baier. Reise (1786), 129 u. Baier. Fl. I (1789), 506.
T. intermedium Schrad. Spic. fl. germ. (1794), 27.
T. linophyllum L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 207 z. T.

Thesium bavarum Schrank Baier. Reise (1786), 129.
T. montanum Ehrh. Beitr. V (1790) nomen nudum.
T. linophyllum L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 207 z. Teil.

Rumex sanguineus L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 337.
R. nemorosus Schrad. et Willd. Enum. Hort. Berol. (1809), 397.

Fagopyrum sagittatum Gilib. Exerc. phyt. II (1792), 435.
Polygonum fagopyrum L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 522.
Fagopyrum esculentum Mönch Meth. (1794), 290.

Chenopodium foliosum (Mönch) Aschers. Fl. Brandenb. (1864), 572.
Blitum virgatum L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 4.
Morocarpus foliosus Mönch Meth. (1794), 342.
Chenopodium virgatum (L.) Jessen D. Excurs. Fl. (1879), 300 non Thunb. (1815).

Es kann wohl keinem Zweifel erliegen, dass, sofern man nicht davor zurückscheut, eine Umtaufe der von Thunberg beschriebenen japanischen Pflanze vornehmen zu müssen[1], der Jessenschen Kombination die Priorität zukommt, eine Überzeugung, die uns erst nach Abschluss unserer Flora gekommen ist.

Amarantus blitum L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 990.
Euxolus viridis Moq. in DC. Prodr. XIII, 2 (1849), 273.
Amarantus viridis Schinz u. Keller Fl. der Schweiz ed. 1 (1900), 159 non L.

---

[1] Zudem wird Ch. virgatum Thunbg. von Moquin-Tandon in DC. Prodr. XIII. 2., 77 zu den „Species non satis notae“ gestellt.

Viscaria vulgaris Roehl. Deutschl. Fl. ed. 2. II (1812—13), 275.
Lychnis viscaria L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 436.
Lychnis viscosa Scop. Fl. Carn. ed. 2, I (1772), 306.
Viscaria viscosa (Scop.) Aschers. Fl. Brandenb. Abt. II Fl. Berlin, (1859), 22.

Lychnis viscosa fällt für uns als totgeborener Name ausser Betracht und damit natürlich auch die Aschersonsche Kombination. Wir haben das Versehen im II. Teil der Flora p. 66 berichtigt.

Silene vulgaris (Mönch) Garcke Fl. Deutschl. ed. 9 (1869), 64.
Cucubalus Behen L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 414.
Cucubalus venosus Gilib. Fl. Lithuan. II (1781), 165.
Behen vulgaris Mönch Meth. (1794), 709.
Cucubalus inflatus Salisb. Prodr. (1796), 302.
Silene cucubalus Wibel Prim. Fl. Werth. (1799), 241.
Silene Behen Wirzén Enum. pl. offic. Fenn. (1837), 36 non L.

Cucubalus venosus Gilib. ist unzulässig, da in der Gattung Cucubalus nur der Name „Behen" Berechtigung hat, aus demselben Grunde muss die Benennung Cucubalus inflatus Salisb. verworfen werden. Silene cucubalus Wibel würde gültig sein, wenn der Mönchsche Name nicht 5 Jahre jünger wäre; Silene Behen Wirzén endlich fällt, weil schon eine Art dieses Namens von Linné existiert, weg.

Melandrium silvestre (Schrank) Roehl. Deutschl. Fl. ed. 2, I (1812), 274.
Lychnis dioica L. var. α Spec. pl. ed. 1 (1753), 437.
Lychnis dioica L. var. rubra Weigel Fl. pom.-rug. (1769), 85.
Lychnis sylvestris Schrank Handb. I (1791), 403, t. 124.
Melandrium rubrum (Weigel) Garcke Fl. Nord- u. Mitteldeutschl. ed. 4 (1858) 55.

Wir haben der Kombination M. silvestre den Vorzug gegeben, müssen aber selbst zugestehen, dass aus Analogie zu Cephalanthera longifolia etc. die Benennung M. rubrum richtiger wäre.

Vaccaria pyramidata Medik. Phil. Bot. I (1789), 96.
V. parviflora Mönch Meth. (1794), 63.

Alsine octandra (Sieb.) Kern. Sched. flor. exs. austro.-hung. II (1882), n° 564.
Cherleria octandra Sieb. Fl. austr. exs. (1813), n° 149.
Arenaria aretioides Portenschl. ex Somerauer in Flora II (1819), 20.
Alsine aretioides (Portenschl.) Mert. et Koch in Roehl. Deutschl. Fl. ed. III, III (1831), 277.

Alsine rupestris (Scop.) Fenzl Verbr. Alsin. in tab. ad p. 57 (1833).
Stellaria rupestris Scop. Fl. Carn. ed. 2, 2 (1772), 317 t. 18 f. 1.
Arenaria lanceolata All. Fl. Pedem. II (1785), 114 t. 26 f. 5.
Alsine lanceolata (All.) Mert. et Koch in Roehl. Deutschl. Fl. ed. 3, III (1831), 275.

Paeonia feminea (L.) Desf. Tabl. écol. ed. 1 (1804), 126.

P. officinalis a. feminea L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 530.

P. peregrina aut. plur., non Mill.

P. peregrina Mill. Gard. Dict. ed. 8 (1768), n° 3 non aut. ist eine ganz andere Pflanze und ist identisch mit P. decora Anders.; P. officinalis L. ist ein Sammelbegriff. Vergl. auch Fritsch in Verh. zool. bot. Ges. Wien. XLIX (1899), 240.

Callianthemum coriandrifolium Rchb. Fl. germ. exc. (1832), 727 pr. p. majore.

Ranunculus rutaefolius L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 552 z. T.

Callianthemum rutaefolium (L.) C. A. Mey. in Ledeb. Fl. alt. II (1830), 336 z. T.

Vergl. auch Witasek in Verh. zool. bot. Ges. Wien XLIX (1899), 331.

Coronopus procumbens Gilib. Fl. lithuan. II (1781), 52.

Cochlearia coronopus L. Spec. pl. ed. 1 (1753).

Nasturtium verrucarium Garsault Descr. Pl. (1764)[1], t. 402.

Lepidium squamatum Forsk. Fl. Aegypt. Arab. (1775), 117.

Coronopus Ruellii All. Fl. pedem. I (1785), 256.

Nasturtium verrucarium und Lepidium squamatum sind totgeborene Namen, da in diesen Gattungen nur Kombinationen mit coronopus zulässig waren; Coronopus procumbens hat vor Ruellii die Priorität.

Sisymbrium Columnae Jacq. Fl. austr. IV (1776), 12 t. 323.

?S. orientale L. Amoen. Acad. IV (1759), 322.

Die Identität der Linnéschen Species mit S. Columnae Jacq. ist nicht einwandsfrei nachgewiesen; indessen wird sie von Boissier, Garcke u. a. angenommen.

Calepina irregularis (Asso) Thellung in Schinz u. Keller Fl. der Schweiz, ed. 2, I (1905), 218.

Myagrum irregulare Asso Syn. stirp. indig. Arrag. (1779), 82.

Myagrum rugosum Vill. prosp. fl. delph. (1779), 37 non L.

Rapistrum bursaefolium Bergeret phyt III (1783-84), 165 ic.

Crambe Corvini All. fl. pedem. (1785), 937.

Myagrum erucaefolium Vill. dauph. III (1788), 279.

Bunias cochlearioides M. B. Fl. taur. cauc. II (1808), 87 non Murr.

Calepina Corvini (All.) Desv. Journ. bot. III (1814), 158.

Cardamine flexuosa Wither. Arrangem. Brit. Pl. ed. 3, III (1796), 578.

C. silvatica Link in Hoffm. Phytogr. Blätt. I (1803), 50.

Über die weitere, die Kombination C. flexuosa nicht beeinflussende Synonymie vergl. O. E. Schulz, Monographie der Gattung Cardamine in Engl. Bot. Jahrb. XXXII (1903), 280.

[1] ex DC. Syst. I, 49; nach Pritzel 1767.

Arabis arcuata Shuttlew. in Godet Enum. vég. vasc. cant. Neuch. (1838).
A. alpestris Schleich. in Rchb. Ic. fl. germ. II (1837), 13, f. 4338 erweitert.

Wir sind in der Nomenklatur dieser Species Godet (Fl. Jur. I. [1869], 12) und Burnat (Fl. Alp. Marit. I [1892], 97) gefolgt, die beide den (jüngern!) Namen A. arcuata Shuttlew. vorziehen, mit der Begründung, dass der Name A. alpestris von Schleicher, Gaudin, Reichenbach etc. stets nur für die behaarte Form der Art (var. vestita Gremli) verwendet worden sei, während Shuttleworth als erster die behaarte und die kahlere Form unter dem Namen A. arcuata vereinigt habe. Nach den heute gültigen Nomenklaturregeln ist diese Begründung allerdings nicht stichhaltig und der Name A. alpestris Schleich. entschieden vorzuziehen.

Soria syriaca (L.) Desv. journ. bot. III (1814), 168 excl. syn. Lam.
Anastatica syriaca L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 895.
Euclidium syriacum (L.) R. Br. in Ait. Hort. Kew. ed. 2, IV (1812), 74.

Manche neuere Autoren, z. B. Garcke, schreiben Soria Adans. anstatt Euclidium und wir sind ihnen gefolgt, obschon man sich fragen könnte, ob die Adansonsche Publikation (fam. pl. II, 1763, p. 421), weil ohne binäre Nomenklatur, Anspruch auf Berücksichtigung für Gattungsnamen habe.

Fortsetzung folgt.

3.

Acanthocardamum erinaceum (Boiss.) Thellung.

Ein neues Cruciferen-Genus aus Persien.

A. Thellung (Zürich).

Mit einer systematischen Arbeit über die Gattung *Lepidium* beschäftigt, finde ich bei eingehender Untersuchung von *L. erinaceum* Boiss. (Diagn. pl. nov. Orient. ser. 1. VI. (1845) p. 17; Walp. Ann. I. (1848-9) p. 44; Boiss. Fl. Or. I. (1867) p. 375; *Nasturtium erinaceum* O. Kuntze Revis. I. (1891) p. 937), dass diese Art unmöglich bei der Gattung *Lepidium* verbleiben kann, dass sie aber auch zu keiner andern schon beschriebenen Gattung zu stellen, sondern als Typus eines neuen Genus zu betrachten ist, das ich mit Rücksicht auf den Habitus der einzigen bekannten Spezies *Acanthocardamum*[1]) nenne. Folgendes sind die Gattungscharaktere:

Acanthocardamum Thellung, n. gen. Cruciferarum. — *Calyx* fere clausus, sepalis suberectis oblongis albo-marginatis, *lateralibus basi subgibbosis*. *Petala* calyce duplo longiora, oblonga, in unguem attenuata; color ignotus. *Stamina* 6 (2 + (2 × 2)), filamentis liberis, angustis, basi subdilatatis. *Glandulae* inconspicuae, verisimillime[2]) binae ad basin cujusque filamenti brevioris. *Silicula* bivalvis, compressa, angustisepta, *lanceolato-subulata*, basi subrotundata, apice acuminato-attenuata acutissima; valvulae carinatae, apice in processum alarem[3]) angustissimum, longum (ipsius valvulae longitudinis ± $^2/_3$ adaequantem), stylo adnatum productae; septum lineare, in stylum filiformi-conicum, ± $^2/_3$ ejus longitudine adaequantem, fere tota sua longitudine ad processus alares adnatum attenuatum; stigma capitatum, sed supra replum magis productum et quasi subdecurrens, vix exsertum. Semina singula in utroque loculo, ex apice ipsius septi et loculi pendula[3]),

[1]) Von ἄκανθα, Dorn und κάρδαμον, Kresse (in erweitertem Sinne = siliculose Crucifere). — In meinen Bestimmungen in den Herbarien hatte ich die Pflanze vorläufig als *Acanthothamnus erinaceus* bezeichnet, welchen Namen ich hiermit zurückziehe.

[2]) Ist die Untersuchung der Honigdrüsen im getrockneten Zustand an sich schon schwierig, so ist sie dies im vorliegenden Fall ganz besonders wegen der Spärlichkeit des Materials, indem die mir vorliegenden ca. 20 Exemplare (aus 8 Herbarien) zusammen etwa 12 Blüten und ca. 25 Früchte besitzen!

[3]) Boissier gibt in der ersten Beschreibung seiner Art an: „valvulis...... apteris; ovulis...... e funiculo..... supra medium loculorum inserto pendulis." Tatsächlich gehört aber die über der Insertion des Funiculus gelegene Partie des Replums nicht mehr der Scheidewand, sondern dem Griffel an (der allerdings wegen

lineari-cylindrica; matura non vidi. Cotyledones verisimiliter radiculae aequilongae (in semine immaturo[1]) breviores). — Species unica: *A. erinaceum* (Boiss.) Thell., in alpe *Persiae* australis Kuh-Daëna crescens; exsicc.: *Kotschy*, Pl. Pers. austr. ed. Hohenacker 1845 n. 701[2]).

Die im Titel genannte Art ist ein niedriger (10—15 cm hoher) Halbstrauch, dessen Stengel vom Grunde an sparrig ästig sind; die Äste und ihre in Dornen auslaufenden, starren Zweige durchdringen und durchflechten sich in der Weise, dass ein dichter, verworrener, sehr dorniger Busch zustande kommt. Die Laubblätter sind am Stengel und an den Ästen (als Tragblätter der blütentragenden Zweige) spärlich vorhanden, klein (5—10 mm lang, 2—3 mm breit), länglich-verkehrteiförmig, stumpf, dicklich, ganzrandig, blaugrün. Die Blüten finden sich in geringer Zahl (2—6) am untern Teil der starren, pfriemlich-dornigen, 2—3 cm langen Traubenspindeln, auf sehr kurzen Stielen; Kelchblätter 2-, Kronblätter 4 mm lang. Die Fruchtstiele sind kurz (etwa so lang wie die Scheidewand, also bedeutend kürzer als die ganze Frucht), wie die Frucht selbst an die Spindel ± angedrückt; reife Frucht etwa 6 mm lang, 2 mm breit. Same (unreif) 2 mm lang, 3/4 mm breit.

Die Unterschiede gegenüber *Lepidium* und den übrigen *Lepidineen* liegen einerseits in den blütenbiologischen Einrichtungen (Verhalten der Kelchblätter und Honigdrüsen), anderseits im Bau des Embryos.

Bei der neuen Gattung schliessen die Kelchblätter zusammen, die Honigdrüsen sind auf den Grund der seitlichen (kurzen) Filamente beschränkt, und im Zusammenhang damit weisen die lateralen Kelchblätter am Grunde eine sackartige Höhlung auf, die als Honigreservoir dient. — Bei *Lepidium* dagegen sind die Kelchblätter ± abstehend und bilden in keiner Weise ein Reservoir für den Nektar; in Korrelation damit sind auch die Honigdrüsen nicht auf biologisch be-

der Anheftung der Flügelfortsätze der Frucht etwas abgeflacht und verbreitert ist und daher bei oberflächlicher Betrachtung leicht für eine Fortsetzung des Septums gehalten werden kann), und der über der Einfügung des Samens gelegene Teil der Klappen ist nicht hohl, sondern besteht aus kompaktem Flügelgewebe, so dass, wie oben angegeben, der Same aus der äussersten Spitze der Scheidewand und des Faches herabhängt.

[1]) Das Verhalten der Cotyledonen im unreifen Samen ist zur Feststellung ihrer Lage unter einander und zur Radicula bekanntlich unzuverlässig und irreführend; doch spricht die Tatsache, dass die Cotyledonen in jungem Zustand beträchtlich kürzer sind als die Radicula, sicherlich mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit für die Annahme, dass die Keimblätter auch im reifen Samen das Würzelchen nicht an Länge übertreffen.

[2]) Exemplare dieses Exsiccatums finden sich in den Herbarien: Boissier, Bot. Garten Breslau, De Candolle, Bad. Landesherbar Freiburg i. B., Paris, Petersburg, Hofmus. Wien, Univers. Wien.

stimmte Stellen, wo der Nektar sich in Vertiefungen ansammeln könnte, beschränkt, sondern finden sich in den Lücken zwischen den Staubblättern und richten sich in der Zahl nach diesen (bei Dédoublement der medianen Staubblätter 6 Drüsen, d. h. auf der Vorder- und Hinterseite der Frucht je 1 mediane Drüse[1]) zwischen den 2 medianen Staubblättern und 2 laterale Drüsen zwischen den medianen Staubblättern und dem Fruchtrand; bei ausbleibender Verdoppelung 4 Drüsen, d. h. 1 (laterale) auf jeder Seite jedes der 2 medianen Filamente).

Der Embryo von *Acanthocardamum*, der mir leider nicht im ausgewachsenen Zustand vorliegt, dürfte, wie schon erwähnt, mit grösster Wahrscheinlichkeit in der Weise geformt sein, dass Radicula und Cotyledonen gleich lang sind, letztere mithin an der Krümmung des zusammengeklappten Embryos entspringen, während bei *Lepidium* (wie bei den *Lepidineen* Prantls[2]) überhaupt) die Cotyledonen länger sind als die Radicula und mit ihrem Ursprung über die Krümmung des Embryosacks zurück in den andern Schenkel desselben reichen oder, wie Prantl sich ausdrückt, „hinter der Krümmung des Embryos entspringen".

Die eben diskutierten Merkmale der Blüte und des Samens sprechen somit sehr dafür, die Gattung *Acanthocardamum* aus der

[1]) In wenigen Fällen, aber konstant, fehlen bei *Lepidium* auch bei Dédoublement die medianen Honigdrüsen, nämlich bei dem west-nordamerikanischen *L. latipes* Hook. und den nächst verwandten Arten: *L. oxycarpum* Torr. & Gray, *L. dictyotum* Gray, *L. acutidens* (Gray) Howell und *L. oreganum* Howell. Diese Tatsache zeigt, dass auch das Verhalten der Honigdrüsen, auf das neuerdings A. Bayer (Beih. Bot. Centralbl. XVIII. Abt. II. 2. (1905) p. 119) — gewiss mit Recht — grosses Gewicht für die systematische Gliederung der Cruciferen legt, nicht absolut zuverlässig ist.

Übrigens befindet sich Bayer, wenn er (l. c. p. 130) schreibt: „Wo dagegen statt eines jeden Paares der langen Staubblätter je ein einziges Staubgefäss zur Entfaltung gelangt, da wird die Drüse, welche z. B. bei *Lepidium, Brassica* u. a. normal einfach ist, und zwischen den beiden Staubfäden zu stehen kommt, bedeutend breiter und teilt sich .... in zwei Lappen, welche die Basis des Staubfadens an dessen äusserer Seite umgeben (bei *Crambe pinnatifida, Coronopus Ruelli* und *Lepidii* sp. div. beobachtet)", in bezug auf *Lepidium* sicherlich im Irrtum und auch im Widerspruch mit sich selbst. Nach dieser Darstellung hätte man nämlich bei diandrischen *Lepidium*-Arten ausser den — wie Bayer p. 128 angibt — bei den Cruciferen stets entwickelten [hier 4] lateralen Drüsen noch vorn und hinten je 1—2 mediane Drüsen zu erwarten, also im ganzen 6—8, während tatsächlich, wie auch Bayers Figur 9a (Taf. IV) zeigt, jederseits nur 2, also im ganzen 4 Drüsen vorhanden sind. Nach dem schon zitierten Satz Bayers (p. 128), dem ich vollständig zustimme, dass nämlich die lateralen Drüsen stets entwickelt sind, können die 4 in unserm Fall vorhandenen Drüsen nur die lateralen sein; die medianen sind nach meinem Dafürhalten einfach ausgefallen deswegen, weil gerade an der Stelle, wo sie sich entwickeln sollten, das einzige mediane Staubblatt steht. Dass die lateralen Drüsen aussergewöhnlich weit nach der Mediane gerückt sind, erklärt sich leicht aus dem reichlich vorhandenen Raum.

[2]) Prantl in Engler-Prantl, Nat. Pfl.-fam. III. 2. (1891).

Gruppe der *Lepidiinae* Prantls zu entfernen und zu den *Cochleariinae* Prantls, die durch an der Krümmung des Embryos entspringende Cotyledonen und das Fehlen der medianen Honigdrüsen charakterisiert sind, zu stellen, etwa in die Nähe von *Aethionema*, welcher Gattung die Pflanze in Bezug auf Form, Farbe und Konsistenz der Laubblätter ähnelt.

Auch nach Bayer[1]) wäre unsere Gattung in die Nähe von *Aethionema* zu stellen, nämlich in Bayers Gruppe der *Iberideae*, die sich durch das Vorkommen von 4 paarigen gesonderten lateralen Honigdrüsen auszeichnet.

Versuchen wir zum Schluss noch, die Stellung der Gattung *Acanthocardamum* im Prantlschen Cruciferensystem (Nat. Pfl.-fam. III. 2.) genauer zu präzisieren. Haare scheinen völlig zu fehlen. Wegen der über dem Replum stärker entwickelten Narbe, des Mangels an medianen Honigdrüsen (bei Dédoublement der medianen Staubblätter!), der zweiklappigen Frucht und der sehr wahrscheinlich an der Krümmung des Embryos entspringenden Cotyledonen gehört unsere Gattung mit grösster Wahrscheinlichkeit zu der Gruppe der *Sinapeae-Cochleariinae;* innerhalb derselben ist ihre Stellung nach der von Prantl l. c. p. 163 gegebenen Einteilung folgende:

B. Klappen sich vom schmalen (etwas dicken) Rahmen lösend.
  a. Kelch mehr oder weniger gesackt.
    α. Klappen gekielt.
      I. Klappen nicht netzaderig. **Aethionema.**

Demnach kommt *Acanthocardamum* unmittelbar neben *Aethionema* zu stehen. Der Unterschied gegenüber dieser Gattung liegt vor allem in der Form der Frucht, die bei *Aethionema* im Umriss rundlich, elliptisch oder verkehrteiförmig und zugleich ± breit geflügelt ist: die Fruchtflügel sind an der Spitze der Frucht meist so breit oder breiter als hoch und vom Griffel frei, nicht lang ausgezogen und an den Griffel angewachsen; oft sind auch die langen Staubfäden geflügelt oder unter sich verwachsen. — Die von Boissier Fl. Or. als § *Iberidella* zu *Aethionema* gestellte Gattung *Eunomia* besitzt netzaderige, ovallanzettliche oder längliche (jedoch nie lanzettlich-pfriemliche) und zugleich ungeflügelte, stumpfliche Frucht mit frei vorragendem Griffel und 2—3 Samenanlagen pro Fruchtfach. — Die Gattungscharaktere von *Aethionema* und *Acanthocardamum* lassen sich mithin folgendermassen präzisieren:

Aethionema: Frucht breit, ± rundlich, breit geflügelt, mit vom Griffel freien oder jedenfalls nicht in denselben vorgezogenen Flügeln;

[1]) Bayer, A. Beiträge zur systemat. Gliederung der Cruciferen, Beih. Bot. Centralbl. XVIII. Abt. II. 2. (1905) p. 119 ff.

längere Staubfäden oft geflügelt oder unter sich verwachsen; Fruchtfächer oft zwei- bis mehrsamig.

Acanthocardamum: Frucht lanzettlich-pfriemlich, an der Spitze in zwei schmale, lange, dem Griffel angewachsene Flügelfortsätze ausgezogen; längere Staubfäden flügellos und frei; Fruchtfächer (stets?) einsamig. Traubenspindeln dornig.

Alles über die Stellung der Gattung innerhalb der Familie Gesagte gilt jedoch — darauf sei noch besonders hingewiesen — nur unter der Bedingung, dass, wenn einmal *Acanthocardamum erinaceum* wieder an seinem Standort aufgesucht werden wird (meines Wissens wurde die Pflanze bis jetzt nur einmal gesammelt!), die Untersuchung eines frischen und vollständigeren Materials meine als wahrscheinlich dargestellten Angaben über die Honigdrüsen und die Gestalt des Embryos bestätigt.

Über Elektrometer von hoher Empfindlichkeit.

Von

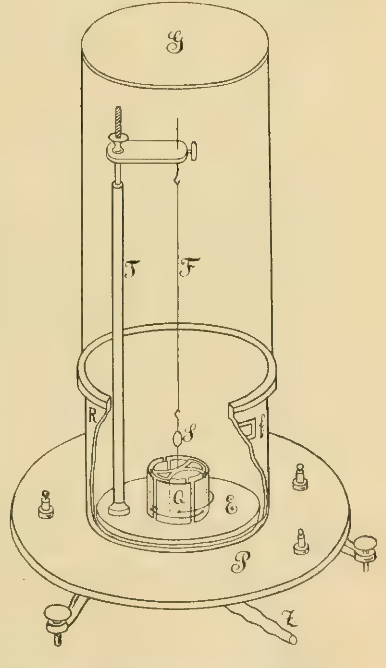
A. Kleiner.

Seitdem von Heraeus Platinfäden hergestellt werden, deren Dicke bis zu 0,001 mm heruntergeht, konnte man daran denken, durch Verwendung derselben als Aufhängefäden in Elektrometern die Empfindlichkeit dieser Messinstrumente erheblich zu erhöhen und dabei zugleich den Vorteil metallischer Zuleitung sich zu Nutze zu machen. Der hygroskopische Quarzfaden, wie er als Aufhängefaden im Dolezalekschen Instrument verwendet wird, hat den Nachteil, einen sehr grossen Widerstand aufzuweisen, sodass die Ladezeit ganz erheblich werden kann. Folge davon ist, dass die Elektrometernadel zeitlich rasch ablaufende Potentialänderungen, wie sie z. B. bei elektrischen Schwingungen vorkommen, nicht als solche aufnehmen kann; legt man aber das zu messende Potential an die Quadranten, so bleibt das Potential der geladenen Nadel nicht konstant, sondern ihre Ladung. Diese Umstände können die Deutung gemachter Ablesungen erheblich erschweren, sie machen die Verwendung metallischer Aufhängung wünschbar, um so mehr, als die neuesten Wollastondrähte bezüglich Feinheit und in ihren elastischen Eigenschaften dem Quarzfaden nicht nachstehen.

Fäden von 0,01 und auch noch von 0,007 mm Dicke kann man in dem gebräuchlichen empfindlichen Elektrometer Dolezalekscher Form statt des Quarzfadens ohne weiteres verwenden; aber schon mit dem 0,007 mm Faden wird, bei einer Länge von beiläufig 10 cm, die Schwingungsdauer und namentlich auch die Dämpfung so erheblich, dass ballistische Beobachtungen nicht mehr ausführbar sind. Will man also die Empfindlichkeit des Elektrometers durch Reduktion der Dicke oder Vergrösserung der Länge des Aufhängefadens steigern, so müssen, um das Instrument brauchbar zu machen, gleichzeitig Schwingungsdauer und Dämpfung herabgesetzt werden; beides kann erreicht werden durch solche Reduktion der Dimensionen der Papiernadel, dass dadurch das Trägheitsmoment vermindert wird; um aber die Dämpfung noch weiter zu reduzieren, empfiehlt es sich,

das Elektrometer evacuierbar oder zur Füllung mit Wasserstoff geeignet zu machen. Unter Berücksichtigung dieser Gesichtspunkte gelingt es, Elektrometer zu konstruieren, welche 10^{-6} Volt indizieren.

Das Requisit der Evacuierbarkeit des Instruments hat mich veranlasst, die Gestalt der Quadranten und der Nadel von der bisher gebräuchlichen abweichend zu wählen, und zwar so, dass die Notwendigkeit, die Quadranten aufklappbar zu machen, in Wegfall kommt; dies wird erreicht, indem man die Quadranten und die wirksamen Teile der Nadel vertikal stellt, was zugleich die Übersicht über die gegenseitige Orientierung von Quadranten und Nadel in wünschbarer Weise erleichtert.



Die Einrichtung des kompendiösen Instruments ist aus nebenstehender schematischer Figur, deren Dimensionen halber natürlicher Grösse entsprechen, ersichtlich.

Auf der Grundplatte P ist die Ebonitscheibe E befestigt, auf dieser die Quadranten Q, zwei konzentrische, durch zwei Schnitte getrennte Rohrstücke, ferner ein Träger T für das Gehänge; dasselbe trägt am Platinfaden F den Spiegel S und die symmetrisch zu den Quadrantenschnitten schwebende Nadel aus papierdünnem Aluminiumblech, deren vertikale zylindrische Flügel (punktiert angedeutet) in den Hohlraum der Quadranten hineingreifen; das ganze Gehänge wiegt 0,08 gr.

Die Glocke, welche diese wesentlichen Elektrometerteile überdeckt, besteht aus zwei Teilen: Einem luftdicht auf der Grundplatte aufsitzenden Metallring R, welcher äussere elektrische Einflüsse abschirmt und das Fenster f enthält; auf diesen Ring ist die kleine Glasglocke G dicht aufgesetzt, welche die Einsicht über Quadranten und Nadel ermöglicht und ohne Schwierigkeit am Deckel mit einer Vorrichtung versehen werden kann, um die Nadel von aussen, bei

geschlossenem Instrument, richtig einzustellen. Ins Innere dieser Glocke münden von unten her die Zuleitung Z zu den Evacuationsvorrichtungen, ebenso die isoliert eingeführten Verbindungen der Klemmen mit Quadranten und Nadel.

Die Kapazität des Instrumentes ist entsprechend den Dimensionen klein; betreffend Empfindlichkeit haben die ersten Beobachtungen gezeigt, dass unter Verwendung eines 10 cm langen, 0,003 mm dicken Fadens bei idiostatischer Ladung mit 1 Volt bei einem Skalenabstand von ca. 2 m ein Ausschlag von annähernd 1000 Skalenteilen erfolgt (ganze Skale); bei heterostatischer Schaltung, unter Verwendung einer Ladebatterie von 100 Volt, und wenn man Bruchteile von Skalenteilen als schätzbar erachtet, müssten also annähernd 10^{-6} Volt messbar sein.

Nachweis elektrischer Kraft im magnetischen Strom.

Das vorstehend beschriebene Instrument fand eine erste Anwendung zum Nachweis elektrischer Kraft, hervorgerufen durch magnetischen Strom im ungeschlossenen Leiter.

So bekannt die Wirkung dieser elektrischen Kraft im geschlossenen Leiter als Induktionsstrom ist, so schwierig ist die Untersuchung derselben mit elektrostatischen Mitteln [1]. Es wurden folgende Beobachtungen ausgeführt.

Die Enden einer zwischen zwei Elektromagnetpolen aufgestellten Drahtspule wurden mit den Quadranten (das eine Paar an Erde) verbunden, die Nadel geladen mit vier Akkumulatoren. Während des Entstehens oder Verschwindens des magnetischen Feldes werden in der Spule die entgegengesetzten Elektrizitäten in entgegengesetzten Richtungen gegen die Enden der Spule angetrieben, vereinigen sich aber sofort wieder, wenn der variable Zustand des magnetischen Feldes abgelaufen ist; die elektrische Kraft bewirkt also im Spulendraht nur eine kurze Zuckung der elektrischen Verteilung; diese bewirkt aber einen beobachtbaren Ausschlag am Elektrometer (20 bis 30 Skalenteile) und zwar von entgegengesetztem Zeichen beim Schliessen oder Öffnen des den Elektromagneten erregenden Stromes. Ausschläge von gleichem Betrag treten auf beim Einführen der Spule ins magnetische Feld oder beim Entfernen aus demselben. Durch Beobachtungen dieser und ähnlicher Art scheint die Möglichkeit geboten, elektrische Kräfte direkter nachzuweisen als es bisher geschehen ist durch Beobachtung ihrer Wirkungen im geschlossenen Leiter mit Hülfe des Galvanometers.

Zürich, 19. April 1906.

[1]) Vgl. Grotrian, Drudes Annalen 6; p. 794.

Versuch einer Erklärung der durch Pendelbeobachtungen konstatierten Massendefekte unter Gebirgen und Hochländern.

Von

K. Gugler.

Bekanntlich haben Schweremessungen mittels Pendelbeobachtungen an verschiedenen Stellen der Erde zu dem Ergebnis geführt, dass unter Gebirgen und Hochländern bedeutende Massendefekte vorhanden seien. Diese gewiss auffallende Tatsache wird von den Fachleuten einfach konstatiert und registriert, dagegen wird eine erläuternde Erklärung darüber nicht gegeben. Wohl aber findet man in Tagesblättern und sonst hie und da Erklärungsversuche aus Laienkreisen, welche meist sich auf folgende zwei Annahmen stützen. Entweder spricht man von grossen Hohlräumen im Erdinnern, oder man denkt an das Vorkommen von Massen von niederem spezifischem Gewicht in den Tiefen.

Zunächst ein Wort über die Grösse der gefundenen Massendefekte: es handelt sich hier durchaus nicht etwa nur um kleine Unregelmässigkeiten in der Massenverteilung, sondern um wirklich kolossale Beträge. So sagt z. B. Fr. Ratzel in seinem Werk „Die Erde und das Leben", S. 105:

„Wir begnügen uns, die Tatsache anzuführen, dass das, was unter den Alpen an Masse zu wenig ist, ungefähr dem entspricht, was in den Alpen an Masse angehäuft ist. Die Auftürmungen in Gebirgen und Hochebenen bedeuten auch sonst keine Vermehrung der Masse der Erde an diesen Stellen. Diese Erhebungen werden ausgeglichen durch weniger dichtes Gefüge."

Das kann doch nur so verstanden werden, dass Ratzel an das Vorkommen von leichten Mineralien (leichter als die gewöhnlichen Gesteinsarten) denkt.

Ferner findet Herr M. Haid (siehe Bericht des oberrheinischen Geologenvereins, Versammlung zu Konstanz am 26. April 1905) unter anderem bei Konstanz einen Massendefekt, der einer Gebirgsschicht von 610 m Mächtigkeit gleichkommt, wobei das spezifische Gewicht der Gebirgsschicht = $2{,}42$ angenommen ist.

Zu der Annahme von Hohlräumen habe ich zu bemerken: In solchen Tiefen, von denen wir überhaupt noch etwelche Kenntnis haben, sind keinerlei Beispiele bekannt; man müsste sie also in viel grösseren Tiefen vermuten. Nun tritt aber schon in relativ mässigen Tiefen der Zustand ein, bei welchem die Last der überlagernden Schichten die Druckfestigkeit der Gesteine übersteigt. Ueber das Verhalten der Gesteine unter so grossem Druck hat Herr Professor Heim in dem Werk „Untersuchungen über den Mechanismus der Gebirgsbildung" eingehende Betrachtungen angestellt, dahin führend, dass man unter solchem Druck den Gesteinen eine Art von Plastizität zuschreiben müsse, und wer dessen Ausführungen beipflichtet, der kann unmöglich an Hohlräume in grossen Erdtiefen glauben. Bei einem sehr festen Gestein, wie Granit z. B., würde der Zustand der latenten Plastizität schon in der Tiefe von 4000 m unter der Oberfläche eintreten.

Zu der zweiten Annahme von Massen von geringem spezifischem Gewicht bemerke ich: Mineralien von solchen Eigenschaften sind keine bekannt. Auch für die leichtesten, die man kennt, wie Gyps und Steinsalz, ist der Gewichtsunterschied zu wenig bedeutend, und zudem müssten die leichten Gesteine in ganz kolossalen Mengen vorhanden sein, um zur Erklärung der Massendefekte dienen zu können. Und wäre es da nicht verwunderlich, dass auch keine Spur solcher Mineralien in die uns zugänglichen Regionen sollte versprengt worden sein?

Nachdem ich so beide Erklärungen, sowohl Hohlräume als auch Massen von niederem spezifischem Gewichte, zurückgewiesen habe, habe ich mich bemüht, eine andere Erklärung beizubringen. Aus den Pendelversuchen geht soviel mit Sicherheit hervor, dass man in den Erdtiefen teils leichtere, teils schwerere Massen voraussetzen muss, und es bleibt die Aufgabe, sich über deren Lage und Verteilung eine Vorstellung zu machen. Mache ich nun die Annahme, die Gesteinshülle der Erde (vom spezifischen Gewicht = $2{,}5$) reiche bis zu einer bestimmten Tiefe, und darunter folgen dann Schichten aus Massen von höherem spezifischem Gewicht, so brauche ich bloss zu schliessen, dass unter Gebirgen die leichtere Gesteinsschicht in entsprechend grössere Tiefe hinabreiche, als an Orten, wo keine Gebirge sind, und die Massendefekte sind einfach und natürlich erklärt.

Das spezifische Gewicht der Erde im Ganzen ist zu 5,6 bestimmt worden. Dies berechtigt zu dem Schlusse, dass im Erdinnern schwerere Massen vorhanden sein müssen, als an der Oberfläche, und zwar Massen von so hohem spezifischem Gewicht, dass man an Metalle denken muss. Ferner aus dem Umstande, dass die Meteorite vorwiegend aus metallischem Eisen bestehen, glaubt man schliessen zu dürfen, auch im Erdinnern werde metallisches Eisen den Hauptbestandteil bilden. Man hat nun ausgerechnet, bei Annahme eines Erdkernes vom spezifischen Gewicht des Eisens müsste die Gesteinshülle (vom spezifischen Gewicht = 2,5) eine Dicke von 800 km haben (annähernd 1/8 des Erdhalbmessers).

Dieser Annahme kann ich mit gleichem Recht die folgende gegenüberstellen: Die Gesteinshülle reicht nicht bis in solche Tiefe, sondern in einer bestimmten Tiefe folgen darauf allmählich stets schwerere Massen und erst auf diese der metallische Erdkern. Ueberlege ich dann, welche Mineralien oder Gesteine für diese schwereren Massen in Frage kommen dürften, nämlich solche, bei denen ein massenhaftes Vorkommen auch genügende Wahrscheinlichkeit hat, so sehe ich mich auf folgende in erster Linie hingewiesen:

Basische erzreiche Eruptivgesteine.
Magneteisenstein, spezifisches Gewicht = 4,8.
Roteisenstein, spezifisches Gewicht = 5,2.

Von diesen Mineralien sind ungemein grosse Lagerstätten bekannt, z. B. im nördlichen Schweden, auf der Insel Elba, am Oberen See in Amerika und an anderen Orten. Da man sowieso annimmt, dass im Erdinnern das Eisen der weitaus vorwiegende Bestandteil sei, so gewinnt die Vermutung, dass Eisenerze von 75 % Eisengehalt eine Zwischenschicht zwischen dem metallischen Kern und der Gesteinshülle bilden könnten, eine weitere Wahrscheinlichkeit.

Zur näheren und genaueren Betrachtung der Sache sehe ich mich nun genötigt, einige bestimmte (zahlenmässige) Annahmen zu machen, und zwar:

1. Ueber die Mächtigkeit der Gesteinshülle vom spezifischen Gewicht = 2,5, diese sei gesetzt:

a) zu 40,000 m, *b)* zu 50,000 m, *c)* zu 60,000 m.

2. Ueber das spezifische Gewicht der tiefer liegenden Schichten. Unter der Annahme, dass dieselben aus Eisenerzen bestehen, setze ich dieses spezifische Gewicht = 5 und nenne sie vorläufig kurzweg „Erzschicht", womit nicht gesagt sein soll, dass nicht auch andere Gesteine wie z. B. basische Eruptivgesteine etc. wesentlich daran beteiligt sein können.

Nun lässt sich folgende Berechnung aufstellen:

	km	km	km	km
Dicke d. Gesteinsschicht v. 2,5 spez. Gewicht angenommen zu	40	50	60	(800)
Dicke der Erzschicht vom spez. Gewicht 5 berechnet zu	1958	1922	1886	c
Halbmesser des Metallkerns berechnet	4372	4398	4424	(5570)
Gibt zusammen Erdradius	6370	6370	6370	6370

Die Resultate der Schweremessungen werden meist so ausgedrückt, dass man sagt, die an diesem oder jenem Ort gefundenen Massendefekte entsprechen einer Gesteinsschicht von so und so viel Metern Dicke. Man kann überhaupt das Gewicht der Massen, welches sich für die Flächeneinheit der Erdoberfläche (1 m^2) und eine bestimmte Tiefe berechnet, als das Mass der Schwere an dem betreffenden Ort betrachten.

Aus der Annahme, dass in einer bestimmten Tiefe auf die Gesteinsschicht vom spezifischen Gewicht 2,5 schwerere Schichten folgen, deren spezifisches Gewicht zu 5 angesetzt worden ist, ergibt sich nun, dass unter Gebirgen die Gesteinsschicht genau um ebensoviel tiefer hinabreichen muss, als die Höhe des Gebirges über dem Meer beträgt. Unter Zugrundelegung der oben gegebenen Zahlen sollen nun einige Beispiele angeführt werden, und zwar soll das Gewicht der Massen zwischen der Oberfläche und einer bestimmten Tiefe pro Quadratmeter ermittelt werden. Das Mass dieser Tiefe kann beliebig gewählt werden, nur muss dieselbe so gross genommen werden, dass die vermutete Ausgleichung innerhalb desselben fällt. Ich habe dieselbe angenommen zu 70,000 m unter dem Meeresspiegel. Bei Annahme einer Gesteinsschicht von 40,000 m Dicke findet sich dann

1. Ein Ort an der Meeresküste.

Dicke der Gesteinsschicht	40,000 m	à 2,5 t =	100,000 t.
„ „ Erzschicht . .	30,000 m	à 5 t =	150,000 t.
	70,000 m		250,000 t.

2. Ein Gebirge von 3,000 m Meereshöhe.

Dicke der Gesteinsschicht	46,000 m	à 2,5 t =	115,000 t.
„ „ Erzschicht . .	27,000 m	à 5 t =	135,000 t.
Tiefe unter der Oberfläche	73,000 m		250,000 t.
Tiefe unter Meer . . .	70,000 m		

3. Ein Meer von 3,500 m Tiefe.

Gewicht des Wassers . .	3,500 m	à 1 t =	3,500 t.
Gesteinsschicht	34,400 m	à 2,5 t =	86,000 t.
Erzschicht	32,100 m	à 5 t =	160,500 t.
	70,000 m		250,000 t.

4. Ein Meer von 8,000 m Tiefe.

Gewicht des Wassers . .	8,000 m à 1 t	= 8,000 t.
Gesteinsschicht	27,200 m à 2,5 t	= 68,000 t.
Erzschicht	34,800 m à 5 t	= 174,000 t.
	70,000 m	250,000 t.

5. Ein Gebirge von 8,000 m Meereshöhe.

Dicke der Gesteinsschicht	56,000 m à 2,5 t	= 140,000 t.
„ „ Erzschicht . .	22,000 m à 5 t	= 110,000 t.
Tiefe unter der Oberfläche	78,000 m	250,000 t.
Tiefe unter Meer . . .	70,000 m	

Würde man die Dicke der Gesteinsschicht statt 40,000 m, zu 50,000 m oder 60,000 m angenommen haben, so würde man für sämtliche Beispiele und die Tiefe von 70,000 m unter Meer jedesmal die gleichen Gewichte gefunden haben und zwar statt 250,000 t im ersten Fall 225,000 t, im zweiten 200,000 t.

Uebrigens braucht die Ausgleichung nicht notwendig bloss in der ungleichen Dicke der Erzschicht gesucht und eine ungestörte sphärische Oberfläche der Metallkugel als Ausgleichungsschicht angenommen zu werden. Die Ausgleichung kann auch darin liegen, dass der Metallkern unter den Gebirgen eingedrückt ist und die successive leichteren Gesteine auf dieser Einsenkung schwimmen. Dann greift das Ausgleichungsniveau zum Teil noch in die Barysphäre hinein.

Bei diesen Annahmen findet sich also, dass von einer bestimmten Tiefe ab die überliegende Last pro Quadratmeter stets ganz dieselbe ist, gleichgiltig, ob man ein hohes Gebirge oder ein tiefes Meer vor sich habe. Mit anderen Worten, die Forderung der „Isostasie“ ist vollständig erfüllt. Und diese Forderung halte ich für unabweisbar, wenn man nicht der festen Erdrinde eine solche Starrheit zuschreiben will, dass sie befähigt wäre, die ungeheuren Belastungen der Gebirge auf grosse Entfernungen und grosse Flächen zu übertragen und auszugleichen. Dies ist umso weniger denkbar, als man die Dicke der festen Erdrinde nicht beliebig gross annehmen darf, indem die nach dem Erdinnern zunehmende Temperatur in einer gewissen Tiefe den Grad erreichen wird, bei dem die Gesteine schmelzen.

Man könnte mir entgegenhalten, dass die Annahme leichterer Massen in der Tiefe die gleiche Berechtigung habe, wie die Annahme von schwereren Massen, von beiden wisse man gleichviel, oder besser gleich wenig. Aber ist es denn nicht viel natürlicher, die schwereren Massen in der Tiefe vorauszusetzen, als die umgekehrte Lagerung? Zudem hat noch niemand über die Beschaffenheit der supponierten leichteren Massen auch nur eine Vermutung auszusprechen vermocht

Ferner könnte man beanstanden, dass zwischen der Gesteinsschicht und der Erzschicht und zwischen der Erzschicht und der Barysphaere eine scharfe Trennung vorausgesetzt scheint. Dies war nur notwendig zum Zweck der Berechnung; man kann aber ebensogut einen gewissen allmählichen Uebergang zwischen beiden annehmen, ohne dass daraus an meinen Schlüssen eine wesentliche Aenderung folgen müsste.

Zum Schlusse möchte ich noch mit einigen Worten auf die Gebirgsbildung selbst zu sprechen kommen. Hier schliesse ich mich vollständig den Ansichten an, welche Herr Professor Heim in seinen „Untersuchungen über den Mechanismus der Gebirgsbildung" dargelegt hat, und nach welchen die letzte Ursache der Gebirgsbildung in der fortschreitenden Abkühlung der Erdkugel zu suchen ist. Man wird sich das so vorstellen können, dass für die Erdrinde in bezug auf ihre Temperatur eine Art Beharrungszustand eingetreten sei, indem die von der Oberfläche abwärts dringende Abkühlung und die vom heissen Innern zugeleitete Wärme einander komponsieren, derart, dass Temperatur und Volumen der erstarrten Erdrinde unverändert bleiben, während gleichzeitig das heisse Erdinnere eine Abkühlung erleidet. Damit ist eine Volumverminderung verbunden, der Kern schwindet, die Rinde nicht; letztere muss sich also fälteln und runzeln, um dem schwindenden Kern nachsinken zu können. Dabei entstehen riesige horizontale Pressungen (Tangentialschub). Ich möchte hier auf die Ausführungen von Herrn Oberbergrat Wepfer in der Vierteljahrsschrift der Zürcher naturforschenden Gesellschaft, Jahrgang 1905, zweites Heft, verweisen. Herr Wepfer hat die Grösse dieser horizontalen Pressungen berechnet und unter seinen Voraussetzungen zu 17 Millionen Tonnen pro Quadratmeter gefunden. Dies allerdings unter der Voraussetzung, dass die oberen Erdschichten gar nicht mehr von ihrer Unterlage getragen werden, sondern ein freitragendes Gewölbe bilden müssten. Mag nun auch ein solches Gewölbe lange, bevor der Tangentialschub diese äusserste Grösse erreicht, zerdrückt und zerstört sein, jedenfalls ist der Beweis geliefert, dass diese horizontalen Pressungen sehr wohl diejenige Grösse erreichen können, welche die Auftürmung der Gebirge, sowie die Faltungen und Ueberschiebungen der Gebirgsschichten zu erklären vermag. Man bedenke ferner, dass die feste Erdrinde das, was sie durch die Zusammenpressung an horizontaler Ausdehnung verliert, an vertikaler Ausdehnung (Dicke) gewinnen muss. Die zusammengeschobenen Massen werden gleichzeitig nach oben und nach unten ausweichen, d. h. gleichzeitig mit der Gebirgserhebung wird auch das Hinabreichen der festen Rinde in grössere Tiefen bewirkt werden. Man könnte sich die Sache auch so vorstellen, dass durch den Zusammenschub zuerst ein sehr hohes Gebirge gebildet

wird, welches dann durch seine grosse Last wieder einsinkt und zwar soweit, bis der durch seitliche Verdrängung der tiefliegenden schwereren Massen sich bildende Auftrieb der Gebirgslast das Gleichgewicht hält.

Erst nach Abschluss dieser Arbeit wurde ich darauf aufmerksam gemacht, dass die hier etwas näher ausgeführte Erklärung für den Massendefekt unter Gebirgen andeutungsweise schon früher von Herrn Professor A. Heim gegeben worden ist und zwar zuerst in dieser Zeitschrift 1894, erstes Heft, Seite 83, und sodann im Bericht über den Geologenkongress von 1894 in Zürich, Seite 193. Die Uebereinstimmung kann wohl als Beweis für die Berechtigung dieser Auffassung gelten.

Zürich, im Mai 1906.

Zum Thema:

Viskosität des Blutes und Herzarbeit.

Von

Walter Hess in Frauenfeld.

I.

In Nachfolgendem soll auf ein Moment hingewiesen werden, welches geeignet ist, den Zusammenhang zwischen Viskosität des Blutes und der Herzarbeit unserm Verständnis näher zu rücken.

Nach welchen Gesetzen fliesst das Blut in den Gefässen?

Wie uns Reynolds[1]) lehrte, sind beim Strömen einer Flüssigkeit in einer Röhre zwei Bewegungsarten möglich: 1. die gleitende; die Flüssigkeitsteilchen bewegen sich in gerader Bahn, parallel der Röhrenaxe. 2. die rollende; die Flüssigkeitsteilchen führen neben der der Axe parallelen Bewegung noch eine zu dieser senkrechte aus.

Bei der ersten Strömungsart gilt das Poiseuille'sche Gesetz, welches besagt, dass das durch eine Röhre fliessende Volum proportional ist dem treibenden Druck, der Zeit, der 4. Potenz des Radius, umgekehrt proportional der Länge der Strombahn und der Viskosität der Flüssigkeit. Für die zweite stellte Christen[2]), basierend auf experimentelle Untersuchungen, eine Formel auf, welche neben andern besagt, dass die Durchflussmenge sich proportional der Wurzel aus dem treibenden Druck sich ändert.

Welche der beiden Strömungsarten in einem konkreten Falle auftritt, hängt von mehreren Faktoren ab. In Kapillaren ist es unter allen Umständen die gleitende. Für weitere Röhren dagegen ist ein Entscheid nicht ohne vorherige Berechnung möglich. Letztere liegt nämlich nur bei relativ geringern Strömungsgeschwindigkeiten vor. Nimmt diese zu, so fangen erst die der Wand zunächst gelegenen

[1]) Reynolds, O.; Motion of Water, Nature, Proceedings Royal Society, 1883. — Osborne, An experimental investigation of the Circumstances, which determine, whether the motion of water shall be direct or sinuous. Philosoph. Transactions of the Royal Society of London, 1883. — The two manners of motion. Nature. 1884.

[2]) Christen, T. Das Gesetz der Translatation des Wassers in regelmässigen Kanälen, Flüssen und Röhren. Verl. von Wilh. Engelmann, Leipzig 1903.

Flüssigkeitspartien an, in rollende Bewegung überzugehen. Hat die Geschwindigkeit eine gewisse Grenze erreicht, so erstreckt sich die rollende Bewegung bis in die Axe. Dementsprechend tritt die Poiseuille'sche Formel successive ihre Gültigkeit an die von Christen aufgestellte ab. Die Übergangsphase, wo weder die eine noch die andere stimmt, ist begrenzt durch die sog. untere und obere kritische Geschwindigkeit.

Von Interesse ist für uns vor allem die untere, welche also den Punkt markiert, bei dem die Poiseuille'sche Formel ihre Gültigkeit verliert. Nach Christen [1]) ist diese bestimmt durch die Formel:

$V_c = \frac{m_r^2}{k R^{3/4} T}$. Es bezeichnet V_c die kritische Geschwindigkeit; m_r ist der Koeffizient für die krummläufige Bewegung, welchem der Autor [2]) obiger Formel die Bedeutung eines blossen Rauhigkeits-Koeffizienten beilegt, in dem Sinne, dass alle wirklich glatten Röhren, gleichviel, aus welchem Material sie bestehen, ein gleiches, das heisst maximales m_r besitzen (ca. 64). R ist der Röhrenradius, k die Transpirationskonstante des Wassers, T die sog. Poiseuille'sche Zahl, welche der Abhängigkeit der Transpirationskonstante von der Temperatur Rechnung trägt.

Diese Formel der untern kritischen Geschwindigkeit soll hier so interpretiert werden, dass sie uns Aufschluss gibt über die Frage: Welches ist der maximale Gefässdurchmesser, bei welchem das Poiseuille'sche Gesetz unter den im Gefässystem obwaltenden Umständen noch Gültigkeit hat?

$$2\,R = 2\left\{\frac{m_r}{k\,T\,V_c}\right\}^{4/3}.$$

Bei der Berechnung eines konkreten Falles soll als mittlere Geschwindigkeit des Blutstromes in einem Gefässe 0.5 m angenommen werden, der Transpirationskoeffizient des Blutes (reziprok zur Viskosität) fünf mal kleiner als der des Wassers bei 37° sein. Durch Einsetzen dieser Werte erhalten wir:

$$2\left\{\frac{64^2 \cdot 5}{688350\,(1 + 0.0337 \cdot 37 + 0.000221 \cdot 37^2)\,0.5}\right\}^{4/3} = 0.0133 \text{ m} = 1.33 \text{ cm} = 2\,R.$$

Unter den genannten Voraussetzungen ist also das Poiseuille'sche Gesetz vollgültig in allen Gefässen, mit Ausnahme derjenigen, deren Durchmesser über *1,32 cm* beträgt.

Wird die Blutgeschwindigkeit statt zu 50 cm zu 40 cm pro Sekunde angenommen, bei einer Blutviskosität von 5, so ist der ge-

[1]) Loc. cit. pg. 132.

[2]) Briefliche Mitteilung.

suchte Gefässdurchmesser *1,80 cm*; bei einer Geschwindigkeit von 50 cm aber und einer Viskosität von 4 wäre er *0,99 cm*.

Ein Faktor ist für das Zustandekommen der kritischen Geschwindigkeit im Gefässystem noch von Bedeutung: Wenn nämlich auch die Annahme, dass unter normalen Verhältnissen die Gefässwand glatt sei, sicher richtig ist, so erleichtern doch die Gefässverzweigungen das Zustandekommen der rollenden Bewegung. Roux [1]) hat zwar nachgewiesen, dass bei Gefässabzweigungen sich die Kontouren der Äste eng an den frei austretend gedachten Blutstrahl anschmiegen, wodurch die Wirbelbildung hintan gehalten wird. Ganz wird aber der störende Einfluss der Verzweigungen nicht beseitigt sein, so dass die von uns berechneten Werte zu hoch sind. Schwerlich werden aber die richtigen unter die Hälfte der berechneten zu liegen kommen.

Anderen Faktoren, als den angeführten wird im gesunden Körper eine stärkere Beeinflussung nicht zukommen; denn alle Momente, welche dem im Bau des Gefässystemes ausgeprägten Prinzip, eine möglichst günstige Blutbahn darzustellen, dienen, nähern die Verhältnisse dem gedachten Idealfall durch möglichste Vermeidung rollender Bewegung.

Zudem ist es unwichtig, ob das Poiseuille'sche Gesetz seine Gültigkeit nun gerade in den Gefässen mit mehr als 1,3 cm oder mehr als 0,6 cm Durchmesser verliert; denn erstens ist der Energieverlust der in Frage kommenden Partien der ganzen Blutbahn relativ sehr gering und zweitens ändert sich die Bewegungsart nicht sprungweise, sondern successive, so dass selbst in den grössten menschlichen (gesunden!) Gefässen noch teilweise sich gleitende Bewegung vorfindet. Ausschliesslich rollende Bewegungen werden nur die Stammgefässe grosser Tiere aufweisen. Dem allem zufolge können wir sagen, dass das Poiseuille'sche Gesetz fast unumschränkt den Blutkreislauf beherrscht.

Diese Tatsache ist für uns von besonderer Wichtigkeit; denn dadurch kann der in Folgendem aus dem Poiseuille'schen Gesetz abstrahierte Wert für die Herzarbeit ausschlaggebende Bedeutung gewinnen.

Die Durchflussmengen verhalten sich nach dem genannten Gesetz umgekehrt wie die Viskositätswerte der betreffenden Flüssigkeiten: den treibenden Drücken sind sie proportional. Aus diesen zwei Sätzen folgt, dass die Ausflussmengen zweier Flüssigkeiten dann gleich sind, wenn sich, cet. par. die Druckwerte verhalten wie die Viskositätswerte (absolute oder relative).

[1]) W. Roux, Über die Verzweigung der Blutgefässe im Menschen. Eine morph. Studie. Doktordissertat. Jenaische Zeitschrift für Naturwiss. Bd. 12, 1878. Auch in gesamt. Abhandlg. über Entwicklungsmech. d. Organismen 1895 Bd. I.

Die Arbeit, welche beim Durchströmen der Kapillare verzehrt wird, lässt sich als Produkt aus Druck- und Ausflussvolum darstellen; deshalb sind die Viskositätswerte für diese Arbeit ein relatives Mass, wenn nämlich in der gleichen Zeit gleiche Mengen verschiedener Flüssigkeiten durchgepresst werden.

Haben wir die in Frage kommenden Flüssigkeiten in Form verschieden konzentrierter Lösungen der zwei gleichen Komponenten vor uns, so entsteht die Frage: Wie verhalten sich die Arbeitsleistungen, wenn in der gleichen Zeit die gleichen Mengen des gelösten Stoffes die Kapillare passieren. Die Stromarbeit soll also nicht auf gleiche Mengen Lösung, sondern gleiche Mengen gelöster Substanz berechnet werden.

Diejenigen Volumina, welche gleiche Mengen gelöst enthalten, verhalten sich wie die reziproken Werte der Zahlen, welche den Gehalt der Lösung angeben. Um diese Volumina in derselben Zeit durch die Kapillare zu pressen, müssen die Druckwerte, die sich auf gleiche Durchflussvolumina beziehen, mit den oben angeführten reziproken Werten multipliziert werden. Entsprechend der Berechnung der verzehrten Arbeit aus Druck mal Durchflussvolum muss die Viskositätsgrösse multipliziert werden mit dem Quadrat der reziproken Werte der Konzentration einer Lösung. Damit ist die Grösse gefunden, welche ein relatives Mass für die Arbeit darstellt, die gleiche Mengen eines gelösten Stoffes in Form verschieden konzentrierter Lösungen in der gleichen Zeit durch eine Kapillare führt. Der Kürze halber wollen wir diese Grösse in Zukunft den Arbeitskoeffizienten nennen.

Ein konkretes Beispiel diene zur Erläuterung: Von dem von der Firma Merk in Darmstadt bezogenen Kaseïn nach Hammarsten stellte ich eine 10 %ige Lösung in ($^1/_{10}$ normal) Kalilauge her. Von dieser Stammlösung wurden 2 cm^3 mit 8 cm^3 Kalilauge gemischt, ferner 4 cm^3 mit 6 cm^3, 6 cm^3 mit 4 cm^3, 8 cm^3 mit 2 cm^3. So erhielt ich Lösungen von 2 %, 4 %, 6 %, 8 % Kaseïngehalt.

Konzentration:	2 %	4 %	6 %	8 %	10 %
Viskosität:	1.75	2.80	5.30	7.70	33.0

Versuchstemperatur = 15°.

Rezipr. Wert der Konzentration:	100/2	100/4	100/6	100/8	100/10.
Quadrat desselben:	10000/4	10000/16	10000/36	10000/64	10000/100.
Arbeitskoeffizient:	4375	1750	1390	1203	3300.

Fig. 1 veranschaulicht die Abhängigkeit der Viskosität und des Arbeitskoeffizienten vor der Konzentration:

Die Kurve der relativen innern Reibung nimmt ihren Ausgang von dem Punkte 1, d. h. dem Viskositätsgrad des Wassers. Mit zunehmender Konzentration steigt sie erst langsam an, macht in der Gegend von 8 % ein Knie, um bald sehr steil in die Höhe zu streben in der Richtung nach einem unmessbar hohen Werte, nämlich der „Viskosität“ des festen Kaseïns (= 100 %).

Die Kurve der Arbeitskoeffizienten kommt aus dem Unendlichen; denn es bedarf einer unendlich grossen Arbeit, um eine bestimmte Menge Kaseïn in Form einer unendlich verdünnten Lösung durch die Kapillare zu führen. Mit zunehmender Konzentration stürzt die Kurve in die Tiefe, nimmt allmählich einen flachen Verlauf an, passiert ein Minimum, um erst langsam, dann steil einen sehr hohen Wert zu erreichen = (bei 100 %).

Einen analogen Gang der Kurve der Arbeitskoeffizienten, mit Änderung der absoluten Werte, können wir voraussagen für alle Suspensionen und die in jedem Verhältnis löslichen festen Substanzen; denn der Arbeitskoeffizient aller in unendlich verdünnter Lösung ist unendlich, derjenige aller festen Körper unmessbar gross. Dazwischen liegen die Lösungen mit endlichem Gehalt, endlichen Viskositäts- und Arbeitswerten.

Orientierende Versuche an Hämalbuminlösungen zeigten, dass für diese das Minimum in der Nähe der Konzentration 15 % liegen muss. Die Versuche wurden bei 37° ausgeführt und ergaben folgende Daten:

% Gehalt:	4.3 %	8.4 %	14.9 %.
Viskosität:	1.7	2.8	8.3.
Arbeitskoeffizient:	1498	397	374.

Die flockenfreien Hämalbuminlösungen von bekannter Konzentration wurden auf folgende Weise gewonnen: Hämalbuminum purum (E. Merk, Darmstadt) wurde in drei verschiedenen Verhältnissen mit Aqua dest. versetzt. Bei 40° löste sich während 24^h je ein Teil des Hämalbumins. Den Überschuss zentrifugierte ich weg und reinigte die Lösung durch den Aspirationsfilter. Ein Teil des Filtrates diente zur Viskositätsbestimmung, der andere zur Berechnung der Konzentration nach der Methode der Wägung des Trockenrückstandes.

Es ist nun gewiss von Interesse, die Körper, welche die hohe innere Reibung des Blutes bedingen, auf ihren Arbeitskoeffizienten zu untersuchen. Ich habe versucht, diese experimentelle Aufgabe zu lösen.

Der Versuchsplan war folgender: Es soll die Viskosität von frisch entzogenem, unverändertem Blut bestimmt werden, ferner auch diejenige verschiedener Verdünnungsproben mit physiologischer Kochsalzlösung. Diese Letzteren sollen so gewählt sein, dass ihr Gehalt $^2/_{10}$, $^4/_{10}$, $^6/_{10}$ resp. $^8/_{10}$ desjenigen des unverdünnten Blutes ist. Die gesuchten

Arbeitskoeffizienten werden dann erhalten, wenn man die Viskositätswerte multipliziert mit $(^{10}/_{2})^2$, $(^{10}/_{4})^2$, $(^{10}/_{6})^2$, $(^{10}/_{8})^2$, resp. $(^{10}/_{10})^2$.

Auf diese Weise führte ich sechs Versuchsreihen durch, nämlich zwei mit Kaninchen und vier mit Menschenblut. Die Mischung mit physiologischer Kochsalzlösung geschah so, dass in eine feine, graduierte Pipette erst die gewünschte Menge physiologischer Kochsalzlösung angesogen, z. B. bis zur Marke $^8/_{10}$ und hierauf mit Blut bis zu $^{10}/_{10}$ aufgefüllt wurde. Die Messpipette hat an ihrem obern nicht graduierten Teil einige kapillare Einschnürungen. Zweimaliges Hin- und Hersaugen der aus Blut und phys. Kochsalzlösung bestehenden Flüssigkeitssäule in dieser Partie der Mess- und Misch-Pipette bringt die Komponenten vollständig zur Mischung.

Vom Einstich in ein Ohrgefäss des Kaninchens, resp. einen Finger des Menschen bis zu einer vollendeten Viskositätsbestimmung verfliessen bei einiger Übung im Maximum 40 Sekunden, so dass die Gerinnung nicht störend wirkt.

Die in vivo mögliche Mischung des Blutes mit physiologischer Kochsalzlösung ist von kaum einer andern Veränderung im Blute gefolgt als der gewünschten physikalischen, der Verdünnung. Bei einer Versuchstemperatur von 36°—38° wurden folgende Werte bestimmt:

Kaninchen I (Serie 1).

Gehalt:	$^2/_{10}$	$^4/_{10}$	$^6/_{10}$	$^8/_{10}$	$^{10}/_{10}$.
Viskosität:	1.2	1.6	2.1	2.8	3.6.

Kaninchen II (Serie 2).

Gehalt:	$^2/_{10}$	$^4/_{10}$	$^6/_{10}$	$^8/_{10}$	$^{10}/_{10}$.
Viskosität:	1.4	1.7	2.1	2.8	3.9.

Mensch I (Serie 3).

Gehalt:	$^2/_{10}$	$^4/_{10}$	$^6/_{10}$	$^8/_{10}$	$^{10}/_{10}$.
Viskosität:	1.4	1.8	2.75	3.8	5.7.

Mensch II (Serie 4).

Gehalt:	$^2/_{10}$	$^4/_{10}$	$^6/_{10}$	$^8/_{10}$	$^{10}/_{10}$.
Viskosität:	1.25	1.7	2.1	3.2	5.3.

Mensch III (Serie 5).

Gehalt:	$^4/_{10}$	$^8/_{10}$	$^{10}/_{10}$.
Viskosität:	1.45	2.4	3.1.

Mensch IV (Serie 6).

Gehalt:	$^4/_{10}$	$^8/_{10}$	$^{10}/_{10}$.
Viskosität:	1.7	3.1	4.4.

Um eine Übersicht zu gewinnen, werden alle diese Grössen in ein rechtwinkliges Koordinaten-System eingetragen. Dieses kann aber nicht ohne weiteres geschehen, da wir nur wissen, wie sich die einzelnen Blutproben einer bestimmten Serie hinsichtlich ihres Gehaltes verhalten, nicht aber diejenigen verschiedener Serien (z. B. von Mensch I und Mensch II). Um dennoch die von verschiedenen Individuen stammenden Blutproben unter sich vergleichen zu können, soll folgendermassen verfahren werden:

Die von Mensch I gewonnenen Werte werden benützt, um eine Hülfskurve zu konstruieren. Die Viskosität kommt in der Ordinate, der Verdünnungszustand in der Abcisse zum Ausdruck. Bei dem Eintragen der übrigen Werte in dasselbe Koordinatensystem wird von Serie zu Serie der die Abcisse messende absolute Masstab so gewechselt, dass jeweils der Viskositätswert des unverdünnten Blutes auf die Hülfskurve zu liegen kommt (Fig. 2).

Wie wir sehen, kommen dadurch auch die Viskositätswerte der Mischproben innerhalb enger Grenzen auf die Kurve zu liegen; die Abweichungen der einzelnen Serienwerte von einer stetigen Kurve lehren, dass es wahrscheinlich die Fehlergrenzen sind. Nur Mensch IV liefert stärker abweichende Werte, wodurch ein etwas anderer Verlauf der Verdünnungskurve bedingt ist (Vergl. punktierte).

Nunmehr besitzen wir die Mittel, um zur Bestimmung der Arbeitskoeffizienten auf rechnerischem Wege schreiten zu können. Und zwar sollen bestimmt werden: 1. Die Arbeitskoeffizienten zu den Werten der Serie Mensch I, 2. zu den aus der (ausgezogenen) Kurve abgelesenen Mittelwerten, 3. zu den aus der (punktierten) Kurve abgelesenen Ausnahmewerten.

5.7 $(^{10}/_{10})^2 = 5.7$ 5.7 $(^{10}/_{10})^2 = 5.7$ 4.75 $(^{9}/_{10})^2 = 5.9$
3.8 $(^{8}/_{10})^2 = 5.9$ 3.75 $(^{8}/_{10})^2 = 5.9$ 3.3 $(^{8}/_{10})^2 = 5.2$
2.75 $(^{6}/_{10})^2 = 7.6$ 2.6 $(^{6}/_{10})^2 = 7.2$ 2.15 $(^{6}/_{10})^2 = 6.0$
1.8 $(^{4}/_{10})^2 = 11.3$ 1.8 $(^{4}/_{10})^2 = 11.3$ 1.55 $(^{4}/_{10})^2 = 9.4$
1.4 $(^{2}/_{10})^2 = 35.0$ 1.3 $(^{2}/_{10})^2 = 33.0$ 1.2 $(^{2}/_{10})^2 = 30.0$

In Fig. 3 sind auch diese Grössen graphisch dargestellt. Wiederum gehören die Kreuzchen zur Serie Mensch I, die ausgezogene von links her abfallende Kurve zu den Mittel-, die punktierte zu den Ausnahmewerten.

Ausserdem enthält Fig. 3 nochmals die Kurve der Viskositäts-Mittelwerte. Um diese zum Vergleich in demselben Masstab wie die Kurve der Arbeitskoeffizienten wieder geben zu können, mussten die Ordinaten zehn mal kleiner als in Fig. 2 gewählt werden.

Wie wir sehen, nimmt die Arbeitskurve, in steilem Abfall aus dem Unendlichen kommend, ungefähr bei einer Viskosität 2 einen

flachern Verlauf an und ist in der Gegend des Viskositätswertes 4 fast horizontal. Die Grössenordnung der beobachteten Abweichungen von der Mittel-Wertkurve ist prinzipiell ganz ohne Bedeutung.

Welchen Weg die Kurve nimmt nach rechts hin ist unsicher; gewiss aber ist, wie wir gesehen, dass sie sich wieder zu unmessbar hohen Werten erheben muss. Die oben an Kaseïn aufgeführten Messungen deuten darauf hin, dass der Anstieg bald beginnt und steil wird (Vergl. Fig. 1).

Viskositätsschwankungen zwischen 3 und 6, vielleicht 7 haben also fast keinen Einfluss auf die Grösse der Arbeitskoeffizienten. Jede weitergehende Änderung aber, sei es im Sinne einer Eindickung oder Verdünnung, bedeutet eine Steigerung der Arbeitskoeffizienten, welch Letztere bald nach Überschreiten der oben angegebenen Grenzen zu sehr hohen Werten anwachsen.

Eine sehr beachtenswerte Tatsache ist es, dass die bis jetzt bei verschiedenen Tieren konstatierten Viskositätswerte innerhalb der Grenze liegen, welche das Minimum der Arbeitskurve einschliessen:

Hund	(im Mittel)	4.7	nach Hürtle [1]).
Katze	„ „	4.2	„ „
Kaninchen	„ „	3.3	„ „
Pferd	(ein Individ.)	3.9	„ Hess.
Kuh, gravida	„ „	5.0	„ „

Für den Mensch gaben Hirsch und Beck [2]) die Reibung des normalen Blutes als rund fünf mal grösser als die des Wassers an.

Die zwei Senkrechten in Fig. 3 demonstrieren den Bereich, in dem diese angeführten Werte und die von mir an normalen Menschen konstatierten liegen.

Das Hauptresultat der vorliegenden Arbeit lässt sich damit in folgenden Worten zusammenfassen:

Der Gehalt des normalen Blutes an den Stoffen, die auf seine Viskosität von bestimmendem Einfluss sind, liegt in dem Bereich, in welchem ein Minimum von Arbeit nötig ist, um eine bestimmte Menge jener Substanzen in der Zeiteinheit einen Querschnitt im Gefässystem passieren zu lassen.

---

[1]) Archiv für die gesamte Physiologie des Menschen und der Tiere hg. v. Pflüger; Bd. 82 pg. 438.

[2]) Zeitschrift für physikal. Chemie, XLVIII, 6, pg. 646.

Erläuterung der Kurven.

Obgleich ich hier teilweise im Text Gesagtes wiederholen muss, so halte ich es doch für nötig, die Kurven noch in gesonderter Betrachtung verständlich zu machen.

Fig. 1. Die Kurve A veranschaulicht den Zusammenhang zwischen Konzentration und Viskosität des in $^1/_{10}$ normal Natronlauge gelösten Kaseïns. Sie wurde konstruiert durch Verbinden der experimentel bestimmten Viskositätswerte der 10 %, 8 %, 6 %, 4 % und 2 %-igen Lösung und dem des reinen Wassers (0 %). Mit Ausnahme eines Wertes, bei 6 %, lassen sich alle zu einer stetigen Kurve vereinigen. Die eine Abweichung nehme ich wohl mit Recht als durch einen Fehler bedingt an, da aus der Natur des Kaseïns zu schliessen doch eine stetige Kurve zu erwarten ist. Im übrigen spielen für unsere Betrachtungen Abweichungen von dieser Grössenordnung keine Rolle, indem dadurch, wie die Figur zeigt, der allgemeine Charakter der Kurve, d. i. das immer raschere Ansteigen der Viskosität bei gleichmässig zunehmender Konzentration, nicht geändert wird. Diese Tatsache ist so eklatant, dass sie einem schon ohne Messung auffällt. Während nämlich die 10 %-ige Lösung noch eine gut flüssige ist, ist die 20 %-ige bereits eine dicke kleisterförmige Masse mit entsprechend hoher innerer Reibung.

Die Kurve B stellt die Abhängigkeit des Arbeitskoeffizienten des Kaseïns in genannter Lösung von der Konzentration dar. Die eingetragenen Punkte sind auf oben beschriebene Weise aus den gemessenen Viskositätswerten berechnet worden. Da die Viskositätsbestimmungen relative sind, haben die Ordinaten beider Kurven selbst nur die Bedeutung relativer Werte und es ist deshalb auch nicht nötig, sie in einem bestimmten absoluten Masstab wiederzugeben. Um die Kurve der Arbeitskoeffizienten ungefähr in derselben Grösse wie die der Viskosität zu haben, wurden die Einheiten bei Ersterer zehn mal kleiner gewählt als bei Letzterer. Ich unterlasse es, die beiden Kurven genauer zu diskutieren. Es genügt, auf die unzweideutige Tatsache hinzuweisen, dass die Stromarbeit, berechnet auf das transportierte Kaseïn, in hohem Masse abhängig ist von der Konzentration der Lösung, dass in einem relativ beschränkten Bereich ein Minimum liegt, dass sie bei grösseren Abweichungen von der günstigsten Konzentration sich verdoppelt, verhundertfacht, selbst unendlich werden kann.

Fig. 2a zeigt zwei Kurven. Die ausgezogene wurde unter Zugrundelegung der von Mensch I gewonnenen Werte konstruiert. Sie dient als Hülfskurve zur Bestimmung der Abcissen aller übrigen Werte; denn eine solche muss geschehen, weil den von verschiedenen Individuen stammenden Blutproben ganz verschiedene absolute Konzentrationen entsprechen, welche nicht ohne Reduktion in ein und dasselbe Ordinatensystem eingetragen werden dürfen. Der Masstab wurde nun für jede Serie so gewählt, dass jeweils ein Punkt auf die Hülfskurve fiel, nämlich der dem unverdünnten Blute zugehörige. Dadurch fallen, wie man sieht, auch die den verschiedenen Verdünnungen eigenen Werte in unmittelbare Nähe der Hülfskurve. Nur die von Mensch II gewonnenen Werte weichen von ihr ab, weshalb sie durch Punktieren unter sich in Verbindung gebracht worden sind. Alle übrigen Serien würden Kurven liefern, welche sich mit der Hülfs- und damit auch Mittelkurve fast unmittelbar deckten. Jede Serie ist mit einem besondern Zeichen eingetragen. Dadurch wird deutlich gemacht, wie weit die zusammengehörigen Werte von einer stetigen Kurve abweichen. Da aber eine solche als wahrscheinlich existierend angenommen werden muss, kennzeichnen jene Abweichungen auch die mutmasslichen Fehlergrenzen.

Fig. 2b ist die genannte graphische Bestimmung jener Abcissen.

Fig. 3 enthält die wichtigste aller Darstellungen. Sie veranschaulicht die Abhängigkeit des Arbeitskoeffizienten des im normalen Blute vorhandenen Komplexes von gelösten und suspendierten Bestandteilen. Die ausgezogene Kurve A entspricht der Viskositätsmittelkurve in Fig. 2, die punktierte der in Fig. 2 ebenfalls punktierten abweichend verlaufenden. Die Kreuzchen entsprechen der Lage der Werte, wie sie aus den in Serie 1 direkt beobachteten Werten berechnet wurden. Sie und die punktierte Kurve lassen erkennen, welch geringen Einfluss die in Fig. 2 konstatierten Abweichungen von der Viskositätsmittelkurve auf den Verlauf der Arbeitskoeffizientenkurve haben; der wichtige Typus dieser Letztern ist so ausgesprochen, dass er kaum eine merkliche Änderung erfährt. B ist die Viskositätsmittelkurve, deren Ordinaten zehn mal kleiner gewählt wurde als in Fig. 2, um sie in demselben Masstab wie die Arbeitskoeffizientenkurve zu demonstrieren.

Fig. 1.

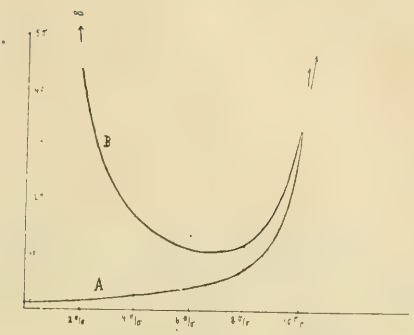


Fig. 2a.

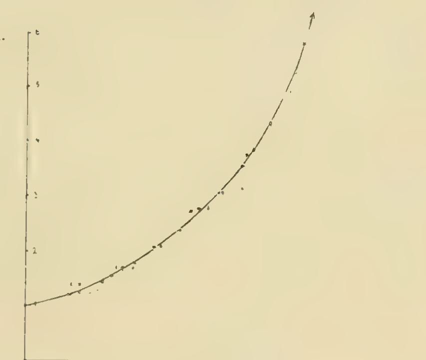


Fig. 2b.

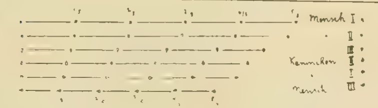
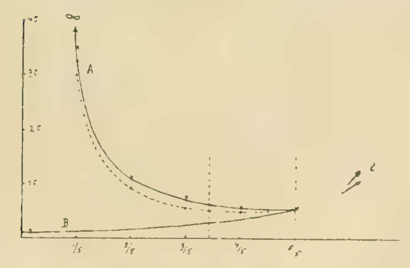


Fig. 3.



II.

Wir wollen nun den neuen Gesichtspunkt, den wir über den Zusammenhang zwischen Viskosität des Blutes und Herzarbeit gewonnen haben, noch einer eingehendern Betrachtung unterziehen.

Bis jetzt findet man allgemein die Ansicht vertreten, dass nur eine Erhöhung der innern Reibung des Bluts die Herzarbeit steigern könne. Diese Auffassung kommt auch zum Ausdruck in der Publikation von Hirsch und Beck [1]), welche auf Grund experimenteller Untersuchungen die Ewaldsche Theorie verneinen. Diese Letztere führt bekanntlich die Herzhypertrophie bei Nephritis auf eine erhöhte Viskosität des Blutes zurück.

Entgegen einer solchen Auffassung jenes Zusammenhangs lässt sich die unsere durch folgende Überlegungen erklären und begründen.

Vom physiologisch-mechanischen Standpunkt betrachtet, lässt sich das Blut in zwei prinzipiell verschiedene Bestandteile scheiden. Auf der einen Seite sind es die für den Lebensunterhalt der Gewebe notwendigen Körper, auf der andern ist es das Wasser, welches jene teils gelöst, teils suspendiert enthält, die Rolle eines Vehikulum spielend. Für einen normalen Umsatz in den Geweben ist von Wichtigkeit die Zufuhr einer bestimmten Menge jener Stoffe, nicht des Blutes an und für sich, welches je nach der Art, zu einem geringern oder grössern Teil aus dem Transportmittel, dem Wasser besteht. Es sind im Gegenteil ganz verschiedene Blutvolumina nötig, um dasselbe zu leisten, entsprechend einem verschiedenen Gehalt an lebenswichtigen Körpern. Darum kann auch eine ihre Aufgabe erfüllende Herzarbeit nicht proportional der Blutviskosität sein, sondern nur dem Arbeitskoeffizienten des Komplexes jener Körper; denn wie wir gesehen, ist die Erstere ein relatives Mass für die Transportarbeit einer bestimmten Menge Flüssigkeit, der Letztere dagegen einer bestimmten Menge des gelösten, resp. suspendierten Bestandteiles. Im ersten Teil der Arbeit habe ich versucht, diese Verhältnisse plausibel zu machen; hier sollen sie noch mathematisch abgeleitet werden.

[1]) Archiv für klinische Medizin, Bd. 72, pg. 560.

Nach dem Poiseuilleschen Gesetz ist die Durchflussmenge einer Flüssigkeit durch eine Kapillare:

$$Q = C \frac{p\,t}{V} \tag{1}$$

wobei C der Ausdruck für alle, bei Annahme einer bestimmten Kapillare, in der Formel vorkommenden konstanten Grössen ist. p ist die Druckdifferenz zwischen den beiden Kapillarenden, t die Durchflusszeit, V die Viskosität der betreffenden Flüssigkeit.

Eine Arbeit berechnet sich aus Kraft mal Weg. Die beim Durchströmen der Kapillare wirkende Kraft ist der Druck, multipliziert mit der Fläche, auf welcher er lastet, d. h. mit dem Querschnitt der Kapillare $= q$. Bei einer mittleren Geschwindigkeit der Flüssigkeitsteilchen von v, welches also den pro Sekunde zurück gelegten Weg bedeutet, heisst der Ausdruck für die pro Sekunde geleistete Arbeit $A_{sec} = p\,q\,v$ oder, da $q\,v$ auch das sekundliche Durchflussvolum bedeutet

$$A_{sec} = p\,Q_{sec} \tag{2}$$

Wählen wir in Formel (1) $t = 1$, so ist Q die Durchflussmenge pro Sekunde also:

$$Q_{sec} = C \frac{p}{V} \quad \text{oder} \quad \frac{Q_{sec}\,V}{C} = p.$$

In Gleichung (2) dieser Wert für p eingesetzt:

$$A_{sec} = \frac{Q_{sec}^2\,V}{C} \tag{3}$$

Ist $Q_{sec} = 1$, so ergibt sich

$$A_{sec} = \frac{V}{C}$$

d. h.: die Viskosität ist ein relatives Mass für die Arbeit, welche verzehrt wird, wenn durch die Kapillare pro Zeiteinheit die Volumeinheit einer Flüssigkeit fliesst.

Um den Arbeitskoeffizienten kennen zu lernen, müssen wir die Arbeit berechnen, welche sekundlich verzehrt wird, wenn ein Gramm der gelösten Substanz pro Sekunde die Kapillare passiert, wenn also das in der Zeiteinheit durchfliessende Lösungsvolum die Masseneinheit des gelösten Körpers enthält. Bezeichnet x die Anzahl der Gramme, die in 100 cm³ enthalten sind, so ist das Volum, das ein Gramm enthält

$$Q = \frac{100}{x}$$

in Formel (3) eingesetzt unter der Voraussetzung, dass dieses pro Sekunde die Kapillar passiert, also $Q = Q_{sec}$

$$A_{sec} = \left(\frac{100}{x}\right)^2 \frac{V}{C}$$

oder wenn $\frac{100^2}{C} = C_1$

$$A_{sec} = C_1 \frac{V}{x^2}$$

In Worten: Der Quotient: aus Viskosität, dividiert durch das Quadrat der Grösse, welche die Anzahl der in 100 cm³ Lösung enthaltenen Gramme gelösten Körpers angibt, ist ein relatives Mass für den Arbeitskoeffizienten. Diesen Arbeitskoeffizienten haben wir erkannt als in hohem Masse abhängig von der Konzentration, d. h. dem Grade, in welchem das Transportmittel mit dem zu Transportierenden belastet ist. Zu starke Belastung steigert ihn infolge der rascher als die Konzentration zunehmenden Viskosität, zu geringe aber infolge des Arbeitsverbrauches für das im Übermass in Bewegung befindliche Transportmittel. Dem richtigen Verhältnis zwischen den beiden die Lösung, resp. Suspension ausmachenden Komponenten entspricht ein Minimum, dessen Lage von der Natur dieser Letzteren abhängt.

Wenn damit der Einfluss klar getan ist, den der Wassergehalt bei einem im übrigen normalen Komplex an Blutbestandteilen auf die Herzarbeit hat, so ist unser Thema noch nicht erschöpft.

Zurückgreifend auf früher Gesagtes erinnern wir uns, dass die Gewebe die Zufuhr einer bestimmten Menge gewisser Stoffe verlangen. Dieser Satz lässt sich natürlich für jeden der in Umsatz gelangenden Körper einzeln anwenden, so dass auch eine Störung des normalen gegenseitigen Verhältnisses der vom Blute geführten Bestandteile Bedeutung für die Herzarbeit gewinnen kann. Ist nämlich etwas im Übermass vorhanden, so steigert es unnötigerweise, je nach seiner Natur mehr oder weniger, die Viskosität; ist es dagegen zu wenig vertreten, so werden, falls durch beschleunigte Zirkulation überhaupt eine ganze oder teilweise Kompensation des Mangels geschaffen werden kann, die nunmehr relativ im Überschuss vorhandenen übrigen Blutbestandteile, inklusive das Wasser, die Transportarbeit erhöhen. Dieser letztere Fall verdient deshalb noch besondere Beachtung, weil so selbst Körper auf die Herzarbeit bedeutenden Einfluss gewinnen können, die durch ihr Vorhandensein die Viskosität kaum merklich ändern. Ein Beispiel soll dies erläutern: Die in den Geweben durch Verbrennung entstehende Kohlensäure wird durch die die Reibung wenig beeinflussenden basischen Salze des Blutes in die Lungen fortgeführt, wo diese sich ihrer entledigen, um beim nächsten Gang durch

die Gewebe wieder beladen zu werden. Nehmen diese Salze im Blute ab, so müssen die noch vorhandenen um so intensiver in Aktion treten, d. h. es muss eine beschleunigte Zirkulation stattfinden. Dieselbe machen notgedrungen die in normaler Menge vorhandenen stark reibenden Eiweisse und Blutkörperchen mit, unter entsprechend gesteigertem Arbeitsaufwand.

Aber nicht nur durch Variationen der quantitativ normalen Blutzusammensetzung kann die Herzarbeit beeinflusst werden, sondern auch durch die unter pathologischen Bedingungen neu hinzutretenden Körper, sei es nun, dass diese die innere Reibung des Blutes direkt erhöhen, oder indirekt durch Alteration der normalerweise vorhandenen Bestandteile, sei es, dass sie diese Letzteren in ihren Funktionen herabsetzen und so einen funktionellen Mangel verursachen mit folgender kompensierender Zirkulationssteigerung. Denkbar ist auch, dass auf analoge Weise beim Auftreten neuer (therapeutischer) Substanzen eine indirekte Herabsetzung der Viskosität erfolgt, oder durch Erhöhung der Leistungsfähigkeit der vorhandenen eine Abnahme der gleichwohl seine Aufgabe erfüllenden Stromarbeit zustande kommt.

Wie wir sehen, existiert an Stelle des früher vermuteten einfachen Verhältnisses zwischen Viskosität und Herzarbeit ein ziemlich komplizierter, aber doch zu überblickender Zusammenhang. Hoffentlich gelingt es, durch näheres, besonders experimentelles Studium, diese oder jene Tatsache aufzudecken oder bereits bekannte zu erklären. Bestimmte. Vermutungen jetzt schon zu äussern hat keinen Zweck, umso mehr aber, diese angetönte Frage weiter zu studieren. Dabei werde ich mich ungefähr von folgendem Arbeitsprogramm leiten lassen:

1. Abhängigkeit der Blutviskosität von der Temperatur.
2. Abhängigkeit derselben von den morphologischen Bestandteilen.
3. Verwertung der Viskositätsmessung zur Untersuchung kolloider Stoffe unter besonderer Berücksichtigung deren, durch die moderne Forschung aufgedeckte Bedeutung.

Den Apparat, mit dem ich meine bisherigen Versuche ausgeführt habe, und der auch bei den folgenden Verwendung finden soll, werde ich bekannt geben, sobald er in vereinfachter Form, wie er sich speziell für klinische Zwecke eignen soll, genügend erprobt ist. Die Veranlassung, nach einer neuen Methode der Viskositätsbestimmung zu suchen, gab mir die Überzeugung, dass die Hauptschuld an der geringen Beachtung, die man in der Medizin der Viskosität der uns sonst in allen Teilen interessierenden Flüssigkeiten zuwendet, in der komplizierten Bestimmbarkeit derselben liegt. Bei Verwendung des

von Hirsch und Beck[1]) modifizierten Ostwaldschen Apparates bedarf es nämlich einer Chronometer-, einer Manometerablesung und einer Berechnung, um zu dem gesuchten Wert zu gelangen. Der neue Apparat lässt dagegen denselben direkt ablesen. Das Prinzip, auf welchem er aufgebaut, ist folgendes:

Durch eine Kapillare wird ein bestimmtes Quantum der zu untersuchenden Flüssigkeit angesogen. Mittelst eines T-Rohres ist eine zweite parallel geschaltet, durch welche Wasser fliesst. Die treibende Kraft wirkt, da sie von ein und demselben T-Rohr ausgeht, unter allen Umständen auf beide Flüssigkeiten gleich stark und gleich lang. Je nach der innern Reibung der zu untersuchenden Flüssigkeit durchfliesst, bis von derselben das bestimmte Quantum die Kapillare passiert hat, ein kleineres oder grösseres Wasservolum die Parallelkapillare und zwar ist dieses Volum direkt proportional den verschiedenen untersuchten Viskositätswerten, für die es somit ein relatives Mass ist. Durch empirische Graduierung der das Wasservolum messenden feinen Pipette, in welche dieses direkt einströmt, gelangt man deshalb dazu, den gesuchten Wert direkt ablesen zu können.

Der Beweis für das in Worten auseinandergesetzte ist in Folgendem gegeben:

Wir haben vor uns die zwei zu untersuchenden Flüssigkeiten A und B mit den Viskositätswerten V_1 und V_2. Beide müssen eine Kapillare mit der von ihren Dimensionen abhängigen Konstanten C in der Menge Q durchfliessen. Das gleichzeitig jeweils durch die Parallelkapillare mit einer Konstanten C' strömende Wasservolum sei in einem Falle Q_1 im andern Q_2, die treibenden Drücke p_1 und p_2, die Durchflusszeiten t_1 und t_2. Die Viskosität des Wassers ist V.

Dem Durchflussvolum der Flüssigkeit A d. i.

$$Q = \frac{p_1 t_1 C}{V_1} \tag{1}$$

entspricht ein gleichzeitiges Durchflussvolum Wasser

$$Q_1 = \frac{p_1 t_1 C'}{V} \tag{2}$$

Dem Durchflussvolum der Flüssigkeit B, d. i.

$$Q = \frac{p_2 t_2 C}{V_2} \tag{3}$$

entspricht ein gleichzeitiges Durchflussvolum Wasser

$$Q_2 = \frac{p_2 t_2 C'}{V} \tag{4}$$

---

[1]) Zeitschrift für physikal. Chemie XLVIII. 6.

Da die linken Seiten der Gleichung (1) und (3) gleich sind, können sich auch die rechten gleichgesetzt werden:

$$\frac{p_1 t_1 C}{V_1} = \frac{p_2 t_2 C}{V_2}$$

oder

$$\frac{p_1 t_1}{V_1} = \frac{p_2 t_2}{V_2} \tag{5}$$

Aus Gleichung (2) folgt:

$$V = \frac{p_1 t_1 C'}{Q_1} \tag{6}$$

Aus (4)

$$V = \frac{p_2 t_2 C'}{Q_2} \tag{7}$$

(6) und (7) werden gleichgesetzt

$$\frac{p_1 t_1 C'}{Q_1} = \frac{p_2 t_2 C'}{Q_2}$$

oder

$$\frac{p_1 t_1}{Q_1} = \frac{p_2 t_2}{Q_2} \tag{8}$$

Umformen von (5) ergibt

$$\frac{p_1 t_1}{p_2 t_2} = \frac{V_1}{V_2} \tag{9}$$

von (8)

$$\frac{p_1 t_1}{p_2 t_2} = \frac{Q_1}{Q_2} \tag{10}$$

Die rechten Seiten von (9) und (10) gleichgesetzt

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{Q_1}{Q_2} \tag{11}$$

In Worten: Die Wasservolumina Q_1 und Q_2 verhalten sich wie die Viskositätswerte V_1 und V_2, q. e. d.

Die bisherigen Versuche sind von mir am thurg. Kantonsspital in Münsterlingen, zum Teil auch im kantonalen Laboratorium in Frauenfeld gemacht worden. Die oben skizzierten weiteren Untersuchungen werde ich, die Gelegenheit benutzend, welche mir durch das freundliche Entgegenkommen des Herrn Prof. Dr. Zangger geboten wird, im Laboratorium für gerichtliche Medizin in Zürich ausführen.

Über den Picardschen Satz.

Von

Edmund Landau in Berlin.

Einleitung.

Unter den vielen Entdeckungen, um welche Herr Picard die mathematische Wissenschaft bereichert hat, nimmt wohl der folgende Satz, welcher kurz den Namen des Picardschen Satzes führt, die erste Stelle ein:

Satz I[1]): Wenn eine ganze transzendente Funktion

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n + \cdots$$

für jedes x von a und von b verschieden ist, wo $a \neq b$ ist, so ist $F(x)$ eine Konstante, d. h. es ist

$$a_1 = a_2 = \cdots = a_n = \cdots = 0.$$

Herr Picard hat im Anschluss hieran auch die beiden folgenden wichtigen Sätze II und III entdeckt:

Satz II[2]): Wenn eine ganze transzendente Funktion

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n + \cdots$$

so beschaffen ist, dass keine der beiden Gleichungen

$$F(x) = a$$

und

$$F(x) = b$$

unendlich viele Wurzeln besitzt, so ist $F(x)$ eine ganze rationale Funktion, d. h. es ist für alle n von einer gewissen Stelle an

$$a_n = 0.$$

---

[1]) „Sur une propriété des fonctions entières“, Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'académie des sciences, Paris, Bd. 88, 1879, S. 1024—1027; „Mémoire sur les fonctions entières“, Annales scientifiques de l'école normale supérieure, Ser. 2, Bd. 9, 1880, S. 146—148.

[2]) „Sur les fonctions entières“, Comptes rendus etc., Bd. 89, 1879, S. 662—665; „Mémoire etc.“, S. 154—164.

Satz III[1]): Es sei die analytische Funktion $F(x)$ in der Umgebung von $x = \xi$ eindeutig und habe im Punkte $x = \xi$ eine isolierte wesentlich singuläre Stelle, d. h. es sei $F(x)$ für

$$0 < |x - \xi| < \varrho \tag{1}$$

eindeutig und regulär, und $F(x)$ sei für $x = \xi$ weder regulär noch ausserwesentlich singulär. Es seien a und b zwei verschiedene Konstanten. Dann hat mindestens eine der beiden Gleichungen

$$F(x) = a, \tag{2}$$

$$F(x) = b \tag{3}$$

in dem Gebiete (1) eine Wurzel.

Aus dem Satz III folgt unmittelbar, dass mindestens eine der beiden Gleichungen (2) und (3) in dem Gebiete (1) unendlich viele Wurzeln besitzt; denn, wenn ξ_1 eine Wurzel ist, so braucht nur ϱ_1 so gewählt zu werden, dass

$$0 < \varrho_1 < |\xi_1 - \xi|$$

ist, und dann auf das Gebiet

$$0 < |x - \xi| < \varrho_1$$

der Satz III nochmals angewendet zu werden und so fort. Der Picardsche Satz III lässt sich daher auch so aussprechen, dass die beiden letzten Worte „eine Wurzel" durch „unendlich viele Wurzeln" ersetzt werden.[2])

Im Satz II ist offenbar der Satz I enthalten. Ferner ist Satz II ein Spezialfall des Satzes III; denn, wenn in diesem $\frac{1}{x}$ statt $x - \xi$ geschrieben wird, so nimmt er den Wortlaut an, welcher ihm völlig äquivalent ist:

Satz IV: Wenn $F(x)$ im Endlichen für $|x| > \sigma$ eindeutig und regulär, für $x = \infty$ wesentlich singulär ist, so hat mindestens eine der beiden Gleichungen (2) und (3) im Gebiet $|x| > \sigma$ unendlich viele Wurzeln.

Hierin ist offenbar der Satz II enthalten.

Herr Picard bewies alle diese Sätze mit Hilfe der Theorie der elliptischen Modulfunktionen. Der Satz I erforderte mit diesem Hilfs-

---

[1]) „Sur les fonctions analytiques uniformes dans le voisinage d'un point singulier essentiel", Comptes rendus etc., Bd. 89, 1879, S. 745—747; „Mémoire etc.", S. 164—165.

[2]) Wenn $F(x)$ für $0 < |x - \xi| < \varrho$ nur als eindeutig und meromorph vorausgesetzt wird, zeigt Herr Picard durch eine einfache Transformation auf Grund von III, dass $F(x)$ in jenem Gebiete höchstens zwei Werte auslässt.

mittel zu seiner Begründung nur wenige Schlüsse. Die Sätze II und III (= IV) bedurften umständlicherer Entwickelungen; Herr Picard bewies beide auf analogem Wege. Beim Beweise des Satzes II wurde angenommen, dass $F(x)$ für $|x| > \sigma$[1]) weder $= a$ noch $= b$ ist, um daraus zu schliessen, dass $F(x)$ für $x = \infty$ gegen die Voraussetzung den Charakter einer rationalen Funktion besitzt; Herr Picard bemerkte alsdann, dass dieser Beweis ohne irgendwelche Annahme über das Verhalten von $F(x)$ für $|x| \leq \sigma$ gilt und gelangte so zum Satze IV (= III).

Bei allen diesen Sätzen ist es keine Einschränkung der Allgemeinheit,

$$a = 0,\ b = 1$$

anzunehmen, da man sonst nur statt $F(x)$ die Funktion

$$F_1(x) = \frac{F(x) - a}{b - a}$$

zu betrachten braucht.

Lange war man vergeblich bestrebt, einen jener Sätze mit elementaren funktionentheoretischen Mitteln, d. h. ohne Anwendung der Theorie der Modulfunktionen, zu beweisen. Erst im Jahre 1896 machte Herr Borel[2]) den bedeutenden Fortschritt, den Picardschen Satz I mit elementaren Hilfsmitteln zu beweisen.

Im Jahre 1903 bewies Herr Kraft[3]) mit elementaren Hilfsmitteln den Satz II und auch eine von Herrn Borel gefundene Verallgemeinerung desselben[4]); von dieser wird in der folgenden Arbeit keine Rede sein, da es sich hier um die Verallgemeinerung des Picardschen Satzes nach einer ganz anderen Richtung hin handeln wird.

Ich publizierte nämlich im Jahre 1904[5]) folgende Verallgemeinerung des Satzes I, deren Wortlaut mir sehr unerwartet und anfangs sehr unwahrscheinlich erschien:

Satz V: Wenn eine ganze transzendente Funktion

$$F(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n + \cdots$$

---

[1]) σ wurde oberhalb der absoluten Beträge aller — nach Voraussetzung nur in endlicher Anzahl vorhandenen — Wurzeln der Gleichungen (2) und (3) gewählt.

[2]) „Démonstration élémentaire d'un théorème de M. Picard sur les fonctions entières", Comptes rendus etc., Bd. 122, 1896, S. 1045—1048.

[3]) „Über ganze transzendente Funktionen von unendlicher Ordnung", Inauguraldissertation, Göttingen, 1903.

[4]) Herr Borel hatte keine ganz vollständige Begründung dieses Satzes (über ganze transzendente Funktionen) publiziert, welchen Herr Kraft als das Picard-Borelsche Theorem bezeichnet.

[5]) „Über eine Verallgemeinerung des Picardschen Satzes", Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin, 1904, S. 1118—1133.

gegeben ist, in welcher $a_1 \neq 0$ ist[1]), so gibt es eine nur von a_0 und a_1 abhängende Zahl

$$R = R(a_0, a_1),$$

so dass im Kreise

$$|x| < R \tag{4}$$

mindestens eine der beiden Gleichungen

$$F(x) = 0,$$
$$F(x) = 1$$

eine Wurzel besitzt.

Für $a_0 = 0$ und $a_0 = 1$ ist dies selbstverständlich; für $a_0 \neq 0$, $a_0 \neq 1$ besteht die durch den Satz V festgestellte merkwürdige Tatsache, dass alle ganzen transzendenten Funktionen mit den beiden festen Anfangskoeffizienten a_0 und a_1 in demselben Kreise (4) eine Nullstelle oder Einsstelle besitzen.

Ich fand den Satz V durch eine Umgestaltung des Borelschen Beweises für den Picardschen Satz I; nachdem ich den Satz gefunden hatte, konnte ich ihn ohne Mühe und viel kürzer mit Hilfe der Theorie der Modulfunktionen beweisen. Beide Beweise habe ich l. c. veröffentlicht; jeder derselben lieferte den noch allgemeineren Satz (bei welchem die Voraussetzung fallen gelassen wird, dass $F(x)$ eine ganze transzendente Funktion ist):

Satz VI: Wenn a_0 und a_1 gegeben sind und $a_1 \neq 0$ ist, so gibt es ein nur von a_0 und a_1 abhängendes

$$R = R(a_0, a_1),$$

so dass jede für $x = 0$ reguläre Funktion

$$F(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n + \cdots$$

mit den Anfangskoeffizienten a_0 und a_1[2]) im Kreise

$$|x| < R$$

entweder eine singuläre Stelle oder eine Nullstelle oder eine Einsstelle besitzt.

Mit andern Worten, ich zeigte, dass es ein $R(a_0, a_1)$ mit folgender Eigenschaft gibt: wenn die Potenzreihe

---

[1]) Dies lässt sich bei jedem nicht konstanten $F(x)$ durch eine Substitution $x = \bar{x} + \alpha$ erreichen, so dass der Satz I wirklich im Satze V enthalten ist.

[2]) d. h. jede für $x = 0$ reguläre Funktion $F(x)$, bei der

$$F(0) = a_0, \quad F'(0) = a_1$$

ist.

$$F(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n + \cdots$$

für $|x| < R$ konvergiert, so ist in mindestens einem Punkte dieses Kreises

$$F(x)\big(1 - F(x)\big) = 0.$$

Durch den Satz VI hatte ich bei gegebenen a_0 und a_1 $(a_1 \neq 0)$ die Existenz einer wohlbestimmten endlichen Zahl φ mit folgenden Eigenschaften bewiesen:

1. δ sei eine positive Grösse; dann ist jede für $|x| < \varphi + \delta$ reguläre Funktion

$$a_0 + a_1 x + \cdots$$

in jenem Kreise mindestens einmal gleich 0 oder 1.

2. Es sei $\varphi > 0$ [1]) und $0 < \delta < \varphi$; dann gibt es eine für $|x| < \varphi - \delta$ reguläre Funktion

$$a_0 + a_1 x + \cdots,$$

welche in jenem Kreise von 0 und 1 verschieden ist.

Dass die Existenz dieser Zahl φ, mit anderen Worten dieser Funktion φ der beiden Argumente a_0, a_1 aus dem Satz VI folgt, ersieht man unmittelbar, indem man alle positiven Zahlen α in eine erste und eine zweite Klasse verteilt, je nachdem es eine für $|x| < \alpha$ reguläre und von 0 und 1 verschiedene Funktion

$$a_0 + a_1 x + \cdots$$

gibt oder nicht. Diese Einteilung definiert einen Schnitt $\varphi = \varphi(a_0, a_1)$, welcher endlich ist, da es nach dem Satze VI Zahlen der zweiten Klasse gibt.

An meine Arbeit schlossen sich in rascher Folge drei bedeutende Arbeiten der Herren Hurwitz [2]), Schottky [3]) und Carathéodory [4]) an. Über diese, sowie über eine weitere Arbeit von Herrn Boutroux [5])

---

[1]) Dies ist für $a_0 \neq 0$, $a_0 \neq 1$ stets der Fall.

[2]) „Über die Anwendung der elliptischen Modulfunktionen auf einen Satz der allgemeinen Funktionentheorie", Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich, Bd. 49, 1904, S. 242—253.

[3]) „Über den Picardschen Satz und die Borelschen Ungleichungen", Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin, 1904, S. 1244—1262.

[4]) „Sur quelques généralisations du théorème de M. Picard", Comptes rendus etc., Bd. 141, 1905, S. 1213—1215.

[5]) „Propriétés d'une fonction holomorphe dans un cercle où elle ne prend pas les valeurs zéro et un", Bulletin de la société mathématique de France", Bd. 34, 1906, S. 30—39. Herr Boutroux hatte seine Resultate ohne Beweise vordem schon in den Comptes rendus, Bd. 141, 1905, S. 305—307 (also zeitlich zwischen dem Erscheinen der Schottkyschen und der Carathéodoryschen Arbeit) veröffentlicht, unter dem Titel „Sur les propriétés d'une etc.".

werde ich im ersten Teil (§§ 1—5) des Folgenden referieren. Im zweiten Teil (§§ 6—16) gebe ich eine Reihe von Vereinfachungen und Zusätzen zu diesen Arbeiten an und entwickele mehrere andere Resultate in der Richtung des Satzes VI.

Den Inhalt der vorliegenden Arbeit habe ich während des Sommersemesters 1906 in einer vierstündigen Vorlesung „Über den Picardschen Satz" vorgetragen, welche überdies die Begründung der Theorie der elliptischen Modulfunktionen nach Herrn Hurwitz [1]) und Herrn Schottkys elementaren Beweis des unten mit XIV bezeichneten Satzes enthielt. Ebenso wird der Leser des Folgenden, welchem die Anfangskapitel der Theorie der Modulfunktionen bekannt sind, nicht nötig haben, die in dieser Einleitung zitierten Arbeiten heranzuziehen, um den Beweisen in dieser Abhandlung folgen zu können. Auch für den Teil des Schottkyschen Satzes XIV, welcher hier in Betracht kommen wird, werde ich einen direkten Beweis mit Hilfe der Modulfunktionen angeben.

Erster Teil.

§ 1.

Die bekannten Beweise der Sätze I und VI mit Hilfe der Theorie der Modulfunktionen.

Aus der Theorie der elliptischen Funktionen kennt man eine unendlich vieldeutige analytische Funktion $\nu(y)$, welche als Quotient zweier passend gewählter Perioden des elliptischen Integrals

$$\int^{z} \frac{dz}{\sqrt{z(z-1)(z-y)}}$$

definiert ist und u. a. folgende Eigenschaften besitzt:

1. $\nu(y)$ hat nur die Punkte $y=0$, $y=1$ und $y=\infty$ zu singulären Stellen.

2. Der imaginäre Teil [2]) von $\nu(y)$ ist stets positiv.

3. Die inverse Funktion

$$y = \lambda(x)$$

ist in der Halbebene

---

[1]) „Über die Theorie der elliptischen Modulfunktionen", Mathematische Annalen. Bd. 58, 1904, S. 343—360.

[2]) Unter dem imaginären Teil $\mathfrak{J}(z)$ einer komplexen Grösse $z=\alpha+\beta i$ verstehe ich die Grösse β und setze ferner $\alpha=\mathfrak{R}(z)$.

$$\mathfrak{I}(x) > 0$$

regulär und über die Axe des Reellen nicht fortsetzbar.

4. $\lambda(x)$ ist in jener Halbebene von 0 und 1 verschieden.

Zu dieser Funktion kann man bekanntlich auch von der Theorie der linearen Differentialgleichungen aus gelangen. Für diejenigen Anwendungen, welche nur die Kenntnis irgend einer Funktion mit den Eigenschaften 1., 2. oder 1., 2., 3., 4. erfordern, ergibt sich die Existenz einer solchen auch aus dem allgemeinen Schwarzschen Satze von der Möglichkeit der konformen Abbildung eines von endlich vielen Bogen analytischer Kurven begrenzten Flächenstückes auf eine Halbebene, wenn man ein passend gewähltes Kreisbogendreieck auf eine Halbebene abbildet und das Symmetrieprinzip anwendet; so verfährt Herr Osgood[1]) zum Beweise der Picardschen Sätze I und III.

Betrachtet man den Periodenquotienten als Funktion $\omega(y)$ der sogenannten absoluten Invariante (an Stelle des Modulquadrates), so hat diese Funktion $\omega(y)$ bekanntlich die drei ersten (jedoch nicht die vierte) der oben für $\nu(y)$ angegebenen Eigenschaften:

1. $\omega(y)$ hat nur die Punkte $y=0$, $y=1$ und $y=\infty$ zu singulären Stellen.
2. Der imaginäre Teil von $\omega(y)$ ist stets positiv.
3. Die inverse Funktion

$$y = J(x)$$

ist in der Halbebene

$$\mathfrak{I}(x) > 0$$

regulär und über die Axe des Reellen nicht fortsetzbar.

Herr Hurwitz hat die Theorie dieser Funktion $J(x)$, also von $\omega(y)$, in der auf Seite 257, Anm. 1 zitierten Arbeit besonders einfach begründet, von der Definition

$$J(x) = \frac{\left(\frac{1}{12} + 20 \sum_{n=1}^{\infty} n^3 \frac{h^n}{1-h^n}\right)^3}{h \prod_{n=1}^{\infty} (1-h^n)^{24}}, \qquad h = e^{2\pi i x} \tag{5}$$

ausgehend. Von $\omega(y)$ zu $\nu(y)$ (d. h. zu einer Funktion mit den obigen vier Eigenschaften) kann man alsdann leicht übergehen, indem man

$$\omega\left(\frac{4}{27} \frac{(1-y+y^2)^3}{y^2(y-1)^2}\right) = \nu(y)$$

setzt.

---

[1]) „Selected topics in the general theory of functions, Lecture I, Picard's theorem, and the application of Riemann's geometric methods in the general theory of functions". Bulletin of the American mathematical society, Ser. 2, Bd. 5, 1898, S. 59—69.

Herr Picard beweist nun seinen Satz I auf folgendem Wege unter Benutzung der Eigenschaften 1. und 2. der Funktion $\nu(y)$ (an deren Stelle also auch $\omega(y)$ genommen werden kann): Es sei $F(x)$ eine ganze transzendente Funktion, welche für alle x von 0 und 1 verschieden ist. Dann ist insbesondere

$$F(0) \neq 0, \quad F(0) \neq 1.$$

In der Umgebung von $F(0)$ ist also jeder Zweig von $\nu(y)$ regulär; es sei ein solcher zu Grunde gelegt, und es werde hierin

$$y = F(x)$$

gesetzt. Dann ist

$$G(x) = \nu\big(F(x)\big)$$

jedenfalls für alle x regulär, deren absoluter Betrag hinreichend klein ist. Beschreibt nun aber x eine beliebige Bahn, so ist nach Voraussetzung auf derselben niemals $F(x)$ gleich 0 oder 1, also $G(x)$ längs derselben fortsetzbar; ferner entspricht jedem geschlossenen Wege der x-Ebene eine Kurve der y-Ebene, welche sich ohne Überschreitung der Punkte $y = 0$ und $y = 1$ in einen Punkt zusammenziehen lässt. Daher ändert sich $G(x)$ bei jenem geschlossenen Wege nicht. $G(x)$ ist also eine ganze transzendente Funktion von x. Da ferner der imaginäre Teil von $\nu(y)$ stets positiv ist, so ist stets

$$\Im\big(G(x)\big) > 0. \tag{6}$$

Wird

$$e^{iG(x)} = H(x)$$

gesetzt, so ist also $H(x)$ eine ganze transzendente Funktion, und es ist beständig

$$|H(x)| = e^{-\Im(G(x))} < 1.$$

Nach dem Liouvilleschen Satze ist also $H(x)$ eine Konstante, also auch $G(x)$ [1]) und wegen

$$F(x) = \lambda\big(G(x)\big)$$

auch $F(x)$, was zu beweisen war.

Diesen Picardschen Gedankengang habe ich nun zu folgendem Beweise des Satzes VI benutzt: Es sei $a_1 \neq 0$ und für $|x| < r$

$$F(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n + \cdots$$

[1]) Übrigens folgt dies auch schon aus (6) nach dem Casorati-Weierstrass'schen Satze, dass eine ganze transzendente Funktion, die nicht konstant ist, jedem Werte beliebig nahe kommt.

konvergent und ebenda

$$F(x) \neq 0, \quad F(x) \neq 1,$$

also insbesondere

$$a_0 \neq 0, \quad a_0 \neq 1.$$

Es sei

$$v(y) = c_0 + c_1(y - a_0) + c_2(y - a_0)^2 + \cdots \tag{7}$$

die in der Umgebung von a_0 giltige Potenzreihe für einen Zweig der Funktion $v(y)$. In diese Potenzreihe werde

$$y = F(x)$$

eingesetzt. Die so entstehende Funktion

$$G(x) = v\big(F(x)\big) = c_0 + c_1(a_1 x + a_2 x^2 + \cdots) + c_2(a_1 x + a_2 x^2 + \cdots)^2 + \cdots$$

ist in einer gewissen Umgebung von $x = 0$ regulär und durch die Potenzreihe darstellbar, die sich durch Zusammenfassen der Glieder mit gleichen Exponenten ergibt; also ist

$$G(x) = c_0 + c_1 a_1 x + (c_1 a_2 + c_2 a_1^2) x^2 + \cdots \tag{8}$$

Die Funktion $G(x)$ ist nun für $|x| < r$ regulär, da nach Voraussetzung jeder geschlossenen Kurve in diesem Kreise eine geschlossene Kurve der y-Ebene entspricht, welche sich ohne Überschreiten von $y = 0$ und $y = 1$ in einen Punkt zusammenziehen lässt. Daher ist die Potenzreihe auf der rechten Seite von (8) mindestens für $|x| < r$ konvergent. Wird nun

$$e^{iG(x)} = H(x)$$

gesetzt, so ist $H(x)$ für $|x| < r$ regulär und genügt ebenda der Relation

$$|H(x)| < 1;$$

ferner folgt aus

$$e^{c_0 i + c_1 a_1 i x + \cdots} = H(x),$$

dass die Anfangsglieder von $H(x)$ lauten:

$$H(x) = e^{c_0 i} + e^{c_0 i} c_1 a_1 i x + \cdots$$

Nach dem Satze von Cauchy ist nun

$$|e^{c_0 i} c_1 a_1 i| \leq \frac{\text{Maximum von } |H(x)| \text{ für } |x| = \frac{r}{2}}{\frac{r}{2}} < \frac{1}{\frac{r}{2}},$$

$$r\,|e^{c_0 i} c_1 a_1| < 2.$$

Nach Voraussetzung ist

$$a_1 \neq 0;$$

es ist ferner

$$e^{c_0 i} \neq 0;$$

endlich ist

$$c_1 \neq 0,$$

da nach der Eigenschaft 3. von $\nu(y)$ die inverse Funktion $\lambda(x)$ eindeutig ist. Daher ist

$$r < \frac{2}{e^{c_0 i} c_1 a_1}. \tag{9}$$

Die rechte Seite von (9) hängt nur von a_0 und a_1 ab, womit der Satz VI bewiesen ist.

Da hier nur die Eigenschaften 1., 2., 3. von $\nu(y)$ benutzt werden, kann $\nu(y)$ auch durch $\omega(y)$ ersetzt werden. Übrigens ist bemerkenswert[1]), dass sich die Kenntnis der Eigenschaft 3. entbehren lässt. In der Tat sei

$$c_1 = 0$$

und in (7) c_m der erste nicht verschwindende Koeffizient hinter c_1. Dann ist

$$G(x) = c_0 + c_m \left(a_1 x + a_2 x^2 + \cdots\right)^m + c_{m+1} \left(a_1 x + a_2 x^2 + \cdots\right)^{m+1} + \cdots$$

$$= c_0 + c_m a_1^m x^m + \cdots,$$

$$H(x) = e^{c_0 i} + e^{c_0 i} c_m a_1^m i x^m + \cdots;$$

x^m hat in $H(x)$ den nicht verschwindenden Koeffizienten $e^{c_0 i} c_m a_1^m i$, und die Anwendung des Cauchyschen Satzes ergibt

$$\left| e^{c_0 i} c_m a_1^m i \right| < \frac{1}{\left(\frac{r}{2}\right)^m},$$

$$r < \frac{2}{\sqrt[m]{\left| e^{c_0 i} c_m a_1^m \right|}}.$$

§ 2.

Inhaltsangabe der Hurwitzschen Arbeit.

Ich bemerkte schon, dass der obige Beweis des Satzes VI wörtlich derselbe bleibt, wenn statt $\nu(y)$ die Funktion $\omega(y)$ angewendet wird. Herr Hurwitz schlägt diesen Weg ein, und mit Hilfe einer

[1]) Vielleicht lässt sich einmal die Theorie einer Funktion mit den Eigenschaften 1. und 2. (ohne 3.) noch einfacher begründen als die Theorie von $\nu(y)$ oder $\omega(y)$.

seiner früher entwickelten Relationen über $\omega(y)$ gelingt es ihm, die rechte Seite der Gleichung (9) durch den absoluten Betrag einer Funktion zu ersetzen, welche von a_0 und a_1 algebraisch abhängt. Nachdem Herr Hurwitz in Nr. 1 seiner Arbeit bekannte Sätze über Modulfunktionen wiederholt hat, gelangt er nämlich in Nr. 2 zu dem

Satz VII[1]: Wenn für $|x| < r$

$$F(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots$$

(wo $a_1 \neq 0$ ist) konvergent, $\neq 0$ und $\neq 1$ ist, so ist

$$r \leqq 22 \frac{1}{|a_1|} \sqrt[3]{|a_0|^2} \sqrt{|a_0 - 1|}. \tag{10}$$

Mit andern Worten, es ist

$$\varphi(a_0, a_1) < 22 \frac{1}{|a_1|} \sqrt[3]{|a_0|^2} \sqrt{|a_0 - 1|}. \tag{11}$$

Herr Hurwitz gibt übrigens auch an[2], dass in (10) [also auch in (11)] die Konstante 22 durch 16 ersetzt werden kann.

Ganz ebenso beweist er alsdann den

Satz VIII: Es sei

$$a_1 = a_2 = \cdots = a_{n-1} = 0$$

und

$$a_n \neq 0.$$

Wenn für $|x| < r$

$$F(x) = a_0 + a_n x^n + a_{n+1} x^{n+1} + \cdots$$

konvergiert und $\neq 0$, $\neq 1$ ist, so ist

$$r \leqq \sqrt[n]{\frac{22}{|a_n|} \sqrt[3]{|a_0|^2} \sqrt{|a_0 - 1|}}.$$

Durch Anwendung des Satzes VII auf die Funktion

$$\frac{F(x) - a}{b - a}$$

erschliesst er ferner unmittelbar den

Satz IX: Es sei

$$a \neq b, \quad a_1 \neq 0.$$

Wenn für $|x| < r$

$$F(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots$$

[1] Ich numeriere die Sätze des Textes fortlaufend und übertrage sie sämtlich in eine einheitliche Ausdrucks- und Bezeichnungsweise.

[2] Der Beweis ist leicht zu ergänzen.

konvergiert, $\neq a$ und $\neq b$ ist, so ist

$$r < \frac{22}{\sqrt[6]{|b-a|}} \, \frac{1}{|a_1|} \sqrt[3]{|a_0-a|^2} \sqrt{|a_0-b|}$$

und (da a und b symmetrisch auftreten)

$$r < \frac{22}{\sqrt[6]{|a-b|}} \, \frac{1}{|a_1|} \sqrt[3]{|a_0-b|^2} \sqrt{|a_0-a|}.$$

In Nr. 3 beweist Herr Hurwitz unter abermaliger Anwendung der Theorie der Modulfunktionen den

Satz X: Wenn

$$F(x) = 1 + a_1 x + \cdots$$

für $|x| < r$ konvergiert und wenn $F(x)$ dort — abgesehen vom Punkte $x = 0$ — von 0 und 1 verschieden ist, so ist

$$r < \frac{58}{|a_1|}.$$

Daraus folgte unmittelbar sein

Satz XI: Wenn

$$F(x) = a + a_1 x + \cdots$$

für $|x| < r$ konvergiert und für $0 < |x| < r$ von a und b verschieden ist, so ist

$$r < \frac{58\,|b-a|}{|a_1|}.$$

In Nr. 4 beweist Herr Hurwitz durch nochmalige Heranziehung der Modulfunktionen den

Satz XII: Die ganze rationale Funktion

$$f(x) = \alpha_0 x^n + \alpha_1 x^{n-1} + \cdots + \alpha_n \qquad (\alpha_0 \neq 0)$$

sei für $|x| > r$ von 0 und von 1 verschieden. Es sei

$$\frac{1}{\sqrt[n]{f(x)}} = \frac{c_1}{x} + \frac{c_2}{x^2} + \cdots + \frac{c_m}{x^m} + \cdots$$

Dann ist

$$r^m \geq \frac{1}{\sqrt[n]{12^3}} \, |c_m| \qquad (m = 1, 2, \cdots, n) \tag{12}$$

und

$$r^{n+1} \geq \frac{1}{\sqrt[n]{12^3}} \left| c_{n+1} + \frac{31}{72\,n} \frac{c_1}{\alpha_0} \right|. \,^{1)} \tag{13}$$

[1] Ich korrigiere hier einen kleinen Rechenfehler auf Seite 250, Z. 7 im Beweise und auf Seite 250, Z. 16 im Wortlaute des Satzes, wo c_1 statt $\frac{c_1}{\alpha_0}$ steht.

Da

$$c_1 = \frac{1}{\sqrt[n]{\alpha_0}}, \quad c_2 = -\frac{1}{n}\,\frac{\alpha_1}{\alpha_0 \sqrt[n]{\alpha_0}}, \quad c_3 = \frac{1}{2n^2}\,\frac{(n+1)\,\alpha_1^2 - 2n\,\alpha_0\,\alpha_2}{\alpha_0^2 \sqrt[n]{\alpha_0}}$$

ist, lauten die ersten dieser Relationen:

$$r \geqq \frac{1}{\sqrt[n]{12^3\,|\alpha_0|}}, \tag{14}$$

$$r^2 > \frac{1}{\sqrt[n]{12^3\,|\alpha_0|}} \cdot \left|\frac{\alpha_1}{n\,\alpha_0}\right|,$$

$$r^3 > \frac{1}{\sqrt[n]{12^3\,|\alpha_0|}} \cdot \frac{|(n+1)\,\alpha_1^2 - 2n\,\alpha_0\,\alpha_2|}{2n^2\,|\alpha_0|^2}.$$

Herr Hurwitz bemerkt noch, dass sich die erste derselben, (14), elementar folgendermassen verifizieren lässt. Das Produkt $\left|\frac{\alpha_n}{\alpha_0}\right|$ der absoluten Beträge der Wurzeln von

$$f(x) = 0$$

ist $\leqq r^n$, ebenso das Produkt $\left|\frac{\alpha_n - 1}{\alpha_0}\right|$ der absoluten Beträge der Wurzeln von

$$f(x) = 1.$$

Da von den beiden Zahlen $|\alpha_n|$ und $|\alpha_n - 1|$ mindestens eine $\geqq \frac{1}{2}$ ist, ist

$$r^n > \frac{1}{2\,|\alpha_0|} > \frac{1}{12^3\,|\alpha_0|},$$

$$r > \frac{1}{\sqrt[n]{12^3\,|\alpha_0|}}.$$

In Nr. 5 entdeckt Herr Hurwitz eine wichtige Anwendung des Satzes IX, nachdem er ihm zuvor (durch Verlegung des Nullpunktes von 0 nach x_0) folgenden Wortlaut gegeben hat[1]):

Satz XIII: Es sei $F(x)$ für $x = x_0$ regulär und

$$F'(x_0) \neq 0.$$

Beschreibt man um den Punkt x_0 als Mittelpunkt einen Kreis mit dem Radius

$$\frac{22}{\sqrt[6]{|b-a|}} \sqrt[6]{\frac{|(F(x_0)-a)^4\,(F(x_0)-b)^3|}{|F'(x_0)|^6}},$$

[1]) Entsprechend modifiziert er auch den Wortlaut des Satzes XI.

so befindet sich in diesem Kreise entweder eine singuläre Stelle von $F(x)$ oder eine Stelle, an welcher $F(x)$ den Wert a annimmt, oder eine Stelle, an welcher $F(x)$ den Wert b annimmt.

Mit Hilfe dieses Satzes XIII entwickelt nun Herr Hurwitz einen höchst einfachen Beweis des Picardschen Satzes II; wegen der Anwendung von XIII ist dieser Beweis nicht elementar; er ist jedoch viel kürzer als der Picardsche Beweis mit Modulfunktionen. Wie aus der Bemerkung auf S. 252, Z. 12—15 hervorgeht, hat Herr Hurwitz auch erkannt, dass sich der Picardsche Satz III auf ganz analogem Wege mit Hilfe von XIII beweisen lässt. Dies werde ich später benutzen: ich werde in § 6 mit möglichst geringen Voraussetzungen aus der Theorie der Modulfunktionen einen Satz entwickeln, welcher für die Anwendungen dasselbe leistet wie der Hurwitzsche Satz XIII, und alsdann in § 9 durch Verbindung dieses Satzes mit den Betrachtungen am Ende der Hurwitzschen Arbeit diejenige Beweisanordnung für den Satz III angeben, welche mir zur Zeit als die einfachste erscheint, wenn man die Elemente der Theorie der Modulfunktionen benutzt.

§ 3.

Inhaltsangabe der Schottkyschen Arbeit.

Herr Schottky beweist in § 1 seiner Arbeit die bekannten Hadamard-Borelschen Ungleichheitsbeziehungen zwischen dem absoluten Betrage und dem reellen Teil einer analytischen Funktion mit Hilfe des Poissonschen Integralsatzes und entwickelt einige andere Hilfssätze. Im § 2 beweist er, lediglich unter Benutzung jener elementarfunktionentheoretischen Hilfsmittel, den folgenden grundlegenden Satz[1]):

Satz XIV: Es sei

$$F(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n + \cdots$$

für $|x| < r$ regulär, von 0 und von 1 verschieden. Es sei $\varkappa$ die durch a_0 wohlbestimmte positive Konstante:

$$\varkappa = \text{Min.}\left(|\operatorname{Log} a_0|, \ |\operatorname{Log}(1-a_0)|, \ \left|\operatorname{Log}\frac{a_0-1}{a_0}\right|\right),$$

wo $\operatorname{Log} z$ der reduzierte Wert[2]) des Logarithmus ist. Es sei

$$f(x) = \log F(x)$$

[1]) Bei dessen Wiedergabe setze ich, was für meine Zwecke ausreicht und im Übrigen keine Einschränkung der Allgemeinheit ist, die von Herrn Schottky mit a, b, c, x_0 bezeichneten Grössen $= 0, 1, \infty, 0$.

[2]) d. h. der Wert, dessen imaginärer Teil zwischen $-\pi$ (exkl.) und π (inkl.) liegt.

diejenige für $|x| < r$ reguläre Funktion, welche durch die Gleichungen

$$e^{f(x)} = F(x),$$

$$f(0) = \operatorname{Log} a_0$$

eindeutig bestimmt ist. Dann ist für $|x| < r$

$$|\log F(x)| = |f(x)| < \frac{2^{24}}{\sqrt{\varkappa}} \left(\frac{r}{r-|x|}\right)^4. \tag{15}$$

Wegen der Symmetrie der Voraussetzungen in $F(x)$, $1-F(x)$ und $\frac{F(x)-1}{F(x)}$ ergibt sich gleichzeitig: Wenn die Funktionen $\log\big(1-F(x)\big)$ und $\log \frac{F(x)-1}{F(x)}$ so definiert sind, dass sie für $x=0$ reduzierte Werte annehmen, so ist im Kreise $|x| < r$

$$\left|\log\big(1-F(x)\big)\right| < \frac{2^{24}}{\sqrt{\varkappa}} \left(\frac{r}{r-|x|}\right)^4$$

$$\left|\log \frac{F(x)-1}{F(x)}\right| < \frac{2^{24}}{\sqrt{\varkappa}} \left(\frac{r}{r-|x|}\right)^4.$$

Herr Schottky zeigt nun in § 3 zunächst, dass in seinem Satze XIV der Picardsche Satz I und mein Satz VI enthalten sind, für die er also eine neue und elegante elementare Beweisanordnung gefunden hat.

In der Tat ist für $|x| \leqq \frac{r}{2}$ nach (15)

$$|f(x)| < \frac{2^{28}}{\sqrt{\varkappa}}; \tag{16}$$

wenn aber $F(x)$ eine ganze transzendente, nicht konstante Funktion wäre, die nirgends $=0$ oder $=1$ ist, so kann r beliebig gross gewählt werden, und $f(x)$ wäre eine ganze transzendente, nicht konstante Funktion, deren absoluter Betrag in der ganzen Ebene unterhalb einer endlichen Schranke verbliebe, was unmöglich ist. Dies ist der Picardsche Satz I.

Ferner ist

$$f(x) = \operatorname{Log} a_0 + \frac{a_1}{a_0} x + \cdots;$$

wenn also $F(x)$ für $|x| < r$ regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$ ist, so ist nach (16)

$$\left|\frac{a_1}{a_0}\right| < \frac{\text{Maximum von } |f(x)| \text{ für } |x| \leqq \frac{r}{2}}{\frac{r}{2}}$$

$$< \frac{2}{r} \cdot \frac{2^{28}}{\sqrt{\varkappa}},$$

also, falls

$$a_1 \neq 0$$

angenommen wird,

$$r < \frac{2^{29}}{\sqrt{\varkappa}} \, \frac{|a_0|}{|a_1|}.$$

Dies ist mein Satz VI.

Im Satz XIV liegt ferner der folgende Satz enthalten, welcher vor Herrn Schottky nicht bekannt war:

Satz XV: Wenn

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots$$

für $|x| < r$ regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$ ist und $M\left(\frac{r}{2}\right)$ das Maximum von $|F(x)|$ für $|x| < \frac{r}{2}$ bezeichnet, so ist

$$M\left(\frac{r}{2}\right) < \Omega(a_0),$$

wo $\Omega(a_0)$ eine nur von a_0 abhängige Funktion bezeichnet.

Derselbe Satz gilt, wenn statt $\frac{r}{2}$ die Grösse ϑr gesetzt wird, wo ϑ eine beliebige zwischen 0 und 1 gelegene Konstante bezeichnet.

In der Tat folgt aus (15) für $|x| \leq \vartheta r$

$$|F(x)| = e^{\Re(\log F(x))} < e^{|\log F(x)|} < e^{\frac{2^{24}}{\sqrt{\varkappa}}\left(\frac{1}{1-\vartheta}\right)^4} = \Omega(a_0).$$

Aus XV folgt noch der weitere wichtige

Satz XVI: Wenn a_0 und a_n gegeben sind (wo n irgend eine Zahl ≥ 1 ist) und $a_n \neq 0$ ist, so gibt es eine nur von a_0 und a_n abhängende positive Grösse

$$R = R(a_0, a_n),$$

so dass jede Potenzreihe

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n + \cdots$$

welche für $|x| < R$ konvergiert, ebenda mindestens einmal $= 0$ oder $= 1$ ist.

Dies war vor Herrn Schottky nur in den beiden Fällen bekannt:

1) $$n = 1\text{ [1]},$$

2) $n > 1$ und

$$a_1 = a_2 = \cdots = a_{n-1} = 0\text{ [2]}.$$

Aus dem Satze XV folgt es allgemein; denn es ist, falls $F(x)$ für $|x| < r$ konvergiert und weder 0 noch 1 ist,

[1] s. Satz VI.
[2] s. Satz VIII.

$$M\left(\frac{r}{2}\right) < \Omega(a_0),$$

also

$$|a_n| < \frac{M\left(\frac{r}{2}\right)}{\left(\frac{r}{2}\right)^n} < \frac{\Omega(a_0)}{\left(\frac{r}{2}\right)^n},$$

$$r < 2\sqrt[n]{\frac{\Omega(a_0)}{|a_n|}} = R(a_0, a_n).$$

Übrigens erwähnt Herr Schottky diese unmittelbaren Folgerungen XV und XVI aus XIV nicht besonders; die Hauptanwendung des Satzes XIV, welche den grössten Teil des § 3 seiner Arbeit ausfüllt, besteht vielmehr darin, dass Herr Schottky zum ersten Male einen elementaren (d. h. von der Theorie der Modulfunktionen unabhängigen) Beweis des Picardschen Satzes III erbringt. Während der acht Jahre seit dem Erscheinen von Herrn Borels elementarem Beweise des Picardschen Satzes I hatte diese Aufgabe allen Anstrengungen widerstanden.[1]

§ 4.

Inhaltsangabe der Carathéodoryschen Arbeit.[2]

Aus Herrn Carathéodorys auf Seite 256 zitierten Arbeit hebe ich zunächst hervor, dass er die Funktion $\varphi(a_0, a_1)$, deren Existenz ich bewiesen hatte, explizit bestimmt hat. Ich will seine Untersuchung ausführlich reproduzieren (in meine Bezeichnungsweise übertragen), da ich von seinem Gedankengang mehrfach Gebrauch machen werde. Herr Carathéodory bewies den

Satz XVII: Es ist

$$\varphi(a_0, a_1) = \frac{2\,\Im(\nu(a_0))}{|a_1|\,|\nu'(a_0)|}, \tag{17}$$

wo

$$\nu(y) = \nu(a_0) + \nu'(a_0)(y - a_0) + \cdots$$

ein beliebiger Zweig der inversen Modulfunktion ist.

Dass die rechte Seite der Gleichung (17) unabhängig von dem gewählten Zweige der inversen Modulfunktion ist, ist leicht verifizierbar. Denn bekanntlich ergeben sich alle Zweige N aus einem, ν, durch die Substitutionen

[1]) Vergl. die historischen Bemerkungen am Ende der Schottkyschen Note „Bemerkung zu meiner Mitteilung: Über den Picardschen Satz und die Borelschen Ungleichungen", Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin, 1906, S. 32—36.

[2]) Es kommen hier nur einige Teile dieser kurzen, aber inhaltsreichen Note in Betracht.

$$N = \frac{\alpha \nu + \beta}{\gamma \nu + \delta},$$

wo $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ gewisse reelle (sogar ganze) Zahlen sind, für welche

$$\alpha \delta - \beta \gamma = 1$$

ist. Daraus folgt, wenn N', ν' die Ableitungen nach y bezeichnen, $\bar{\nu}$ die zu ν konjugierte Grösse,

$$N' = \frac{\nu'}{(\gamma \nu + \delta)^2},$$

$$|N'| = \frac{|\nu'|}{|\gamma \nu + \delta|^2},$$

$$\mathfrak{J}(N) = \mathfrak{J}\left(\frac{(\alpha \nu + \beta)(\gamma \bar{\nu} + \delta)}{(\gamma \nu + \delta)(\gamma \bar{\nu} + \delta)}\right) = \frac{\mathfrak{J}\left((\alpha \nu + \beta)(\gamma \bar{\nu} + \delta)\right)}{|\gamma \nu + \delta|^2} =$$

$$= \frac{-(\alpha \mathfrak{R}(\nu) + \beta)\gamma \mathfrak{J}(\nu) + \alpha \mathfrak{J}(\nu)(\gamma \mathfrak{R}(\nu) + \delta)}{|\gamma \nu + \delta|^2} = \frac{\mathfrak{J}(\nu)}{|\gamma \nu + \delta|^2},$$

$$\frac{2\,\mathfrak{J}(N)}{|N'|} = \frac{2\,\mathfrak{J}(\nu)}{|\nu'|}.$$

Der Satz XVII wird nun folgendermassen bewiesen:

1. Es sei

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots$$

für $|x| < r$ regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$; es sei

$$\nu(y) = c_0 + c_1 (y - a_0) + \cdots$$

ein beliebiger Zweig der Funktion $\nu(y)$, also

$$\nu(a_0) = c_0, \quad \nu'(a_0) = c_1 \neq 0;$$

es sei

$$G(x) = \nu\big(F(x)\big) = c_0 + c_1 a_1 x + \cdots$$

Dann ist für $|x| < r$

$$\mathfrak{J}\big(G(x)\big) > 0.$$

Es werde

$$H(x) = \frac{G(x) - c_0}{G(x) - \bar{c}_0} = \frac{c_1 a_1 x + \cdots}{2\,\mathfrak{J}(c_0)\, i + \cdots} \tag{18}$$

gesetzt; dann ist für $|x| < r$

$$|H(x)| < 1.$$

Nun ist

$$H(x) = \frac{c_1 a_1}{2\,\mathfrak{J}(c_0)\, i}\, x + \cdots,$$

also nach dem Cauchyschen Satze für alle positiven $\varrho < r$

$$\left|\frac{c_1 a_1}{2\,\Im(c_0)\, i}\right| < \frac{1}{\varrho},$$

$$\varrho < \frac{2\,\Im(c_0)}{|c_1 a_1|};$$

daher ist

$$r < \frac{2\,\Im(c_0)}{|c_1 a_1|} = \frac{2\,\Im(\nu(a_0))}{|a_1|\,|\nu'(a_0)|}.$$

2. Folgende spezielle Funktion

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots$$

ist für

$$|x| < \frac{2\,\Im(\nu(a_0))}{|a_1|\,|\nu'(a_0)|} = \Gamma$$

regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$.[1] $G(x)$ werde mit Hilfe der Gleichung (18) so bestimmt, dass

$$H(x) = \frac{c_1 a_1}{2\,\Im(c_0)\, i}\, x$$

ist, d. h. es werde

$$G(x) = \frac{c_0 - \overline{c_0}\, H(x)}{1 - H(x)} = \frac{c_0 - \overline{c_0}\, \frac{c_1 a_1}{2\,\Im(c_0)\, i}\, x}{1 - \frac{c_1 a_1}{2\,\Im(c_0)\, i}\, x}$$

gesetzt. Es ist für $|x| < \Gamma$ die Funktion $H(x)$ regulär und

$$|H(x)| < 1,$$

also $G(x)$ regulär und

$$\Im\big(G(x)\big) > 0.$$

Ferner lauten die Anfangsglieder von $G(x)$

$$G(x) = c_0 + \left(\frac{c_0 c_1 a_1}{2\,\Im(c_0)\, i} - \frac{\overline{c_0}\, c_1 a_1}{2\,\Im(c_0)\, i}\right) x + \cdots$$

$$= c_0 + c_1 a_1 x + \cdots$$

Es werde nun

$$F(x) = \lambda\big(G(x)\big)$$

gesetzt, wo λ die auf Seite 257 angegebene Bedeutung hat. Nach den Eigenschaften 3. und 4. der Funktion $\lambda(x)$ ist $F(x)$ für $|x| < r$ regulär, von 0 und von 1 verschieden. Ferner lauten die Anfangskoeffizienten von

---

[1] Es würde genügen, für jedes positive $\delta < \Gamma$ eine für $|x| < \Gamma - \delta$ reguläre Funktion mit den obigen Eigenschaften anzugeben. Zufällig gibt es eine einzige Funktion, welche für alle δ brauchbar ist.

$$F(x) = \lambda\big(G(0)\big) + \lambda'\big(G(0)\big)\, G'(0)\, x + \cdots$$

folgendermassen:

$$\lambda\big(G(0)\big) = \lambda(c_0) = a_0,$$

$$\lambda'\big(G(0)\big)\, G'(0) = \lambda'(c_0)\, c_1\, a_1 = \left(\frac{d\lambda}{dz}\right)_{\substack{z = c_0 \\ \lambda = a_0}} \cdot \left(\frac{dz}{d\lambda}\right)_{\substack{z = c_0 \\ \lambda = a_0}} \cdot a_1 = a_1,$$

so dass $F(x)$ alle geforderten Eigenschaften besitzt.

Damit ist der Satz XVII bewiesen.

Herr Carathéodory bewies ferner den Schottkyschen Satz XV und damit XVI auf folgendem Wege, bei dem das charakteristische in der Anwendung des bekannten Satzes[1]) liegt:

„Wenn

$$H(x) = d_1 x + d_2 x^2 + \cdots,$$

wo also

$$H(0) = 0$$

ist, für $|x| < r$ konvergiert und wenn ebenda

$$|H(x)| < \beta$$

ist, so ist für $|x| < r$ sogar

$$|H(x)| < \frac{|x|}{r}\, \beta\text{“}.$$

In der Tat ist nach Voraussetzung $\frac{H(x)}{x}$ für $|x| < r$ regulär; für $\varrho < |x| < r$, wo $0 < \varrho < r$ ist, ist nun

$$\left|\frac{H(x)}{x}\right| < \frac{\beta}{\varrho};$$

also ist für $|x| < r$

$$\left|\frac{H(x)}{x}\right| < \frac{\beta}{\varrho},$$

$$|H(x)| < \frac{\beta}{\varrho}\, |x|.$$

Hierin ist ϱ eine beliebige positive Grösse $< r$; daher ist auch

$$|H(x)| < \frac{|x|}{r}\, \beta.$$

Es sei nun

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots$$

für $|x| < r$ regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$,

$$\omega(y) = c_0 + c_1 (y - a_0) + \cdots$$

[1]) Vergl. Schwarz, „Zur Theorie der Abbildung“. Programm der eidgenössischen polytechnischen Schule in Zürich für das Schuljahr 1869/70, S. 2; Gesammelte mathematische Abhandlungen, Bd. 2, S. 110–111.

ein beliebiger Zweig dieser Funktion [1]),

$$G(x) = \omega\big(F(x)\big) = c_0 + c_1 a_1 x + \cdots,$$

$$H(x) = \frac{G(x) - c_0}{G(x) - \overline{c}_0} = d_1 x + d_2 x^2 + \cdots$$

Dann ist für $|x| < r$ die Funktion $H(x)$ regulär und

$$|H(x)| < 1,$$

also nach dem auf Seite 271 zitierten Satz für

$$|x| \leqq \vartheta r,$$

wo ϑ ein echter Bruch ist,

$$|H(x)| \leqq \vartheta. \tag{19}$$

Nun ist

$$G(x) = \frac{c_0 - \overline{c}_0 H(x)}{1 - H(x)} = \Re(c_0) + \Im(c_0)\, i\, \frac{1 + H(x)}{1 - H(x)},$$

$$\Im\big(G(x)\big) = \Im(c_0)\, \Re\left(\frac{1 + H(x)}{1 - H(x)}\right),$$

also, wenn

$$H(x) = \sigma e^{\varphi i}$$

gesetzt wird,

$$\Im\big(G(x)\big) = \Im(c_0)\, \Re\left(\frac{1 + \sigma\cos\varphi + \sigma i \sin\varphi}{1 - \sigma\cos\varphi - \sigma i\sin\varphi}\right) = \Im(c_0)\, \frac{1 - \sigma^2}{1 - 2\sigma\cos\varphi + \sigma^2},$$

$$\Im\big(G(x)\big) \leqq \Im(c_0)\, \frac{1 - \sigma^2}{1 - 2\sigma + \sigma^2} = \Im(c_0)\, \frac{1 + \sigma}{1 - \sigma} < \Im(c_0)\, \frac{2}{1 - \sigma},$$

$$\Im\big(G(x)\big) \geqq \Im(c_0)\, \frac{1 - \sigma^2}{1 + 2\sigma + \sigma^2} = \Im(c_0)\, \frac{1 - \sigma}{1 + \sigma} > \Im(c_0)\, \frac{1 - \sigma}{2}.$$

Nach (19) ist

$$\sigma < \vartheta,$$

also

$$\Im(c_0)\, \frac{1 - \vartheta}{2} < \Im\big(G(x)\big) < \Im(c_0)\, \frac{2}{1 - \vartheta}.$$

Wenn nun

$$\alpha \leqq \Im(z) \leqq \beta$$

ist, wo $\alpha > 0$ ist, so liegt der absolute Betrag der Modulfunktion $J(z)$ unterhalb einer festen, nur von α und β abhängenden Schranke [2]); denn

$$h = e^{2\pi i z}$$

[1]) Man kann hier auch $\nu(y)$ benutzen, was Herr Carathéodory tut; für spätere Zwecke wende ich im Text $\omega(y)$ an.

[2]) Im vorliegenden Fall liegt übrigens auch der reelle Teil von $z = G(x)$ zwischen zwei endlichen Schranken.

gehört alsdann einem Kreisringe

$$e^{-2\pi\beta} \leq |h| \leq e^{-2\pi\alpha}$$

an, dessen Radien > 0 und < 1 sind. Im vorliegenden Falle ist

$$F(x) = J\bigl(G(x)\bigr),$$

und der imaginäre Teil von $G(x)$ liegt oberhalb einer positiven und unterhalb einer endlichen Funktion von a_0. Daher ist für $|x| \leqq \vartheta r$

$$|F(x)| < \Omega(a_0),$$

was zu beweisen war.

Ich verdanke einer freundlichen Mitteilung des Herrn Hartogs folgende elegante Interpretation der rechten Seite von Herrn Carathéodorys Formel

$$\varphi(a_0, a_1) = \frac{2\,\Im\bigl(\nu(a_0)\bigr)}{|a_1|\,|\nu'(a_0)|}.$$

Es handelt sich natürlich lediglich darum, die Abhängigkeit von a_0 in anderer Weise darzustellen.

Es ist unter Anwendung der bekannten Weierstrass'schen Bezeichnungen, wenn $\frac{\omega'}{\omega}$ einen beliebigen, dem Modulquadrat a_0 entsprechenden Periodenquotienten bedeutet, gestattet,

$$c_0 = \nu(a_0) = \frac{\omega'}{\omega}$$

zu setzen, so dass, wenn die Grössen e_1, e_2, e_3 eingeführt werden [1],

$$e_1 + e_2 + e_3 = 0,$$

$$\frac{e_2 - e_3}{e_1 - e_3} = a_0$$

ist. Es besteht alsdann die bekannte Gleichung

$$\pi i \frac{d \log a_0}{d c_0} = 4\,\omega^2 (e_2 - e_1);$$

also ist

$$\pi i \frac{d a_0}{d c_0} = 4\,\omega^2 a_0 (e_2 - e_1),$$

$$\frac{1}{\nu'(a_0)} = \frac{1}{\frac{d c_0}{d a_0}} = \frac{4\,\omega^2 a_0 (e_2 - e_1)}{\pi i},$$

$$\left|\frac{1}{\nu'(a_0)}\right| = \frac{4}{\pi}\,|\omega|^2\,|e_1 - e_2|\,|a_0|;$$

[1]) Die Formeln hängen nur von den Verhältnissen dieser Grössen ab. Es steht frei, eine der Differenzen $e_1 - e_2$, $e_2 - e_3$, $e_1 - e_3$ oder die Grösse ω willkürlich zu wählen.

daher ist

$$\varphi(a_0, a_1) = \frac{8}{\pi} |\omega|^2 \Im(c_0) |e_1 - e_2| \left|\frac{a_0}{a_1}\right|. \tag{20}$$

Nun ist der Inhalt Q des durch die beiden komplexen Grössen 2ω, $2\omega'$ bestimmten Periodenparallelogramms

$$= 4 |\omega|^2 \Im\left(\frac{\omega'}{\omega}\right) = 4 |\omega|^2 \Im(c_0);$$

daher erhält man

$$\varphi(a_0, a_1) = \frac{2Q}{\pi} |e_1 - e_2| \left|\frac{a_0}{a_1}\right|. \tag{21}$$

Dies ist Herrn Hartogs' Darstellung des Carathéodoryschen Satzes. Herr Hartogs gab mir auch folgende beiden Formeln an:

1. Es ist bekanntlich

$$\frac{4\omega^2}{\pi^2}(e_1 - e_2) = \vartheta_0^4(0|c_0) = (1 - 2e^{c_0\pi i} + 2e^{4c_0\pi i} - 2e^{9c_0\pi i} + \cdots)^4,$$

also nach (20)

$$\varphi(a_0, a_1) = 2\pi \Im(c_0) |\vartheta_0^4(0|c_0)| \left|\frac{a_0}{a_1}\right|.$$

2. Wählt man speziell

$$\omega = \frac{K}{\sqrt{e_1 - e_3}},$$

$$\omega' = \frac{iK'}{\sqrt{e_1 - e_3}},$$

so geht (20) in folgende Formel über:

$$\varphi(a_0, a_1) = \frac{8}{\pi} |K|^2 \Re\left(\frac{K'}{K}\right) |a_0| |1 - a_0| \left|\frac{1}{a_1}\right|,$$

wo

$$K = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1 - t^2)(1 - a_0 t^2)}}, \qquad K' = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1 - t^2)(1 - (1 - a_0) t^2)}}$$

ist. Die beiden neuen Formeln erscheinen für praktische Zwecke geeignet, während die Formel (21) sich dadurch auszeichnet, dass alle in ihr vorkommenden Grössen von der speziellen Wahl von c_0 unabhängig, d. h. gegenüber allen in Betracht kommenden (a_0 ungeändert lassenden) linearen Transformationen des Periodenpaares invariant sind.

Endlich machte mich Herr Hartogs darauf aufmerksam, dass für $a_0 = \frac{1}{2}$ die Funktion $a_1 \varphi(a_0, a_1)$ durch bekannte Konstanten (wenn $\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)$ zu diesen gerechnet wird) in folgender Weise ausdrückbar ist:

$$\varphi\left(\frac{1}{2}, a_1\right) = \frac{1}{8\pi^2}\left(\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)\right)^4 \left|\frac{1}{a_1}\right|.$$

In der Tat ist für $a_0 = \frac{1}{2}$ ein Wert

$$e_0 = i$$

und bei geeigneter Wahl des Proportionalitätsfaktors

$$e_1 = 1, \quad e_2 = 0, \quad e_3 = -1,$$

$$\omega = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \left(\Gamma \left(\frac{1}{4} \right) \right)^2,$$

was, in (20) eingesetzt, den obigen Ausdruck ergibt.

Der Carathéodorysche Gedanke der Anwendung des Satzes auf Seite 271 ist, wie sich schon gezeigt hat, von grosser Tragweite. Ich will hier noch eine andere Anwendung jenes Gedankens angeben. Dieselbe findet sich nicht in seiner Arbeit, ist jedoch Herrn Carathéodory zuzuschreiben, da ich nur eine briefliche Andeutung von ihm interpretiere: Der Satz von S. 271, durch konforme Abbildung auf die Halbebene übertragen, sei nichts anderes als eine schärfere Fassung der Hadamard-Borelschen Ungleichheitsbeziehungen zwischen dem absoluten Betrage und dem reellen Teile einer analytischen Funktion. Es handelt sich im folgenden um den Satz:

„Wenn $F(x)$ für $|x| \leq r$ regulär ist, wenn für $|x| = r$ (also für $|x| < r$)

$$\Re(F(x)) \leq A$$

und

$$0 < A$$

ist, wenn ferner

$$0 < \varrho < r$$

ist, so ist für $|x| = \varrho$ (also für $|x| < \varrho$)

$$|F(x)| \leq 3\,|F(0)| + \frac{r+\varrho}{r-\varrho} \left(2A + |\Re(F(0))| \right)."$$

Dieser Satz wird nach den Herren Hadamard und Borel folgendermassen bewiesen: In

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

ist bekanntlich für $n > 1$

$$a_n = \frac{1}{\pi r^n} \int_0^{2\pi} \Re(F(x))\, e^{-n\varphi i}\, d\varphi,$$

wo x den Kreis $r e^{\varphi i}$ durchläuft, und, wenn

$$F(0) = a_0 = \beta + \gamma i$$

gesetzt wird.

$$\beta = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \Re\left(F(x)\right) d\varphi,$$

also für $n > 1$

$$|a_n| \leqq \frac{1}{\pi r^n}\int_0^{2\pi} |\Re\left(F(x)\right)|\, d\varphi,$$

$$|a_n| + \frac{2\beta}{r^n} \leqq \frac{1}{\pi r^n}\int_0^{2\pi}\Big(|\Re\left(F(x)\right)| + \Re\left(F(x)\right)\Big)\, d\varphi$$

$$< \frac{1}{\pi r^n}\int_0^{2\pi} 2A\, d\varphi = \frac{4A}{r^n},$$

$$|a_n| < \frac{4A + 2|\beta|}{r^n},$$

folglich für $|x| \leqq \varrho$

$$|F(x)| \leqq |a_0| + \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|\, \varrho^n < |a_0| + \sum_{n=1}^{\infty}(4A + 2|\beta|)\left(\frac{\varrho}{r}\right)^n$$

$$= |a_0| + (4A + 2|\beta|)\frac{\varrho}{r-\varrho}$$

$$\leqq |\gamma| + |\beta| + 2|\beta|\frac{\varrho}{r-\varrho} + 2A\frac{r+\varrho}{r-\varrho}$$

$$= |\gamma| + |\beta|\frac{r+\varrho}{r-\varrho} + 2A\frac{r+\varrho}{r-\varrho},$$

was zu beweisen war.

Herr Schottky[1]) hat diesen Satz mit Hilfe der Poissonschen Integralformel einfacher folgendermassen bewiesen: Es ist für $|x| \leqq \varrho$

$$F(x) = \gamma i + \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{z+x}{z-x}\,\Re\left(F(z)\right) d\varphi,$$

wo z den Kreis $r e^{\varphi i}$ durchläuft, also

$$|F(x)| < |\gamma| + \frac{1}{2\pi}\,\frac{r+\varrho}{r-\varrho}\int_0^{2\pi}|\Re\left(F(z)\right)|\, d\varphi,$$

was in Verbindung mit

$$\beta\,\frac{r+\varrho}{r-\varrho} = \frac{1}{2\pi}\,\frac{r+\varrho}{r-\varrho}\int_0^{2\pi}\Re\left(F(z)\right) d\varphi$$

ergibt:

$$|F(x)| < |\gamma| - \beta\,\frac{r+\varrho}{r-\varrho} + \frac{1}{2\pi}\,\frac{r+\varrho}{r-\varrho}\int_0^{2\pi}\Big(|\Re\left(F(z)\right)| + \Re\left(F(z)\right)\Big)\, d\varphi$$

$$\leqq |\gamma| + |\beta|\,\frac{r+\varrho}{r-\varrho} + 2A\,\frac{r+\varrho}{r-\varrho}.$$

[1]) l. c., S. 1245—1247.

Nach Herrn Carathéodory lässt sich dies nun ganz elementar und ohne Benutzung der Poissonschen Integralformel folgendermassen beweisen. Nach Voraussetzung ist für $|x| \leqq r$

$$\Re(F(x) - A) = \Re((a_0 - A) + a_1 x + \cdots) < 0,$$

also bei nicht konstantem [1] $F(x)$

$$\Re(a_0 - A) < 0;$$

wenn nun

$$\frac{F(x) - A - (a_0 - A)}{F(x) - A + (\bar{a}_0 - A)} = H(x)$$

gesetzt wird, so ist für $|x| \leqq r$ $H(x)$ regulär und

$$|H(x)| \leqq 1;$$

da

$$H(0) = 0$$

ist, so ist nach dem Satz auf Seite 271 für $|x| \leqq \varrho$

$$|H(x)| \leqq \frac{\varrho}{r};$$

da

$$F(x) = \frac{a_0 + (\bar{a}_0 - 2A)H(x)}{1 - H(x)} = \gamma i + \frac{\beta + (\beta - 2A)H(x)}{1 - H(x)}$$

ist, so ist für $|x| \leqq \varrho$

$$|F(x)| \leqq |\gamma| + \frac{|\beta| + (|\beta| + 2A)\frac{\varrho}{r}}{1 - \frac{\varrho}{r}} = |\gamma| + |\beta| \frac{r+\varrho}{r-\varrho} + 2A \frac{\varrho}{r-\varrho}$$

$$< |\gamma| + |\beta| \frac{r+\varrho}{r-\varrho} + A \frac{r+\varrho}{r-\varrho},$$

was noch schärfer ist als der zu beweisende Satz.

§ 5.

Inhaltsangabe der Boutrouxschen Arbeit.

Herr Boutroux setzt sich in seiner Arbeit das Ziel, den Schottkyschen Satz XV zu beweisen; bei Abfassung derselben war ihm das Vorhandensein der Schottkyschen Abhandlung noch nicht bekannt gewesen.[2] Herr Boutroux beweist zunächst mehrere Hilfssätze. Der erste hat den Charakter der Hadamard-Borelschen Ungleichheitsbeziehungen. Es sei hier nur der Wortlaut des zweiten Hilfssatzes angegeben, welchen Herr Boutroux mit Hilfe des ersten beweist:

[1]) Für konstantes $F(x)$ ist die Behauptung trivial.

[2]) Vergl. die Fussnote auf Seite 30 der oben (S. 256, Anm. 5) zitierten Arbeit von Herrn Boutroux.

„Die Funktion

$$\varphi(x) = 1 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \cdots$$

sei für $|x| < r$ regulär, und es sei dort

$$|\varphi(x)| < A.$$

Es sei $0 < \vartheta < 1$ und m werde so gross gewählt, dass

$$\left(\frac{1}{\vartheta}\right)^{\frac{m}{2}} > 10 \log A$$

ist. Dann ist für

$$|x| < \vartheta r \left(1 - \frac{1}{\log A}\right)^{1)}$$

$$|\alpha_m x^m| + |\alpha_{m+1} x^{m+1}| + \cdots < \vartheta^{\frac{m}{2}} A.\text{“}$$

Nachdem Herr Boutroux nun durch eine längere Kette von Schlüssen zum Schottkyschen Satz XV gelangt ist, folgert er aus diesem durch nochmalige Anwendung seines ersten Hilfssatzes (also der Beziehungen zwischen dem reellen Teile und dem absoluten Betrage einer analytischen Funktion) meinen Satz VI und den Satz XVI. Alsdann beweist er unter Anwendung des Satzes XV und des zweiten Hilfssatzes den

Satz XVIII: Wenn für $|x| < r$

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots$$

konvergiert, $\neq 0$ und $\neq 1$ ist und zwei positive Grössen $\vartheta < 1$ und ε gegeben sind, so gibt es ein nur von a_0 abhängendes m, so dass für alle x im Kreise

$$|x| < \vartheta r \left(1 - \frac{1}{\log \Omega(a_0)}\right)$$

$$|a_{m+1} x^{m+1}| + |a_{m+2} x^{m+2}| + \cdots < \varepsilon\, \Omega(a_0)$$

ist.

Zum Schluss benutzt er seine Beweismethode, um dem Satz XV den allgemeineren[2]) an die Seite zu stellen:

„Wenn

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots$$

für $|x| < r$ konvergiert und dort in höchstens p Punkten gleich 0 oder 1 ist, so liegt $M\left(\frac{3}{4} r\right)$ unterhalb einer nur von a_0 und p abhängenden Schranke“.

[1]) Es wird also stillschweigend $A > e$ angenommen.

[2]) Um den Leser nicht zu Missverständnissen zu verleiten, bemerke ich gleich hier (s. § 14), dass der folgende Wortlaut unrichtig ist.

Zweiter Teil.

§ 6.

Verallgemeinerung des Hurwitzschen Satzes VII.

Herr Hurwitz hat, um seinen Satz VII

$$\varphi(a_0, a_1) \leq \frac{A}{|a_1|} |a_0|^{\frac{2}{3}} |a_0 - 1|^{\frac{1}{2}} \tag{22}$$

zu beweisen, wo A eine absolute Konstante ist, mehrere tiefer liegende Eigenschaften der Modulfunktion benutzt, insbesondere die Gleichung

$$\frac{dJ(x)}{dx} = 4\sqrt{3}\, i\pi \sqrt[3]{(J(x))^2} \sqrt{J(x) - 1}\; h^{\frac{1}{6}} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - h^n)^4.$$

Ich will jetzt eine elementarere Begründung von (22) angeben, welche mir schon deshalb von Interesse zu sein scheint, weil sie zeigt, dass die Exponenten $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{2}$ nicht charakteristisch sind, sondern durch beliebige echte Brüche ersetzt werden können, deren Summe >1 ist. Dies wird das Endglied einer Kette von Sätzen sein, bei deren Ableitung ich übrigens von Herrn Carathéodorys genauer Bestimmung der Funktion $\varphi(a_0, a_1)$ keinen Gebrauch mache.

Satz XIX: Es ist

$$\varphi(a_0, a_1) = \frac{1}{|a_1|} \varphi(a_0, 1).$$

Beweis: Es sei für $|x| < r$

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots \qquad (a_1 \neq 0)$$

regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$. Wenn

$$x = \frac{z}{a_1},$$

$$F(x) = F\left(\frac{z}{a_1}\right) = f(z) = a_0 + z + \cdots$$

gesetzt wird, so ist $f(z)$ für $|z| < |a_1| r$ regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$. Umgekehrt: ist

$$f(z) = a_0 + z + \cdots$$

für $|z| < |a_1| r$ regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$, so ist

$$F(x) = f(a_1 x) = a_0 + a_1 x + \cdots$$

für $|x| < r$ regulär und $\neq 0$, $\neq 1$. Daher ist

$$\varphi(a_0, a_1) = \frac{1}{|a_1|} \varphi(a_0, 1).$$

Dieser fast selbstverständliche Satz führt das Studium der Funktion zweier Argumente $\varphi(a_0, a_1)$ auf das der Funktion eines Argumentes $\varphi(a_0, 1)$ zurück. Ich schreibe kürzer α statt a_0 und setze

$$\varphi(\alpha, 1) = \varphi(\alpha).$$

Ich stelle mir also das Problem, obere Schranken für $\varphi(\alpha)$ mit Hilfe einfacher Funktionen herzustellen. Nach Definition ist $\varphi(\alpha)$ der Radius desjenigen Kreises um den Nullpunkt, für welchen

$$F(x) = \alpha + x + \cdots$$

in keinem grösseren, wohl aber in jedem kleineren konzentrischen Kreise regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$ sein kann. Aus der Definition folgt, dass

$$\varphi(0) = 0,$$

$$\varphi(1) = 0,$$

dagegen für $\alpha \neq 0$, $\alpha \neq 1$

$$\varphi(\alpha) > 0$$

ist.

Satz XX: Es ist

$$\varphi(1 - \alpha) = \varphi(\alpha).$$

Beweis: Es sei für $|x| < r$

$$F(x) = \alpha + x + \cdots$$

regulär, $\neq 0$, $\neq 1$; dann ist

$$1 - F(-x) = 1 - \alpha + x + \cdots$$

für $|x| < r$ regulär, $\neq 0$, $\neq 1$ und umgekehrt, woraus die Behauptung folgt.

Satz XXI: Für $\alpha \neq 0$ ist

$$\varphi(\alpha) = |\alpha|^2 \varphi\left(\frac{1}{\alpha}\right).$$

Beweis: Es sei für $|x| < r$

$$F(x) = \alpha + x + \cdots$$

regulär, $\neq 0$, $\neq 1$; dann ist

$$\frac{1}{F(x)} = \frac{1}{\alpha} - \frac{x}{\alpha^2} + \cdots$$

gleichfalls für $|x| < r$ regulär, $\neq 0$, $\neq 1$; also ist

$$f(x) = \frac{1}{F(-\alpha^2 x)} = \frac{1}{\alpha} + x + \cdots$$

für $|x| < \frac{r}{|\alpha|^2}$ regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$. Umgekehrt sei

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} + \cdot x + \cdots$$

für $|x| < \frac{r}{|\alpha|^2}$ regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$; dann ist

$$F(x) = \frac{1}{f\left(-\frac{x}{\alpha^2}\right)} = \alpha + \cdot x + \cdots$$

für $|x| < r$ regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$, womit der Satz bewiesen ist.

Der Satz XXI gestattet, $\varphi(\alpha)$ abzuschätzen (oder zu bestimmen), sobald diese Aufgabe für $|\alpha| \leq 1$ (oder für $|\alpha| \geq 1$) gelöst ist; der Satz XX gestattet, dies Gebiet noch zu verkleinern. Von diesen beiden Sätzen werde ich folgenden Gebrauch machen. Ich zerlege die Ebene in vier Teile:

1) das Kreisäussere $|\alpha| > 10$,
2) das Kreisinnere $|\alpha| < \frac{1}{10}$,
3) das Kreisinnere $|\alpha - 1| < \frac{1}{10}$,
4) den übrigen Teil der Ebene, also das dreifach zusammenhängende Gebiet

$$|\alpha| \leq 10, \quad |\alpha| \geq \frac{1}{10}, \quad |\alpha - 1| \geq \frac{1}{10}.$$

Im Gebiete 1) werde ich $\varphi(\alpha)$ mit Hilfe der Tatsache abschätzen, dass $J(x)$, als Funktion von h betrachtet, für $h = 0$ eine ausserwesentlich singuläre Stelle erster Ordnung besitzt. Daraus folgt dann durch XXI eine Abschätzung für den Kreis 2), hieraus nach XX die Abschätzung für 3). Was endlich das Gebiet 4) betrifft, so ist in diesem $\omega(y)$ regulär, woraus ohne weiteres folgen wird, dass $\varphi(\alpha)$ dort unterhalb einer endlichen Schranke liegt, was für meinen Zweck ausreicht. Der hier skizzierte Gedankengang wird zu dem folgenden, schon auf Seite 279 angedeuteten Satz führen:

Satz XXII: Wenn ϑ_1 und ϑ_2 zwei gegebene Zahlen sind, welche die Bedingungen

$$1 > \vartheta_1 > 0, \quad 1 > \vartheta_2 > 0, \quad \vartheta_1 + \vartheta_2 > 1$$

erfüllen, so gibt es eine absolute Konstante A derart, dass für alle Werte von α

$$\varphi(\alpha) < A\,|\alpha|^{\vartheta_1}\,|\alpha - 1|^{\vartheta_2}$$

ist.

Beweis: 1) Es ist, wie aus der Definitionsgleichung (5) folgt, für $\mathfrak{J}(x) > 0$, wenn

$$h = e^{2\pi i x}$$

gesetzt wird,

$$y = J(x) = \frac{1}{h}\left(d_0 + d_1 h + d_2 h^2 + \cdots\right),$$

wo

$$d_0 \neq 0$$

ist. Daher ist für alle dem absoluten Betrage nach hinreichend kleinen h

$$\frac{1}{y} = e_1 h + e_2 h^2 + \cdots \quad ,$$

wo

$$e_1 \neq 0$$

ist, also für alle absolut genommen hinreichend grossen y

$$h = \frac{k_1}{y} + \frac{k_2}{y^2} + \cdots \qquad (k_1 \neq 0). \tag{23}$$

Diese Gleichung (23) gilt sogar für $|y| > 1$, da

$$x = \omega(y),$$

also auch

$$h = e^{2\pi i \omega(y)}$$

im Endlichen nur für $y = 0$ und $y = 1$ singulär ist. Aus (23) folgt für $|y| > 1$

$$2\pi i x = 2\pi i \omega(y) = \log h = \log \frac{1}{y} + \log\left(k_1 + \frac{k_2}{y} + \cdots\right)$$

$$= \log \frac{1}{y} + l_0 + \frac{l_1}{y} + \frac{l_2}{y^2} + \cdots \quad , \tag{24}$$

$$-2\pi\, \Im\big(\omega(y)\big) = \log\left|\frac{1}{y}\right| + \Re\left(l_0 + \frac{l_1}{y} + \frac{l_2}{y^2} + \cdots\right) \quad ,$$

$$\Im\big(\omega(y)\big) = \frac{1}{2\pi}\log|y| + \Re\left(-\frac{l_0}{2\pi} - \frac{l_1}{2\pi}\frac{1}{y} - \cdots\right).$$

Für $|y| > 10$ ist daher

$$\Im\big(\omega(y)\big) < \frac{1}{2\pi}\log|y| + A_1, \tag{25}$$

wo A_1 (desgl. in der Folge $A_2, A_3, \cdots$) eine absolute Konstante bezeichnet. Aus (25) folgt a fortiori

$$\Im\big(\omega(y)\big) < A_2 \log|y| \qquad (|y| > 10). \tag{26}$$

Ferner ergibt sich aus (24)

$$2\pi i\, \omega'(y) = -\frac{1}{y} - \frac{l_1}{y^2} - \frac{2 l_2}{y^3} - \cdots \quad ,$$

$$y\,\omega'(y) = -\frac{1}{2\pi i} - \frac{l_1}{2\pi i}\frac{1}{y} - \cdots \quad ,$$

$$\lim_{y=\infty} |y\,\omega'(y)| = \frac{1}{2\pi}.$$

Da ausserdem stets

$$\omega'(y) \neq 0$$

ist, ist für $|y| > 10$

$$y\,\omega'(y) > \frac{1}{A_3},$$

$$\left|\frac{1}{\omega'(y)}\right| < A_3\,|y|. \tag{27}$$

Aus (26) und (27) folgt für $|y| > 10$

$$\begin{aligned} \frac{\Im(\omega(y))}{\omega'(y)} &< A_2 A_3\,|y|\,\log|y| \\ &= A_4\,|y|\log|y|. \end{aligned} \tag{28}$$

Es sei nun für $|x| < r$

$$F(x) = \alpha + x + \cdots$$

regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$; dann ist, wenn

$$\omega(y) = c_0 + c_1(y - \alpha) + \cdots$$

gesetzt wird, ebenda

$$G(x) = \omega\big(F(x)\big) = c_0 + c_1 x + \cdots$$

regulär und in der oberen Halbebene gelegen. Es werde

$$H(x) = \frac{G(x) - c_0}{G(x) - \bar{c}_0} = \frac{c_1 x + \cdots}{2\,\Im(c_0)\,i + \cdots} = \frac{c_1}{2\,\Im(c_0)\,i}\,x + \cdots$$

gesetzt; dann ist für $|x| < r$

$$|H(x)| < 1,$$

also

$$\left|\frac{c_1}{2\,\Im(c_0)\,i}\right| < \frac{1}{\frac{r}{2}},$$

$$r < \frac{4\,\Im(c_0)}{c_1} = \frac{4\,\Im(\omega(\alpha))}{\omega'(\alpha)};$$

daher ist

$$\varphi(\alpha) \leqq \frac{4\,\Im(\omega(\alpha))}{\omega'(\alpha)}. \tag{29}$$

Für $|\alpha| > 10$ ist also nach (28)

$$\varphi(\alpha) < 4A_4\,|\alpha|\log|\alpha| = A_5\,|\alpha|\log|\alpha|. \tag{30}$$

Aus (30) ergibt sich für $|\alpha| > 10$ weiter

$$\varphi(\alpha) < A_6\,|\alpha|^{\vartheta_1}\,|\alpha - 1|^{\vartheta_2}; \tag{31}$$

denn es ist

$$\lim_{\alpha=\infty} \frac{|\alpha| \log |\alpha|}{|\alpha|^{\vartheta_1} |\alpha-1|^{\vartheta_2}} = 0.$$

2) Aus (30) folgt nach Satz XXI für $0 < |\alpha| < \frac{1}{10}$

$$\varphi(\alpha) = |\alpha|^2 \varphi\left(\frac{1}{\alpha}\right) < |\alpha|^2 A_5 \left|\frac{1}{\alpha}\right| \log\left|\frac{1}{\alpha}\right| = A_5 |\alpha| \log\left|\frac{1}{\alpha}\right|,$$

folglich wegen

$$\lim_{\alpha=0} \frac{|\alpha| \log\left|\frac{1}{\alpha}\right|}{|\alpha|^{\vartheta_1} |\alpha-1|^{\vartheta_2}} = 0$$

$$\varphi(\alpha) < A_7 |\alpha|^{\vartheta_1} |\alpha-1|^{\vartheta_2} \qquad \left(0 < |\alpha| < \frac{1}{10}\right),$$

also mit Rücksicht auf

$$\varphi(0) = 0$$

für $|\alpha| < \frac{1}{10}$

$$\varphi(\alpha) \leq A_7 |\alpha|^{\vartheta_1} |\alpha-1|^{\vartheta_2}. \tag{32}$$

3) Aus (32) folgt nach Satz XX für $|\alpha-1| < \frac{1}{10}$

$$\varphi(\alpha) = \varphi(1-\alpha) \leq A_7 |\alpha|^{\vartheta_2} |\alpha-1|^{\vartheta_1},$$

also auch, da die Grössen ϑ_1 und ϑ_2 gleichberechtigt auftreten,

$$\varphi(\alpha) \leq A_8 |\alpha|^{\vartheta_1} |\alpha-1|^{\vartheta_2}. \tag{33}$$

4) Endlich ist im Gebiete

$$|\alpha| \leq 10, \quad |\alpha| \geq \frac{1}{10}, \quad |\alpha-1| \geq \frac{1}{10}$$

$\omega(\alpha)$ regulär und $\omega'(\alpha)$ von Null verschieden, also, wenn der in einem bestimmten Kreisbogendreieck gelegene Wert von $\omega(\alpha)$ gewählt wird,

$$\Im\big(\omega(\alpha)\big) < A_9,$$

$$\frac{1}{|\omega'(\alpha)|} < A_{10},$$

folglich nach (29)

$$\varphi(\alpha) \leq \frac{4\,\Im\big(\omega(\alpha)\big)}{|\omega'(\alpha)|} < 4 A_9 A_{10} = A_{11}$$
$$< A_{12} |\alpha|^{\vartheta_1} |\alpha-1|^{\vartheta_2}. \tag{34}$$

(31), (32), (33) und (34) ergeben zusammengefasst, dass in der ganzen Ebene

$$\varphi(\alpha) \leq A |\alpha|^{\vartheta_1} |\alpha-1|^{\vartheta_2} \tag{35}$$

ist, womit der Satz XXII bewiesen ist.

§ 7.

Vereinfachter Beweis des Hurwitzschen Satzes X.

Ich möchte nunmehr zeigen, dass sich der Hurwitzsche Satz X aus dem Satz VII folgern lässt, ohne nochmals die Theorie der Modulfunktionen anzuwenden. Es handelt sich darum, zu beweisen: Wenn

$$F(x) = 1 + a_1 x + \cdots \qquad (a_1 \neq 0)$$

für $|x| < r$ konvergiert und für $0 < |x| < r$ von 0 und 1 verschieden ist, so ist

$$r < \frac{B}{|a_1|},$$

wo B eine absolute Konstante ist; man kann dabei auch leicht den Wert $B = 58$ erreichen und verkleinern, wenn man den Satz VII mit der Konstanten 16 zu Grunde legt.

Zufolge der Voraussetzung ist für $|x| < r$

$$f(x) = \sqrt{F(x)} = 1 + \frac{a_1}{2} x + \cdots$$

regulär, und es ist für $0 < |x| < r$

$$f(x) \neq 0, \quad \neq 1, \quad \neq -1.$$

Also ist für $|x| < r$

$$f(x) \neq 0, \neq -1,$$

$$-f(x) = -1 - \frac{a_1}{2} x + \cdots \qquad \neq 0, \neq 1, \tag{36}$$

also nach Satz VII

$$r \leq 16 \frac{1}{\left|\frac{a_1}{2}\right|} \sqrt[3]{1^2}\,\sqrt{2} = \frac{32\sqrt{2}}{|a_1|} < \frac{46}{|a_1|}.$$

Dass r unterhalb einer festen Schranke $\frac{B}{|a_1|}$ liegt, lässt sich auch so beweisen: Es ist

$$F(x) = e^{g(x)} = e^{a_1 x + \cdots},$$

wo $g(x)$ für $|x| < r$ regulär und für $0 < |x| < r$ kein Vielfaches von $2\pi i$ ist. Also ist für $|x| < r$

$$g(x) = a_1 x + \cdots \qquad \neq 2\pi i, \neq -2\pi i,$$

also nach Satz IX

$$r < \frac{B}{|a_1|}.$$

Übrigens lässt sich unter Benutzung der Gleichung (20) und der Sätze XIX, XX und XXI zeigen, dass

$$r < \frac{18}{|a_1|}$$

ist. Denn aus (36) folgt

$$r \leq \varphi\left(-1, -\frac{a_1}{2}\right) = \frac{2}{|a_1|}\,\varphi(-1) = \frac{2}{|a_1|}\,\varphi(2) = \frac{8}{|a_1|}\,\varphi\left(\frac{1}{2}\right)$$
$$= \frac{1}{|a_1|}\,\frac{\left(\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)\right)^4}{\pi^2} = \frac{17,\cdots}{|a_1|} < \frac{18}{|a_1|}.$$

§ 8.

Elementarer Beweis des Hurwitzschen Satzes XII.

Von den Relationen des Satzes XII ist die erste, (12), elementar beweisbar, wie Herr Hurwitz gezeigt hat. Ich will nachweisen, dass auch alle übrigen elementar beweisbar sind. Für die ersten

$$r^m \geq \frac{1}{\sqrt[n]{12^3}}\,|c_m| \qquad (m = 2, \cdots, n) \tag{12}$$

reicht es wegen

$$r \geq \frac{1}{\sqrt[n]{12^3\,|\alpha_0|}} \tag{14}$$

hin, zu zeigen, dass für $m = 2, \cdots, n$

$$|c_m| \leq \frac{r^{m-1}}{\sqrt[n]{|\alpha_0|}} \tag{37}$$

ist. Hierzu werde ich nicht einmal Gebrauch davon machen, dass $f(x)$ für $|x| > r$ von 1 verschieden ist, sondern nur davon, dass es ebenda von 0 verschieden ist; auch werde ich die Richtigkeit von (37) [also von (12)] für alle m (d. h. auch für $m > n$) zeigen. Alsdann ist noch die Hurwitzsche Relation von anderer Bauart

$$r^{n+1} \geq \frac{1}{\sqrt[n]{12^3}}\left|c_{n+1} + \frac{31}{72n}\,\frac{c_1}{\alpha_0}\right| \tag{13}$$

zu verifizieren.

Der Deutlichkeit wegen schicke ich die Behandlung von c_2 und c_3 voraus.

Es ist, wenn $x_1, x_2, \cdots, x_n$ die Wurzeln von

$$f(x) = 0$$

sind,

$$c_2 = -\frac{1}{n}\,\frac{\alpha_1}{\alpha_0\sqrt[n]{\alpha_0}},$$

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_0} = -x_1 - \cdots - x_n,$$

$$\left|\frac{\alpha_1}{\alpha_0}\right| \leq n\,r,$$

$$|c_2| \leq \frac{1}{n}\,\frac{n\,r}{\sqrt[n]{|\alpha_0|}} = \frac{r}{\sqrt[n]{|\alpha_0|}}.$$

Es ist ferner

$$c_3 = \frac{1}{2n^2}\,\frac{(n+1)\,\alpha_1^2 - 2n\,\alpha_0\,\alpha_2}{\alpha_0^2\,\sqrt[n]{\alpha_0}},$$

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_0} = x_1 x_2 + x_1 x_3 + \cdots + x_{n-1} x_n,$$

$$\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_0}\right)^2 - 2\,\frac{\alpha_2}{\alpha_0} = x_1^2 + \cdots + x_n^2,$$

$$\left|\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_0}\right)^2 - 2\,\frac{\alpha_2}{\alpha_0}\right| \leqq n\,r^2,$$

$$\left|\frac{(n+1)\,\alpha_1^2 - 2n\,\alpha_0\,\alpha_2}{\alpha_0^2}\right| = \left|n\left(\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_0}\right)^2 - 2\,\frac{\alpha_2}{\alpha_0}\right) + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_0}\right)^2\right| \leqq n^2 r^2 + n^2 r^2 = 2\,n^2 r^2,$$

$$\left|c_3\,\sqrt[n]{\alpha_0}\right| \leqq \frac{1}{2n^2}\,2\,n^2 r^2 = r^2,$$

$$|c_3| \leqq \frac{r^2}{\sqrt[n]{|\alpha_0|}}.$$

Allgemein ist

$$\frac{\sqrt[n]{\alpha_0}}{\sqrt[n]{f(x)}} = \frac{1}{\sqrt[n]{x^n + \frac{a_1}{a_0}\,x^{n-1} + \cdots + \frac{a_n}{a_0}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{(x-x_1)\cdots(x-x_n)}}$$

$$= \frac{1}{x}\left(1 - \frac{x_1}{x}\right)^{-\frac{1}{n}} \cdots \left(1 - \frac{x_n}{x}\right)^{-\frac{1}{n}} = \frac{\sqrt[n]{\alpha_0}\cdot c_1}{x} + \cdots + \frac{\sqrt[n]{\alpha_0}\cdot c_m}{x^m} + \cdots$$

Der absolute Betrag jedes Koeffizienten ist[1]) höchstens gleich dem Werte, der entsteht, wenn alle x_ν $(\nu = 1, \cdots, n)$ durch r ersetzt werden, d. h. $|\sqrt[n]{\alpha_0}|\,|c_m|$ ist höchstens gleich dem Koeffizienten von $\frac{1}{x^m}$ in

$$\frac{1}{\sqrt[n]{(x-r)^n}} = \frac{1}{x-r} = \frac{1}{x} + \frac{r}{x^2} + \cdots;$$

daher ist für alle $m \geqq 1$

$$|\sqrt[n]{\alpha_0}|\,|c_m| \leqq r^{m-1},$$

$$|c_m| \leqq \frac{r^{m-1}}{\sqrt[n]{|\alpha_0|}}. \qquad (37)$$

Es bleibt (13) zu beweisen. Nach (37) ist

$$|c_{n+1}| \leqq \frac{r^n}{\sqrt[n]{|\alpha_0|}};$$

---

[1]) Da alle Koeffizienten von $(1-z)^{-\frac{1}{n}}$ positiv sind.

in Verbindung mit

$$c_1 = \frac{1}{\sqrt[n]{\alpha_0}}$$

und [1])

$$\left|\frac{1}{\alpha_0}\right| \leqq 2\, r^n$$

ergibt dies

$$\frac{1}{\sqrt[n]{12^3}}\left|c_{n+1} + \frac{31}{72\,n}\frac{c_1}{\alpha_0}\right| \leqq \frac{1}{\sqrt[n]{12^3}}\left(\frac{r^n}{\sqrt[n]{|\alpha_0|}} + \frac{31}{72\,n}\frac{1}{|\alpha_0|^{\frac{n+1}{n}}}\right)$$

$$\leqq \frac{1}{\sqrt[n]{12^3}}\left(r^n\cdot\sqrt[n]{2}\cdot r + \frac{31}{72\,n}\,2\sqrt[n]{2}\cdot r^{n+1}\right) = r^{n+1}\,\frac{1+\frac{31}{36\,n}}{\sqrt[n]{864}}$$

$$< r^{n+1}\,\frac{1+\frac{1}{n}}{\sqrt[n]{864}} = r^{n+1}\sqrt[n]{\frac{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n}{864}} < r^{n+1}\sqrt[n]{\frac{e}{864}} < r^{n+1}.$$

§ 9.

Beweis des Picardschen Satzes IV mit Hilfe von XXII.

Mit Hilfe des Satzes XXII beweise ich nunmehr den Picardschen Satz IV (= III) auf dem schon oben [2]) angedeuteten Wege.

Es sei $F(x)$ für $|x| > \sigma$ im Endlichen eindeutig und regulär, für $x = \infty$ wesentlich singulär; dann soll bewiesen werden, dass für $|x| > \sigma$ die Gleichung

$$F(x)\left(1 - F(x)\right) = 0 \tag{38}$$

mindestens eine Lösung besitzt. Wenn

$$F_1(x) = \frac{(F(x))^4\,(F(x)-1)^3}{(F'(x))^6}$$

und

$$F_2(x) = \frac{(F(x))^3\,(F(x)-1)^4}{(F'(x))^6}$$

gesetzt wird, so sind die beiden Funktionen $F_1(x)$ und $F_2(x)$ für $|x| > \sigma$ im Endlichen meromorph. Sie können ferner nicht beide für $x = \infty$ den Charakter rationaler Funktionen haben, da dies sonst auch von ihrem Quotienten

$$\frac{F_2(x)}{F_1(x)} = \frac{F(x)-1}{F(x)} = 1 - \frac{1}{F(x)},$$

[1]) s. S. 264.

[2]) s. S. 265.

also von $F(x)$ gilt; daher ist mindestens eine der beiden Funktionen $F_1(x)$ und $F_2(x)$, etwa $F_1(x)$, wesentlich singulär für $x = \infty$.

Nun folgt aus dem Satze XXII, wenn man den Punkt 0 nach x_0 verlegt, dass jede in x_0 reguläre Funktion $F(x)$, falls

$$F'(x_0) \neq 0$$

ist, im Kreise

$$|x - x_0| \leqq A \frac{|F(x_0)|^{\frac{2}{3}} \, |F(x_0) - 1|^{\frac{1}{2}}}{|F'(x_0)|}$$

singulär, 0 oder 1 ist[1]), also im Kreise

$$|x - x_0| \leqq A \sqrt[6]{|F_1(x_0)|}\,.$$

Da nun $F_1(x)$ für $|x| > \sigma$ im Endlichen meromorph und für $x = \infty$ wesentlich singulär ist, so gibt es nach dem Casorati-Weierstrassschen Satze einen Punkt x_0, für welchen

$$|x_0| > \sigma + 1,$$

$$|F_1(x_0)| < \frac{1}{A^6}$$

ist. Alsdann ist $F_1(x)$ in x_0 regulär. Wenn

$$F'(x_0) = 0$$

ist, ist also $F(x_0)$ gleich 0 oder 1. Wenn

$$F'(x_0) \neq 0$$

ist, liegt im Kreise

$$|x - x_0| < A \sqrt[6]{\frac{1}{A^6}} = 1$$

eine singuläre Stelle, Nullstelle oder Einsstelle von $F(x)$. Eine singuläre Stelle kann es aber dort nicht geben, da der Kreis

$$|x - x_0| < 1 \tag{39}$$

dem Gebiete

$$|x| > \sigma \tag{40}$$

angehört; also liegt in dem Kreise (39), d. h. in dem Gebiete (40) eine Wurzel von (38), womit der Picardsche Satz IV ($=$ III) bewiesen ist.

---

[1]) wo A eine absolute Konstante ist.

§ 10.

Verallgemeinerung des Picardschen Satzes III.

Ich will nunmehr eine Verallgemeinerung dieses Satzes im Sinne meiner Sätze V und VI angeben und beweisen.

Satz XXIII: Es sei $F(x)$ für $|x| = \sigma$ eindeutig, regulär und von 0 und 1 verschieden[1]); von der hiernach für $|x| = \sigma$ (also in einem Kreisring $\sigma_1 < |x| < \sigma_2$, wo $\sigma_1 < \sigma < \sigma_2$) regulären Funktion [2])

$$f(x) = \frac{(F'(x))^3}{(F(x))^2\,(F(x)-1)^2}$$

sei nur der eine Koeffizient b_1[3]) der für $|x| = \sigma$ (d. h. in jenem Ringe) giltigen Laurentschen Reihe

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n x^n$$

bekannt und von Null verschieden. Dann gibt es ein festes

$$\Phi = \Phi(\sigma, b_1)$$

(das also gleichmässig für alle Funktionen $F(x)$ mit demselben b_1 gilt), so dass im Ringe

$$\sigma \leqq |x| \leqq \Phi(\sigma, b_1)$$

$F(x)$ singulär oder

$$F(x) = 0$$

oder

$$F(x) = 1$$

ist. Ich behaupte nämlich, dass der Ausdruck

$$\Phi(\sigma, b_1) = \text{Max.}\left(1 + \frac{A^3}{|b_1|}, \sigma + 2\right),$$

wo A die Konstante des Satzes XXII für $\vartheta_1 = \frac{2}{3}$, $\vartheta_2 = \frac{2}{3}$ ist, diese Eigenschaft besitzt.

Beweis: Es ist nur zu zeigen: Wenn $F(x)$ für

$$\sigma \leqq |x| \leqq r$$

regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$ ist und

---

[1]) Wenn auf jenem Kreise $F(x)$ einen der Werte 0 oder 1 annimmt, wäre der Satz trivial.

[2]) Statt 3, 2, 2 könnten drei beliebige positive ganze Zahlen k, l, m stehen, wenn nur $l < k$, $m < k$, $l + m > k$ ist.

[3]) Statt b_1 kann auch ein beliebiger anderer Koeffizient b_n, wo $n > 0$ ist, im Wortlaute des Satzes stehen.

$$r > \sigma + 2$$

ist, so ist

$$r \leqq 1 + \frac{A^3}{|b_1|}.$$

Es sei jene Annahme erfüllt; dann ist

$$\sigma + 1 < r - 1$$

und im Ringe

$$\sigma + 1 < |x| \leqq r - 1 \tag{41}$$

wäre die zu x nächstgelegene singuläre Stelle, Null- oder Einsstelle im Abstande > 1 von x gelegen; also wäre in allen Punkten von (41), für welche $F'(x)$ nicht verschwindet,

$$\varphi\left(F(x), F'(x)\right) > 1.$$

Nach Satz XIX und (35) (Satz XXII) ist aber

$$\varphi\left(F(x), F'(x)\right) \leqq A \frac{|F(x)|^{\frac{2}{3}} |F(x) - 1|^{\frac{2}{3}}}{|F'(x)|};$$

also wäre

$$1 > \frac{1}{\varphi\left(F(x), F'(x)\right)} \geqq \frac{1}{A} \frac{|F'(x)|}{|F(x)|^{\frac{2}{3}} |F(x) - 1|^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{A} |f(x)|^{\frac{1}{3}},\text{[1]}$$

$$|f(x)| < A^3.$$

Dies gilt auch in denjenigen Punkten des Ringes (41), für welche $F'(x)$ verschwindet, da in ihnen

$$f(x) = 0$$

ist. Also wäre

$$|b_1| \leqq \frac{\text{Maximum von } |f(x)| \text{ für } |x| = r - 1}{r - 1} < \frac{A^3}{r - 1},$$

$$r < 1 + \frac{A^3}{|b_1|},$$

womit der Satz bewiesen ist.

§ 11.

Neuer elementarer Beweis des Picardschen Satzes III.

Herr Schottky hat auf Grund seines Satzes XIV den ersten elementaren Beweis des Picardschen Satzes III entdeckt. Die Behauptung wird dabei, was keine Einschränkung der Allgemeinheit ist, in folgender Form ausgesprochen: Es sei für

[1] $f(x)$ wäre nach der gemachten Annahme für $\sigma \leqq |x| \leqq r$ regulär.

$$0 < |x| < \varrho \tag{42}$$

$F(x)$ eindeutig und regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$: dann ist $F(x)$ im Punkte $x = 0$ regulär oder ausserwesentlich singulär.

Herr Schottky betrachtet bei seinem Beweise die Funktion $\log F(x)$ im Gebiete (42). Diese Funktion ist dort mehrdeutig, und Herr Schottky muss noch verschiedene Kunstgriffe anwenden, um ihr Studium mit dem gewünschten Erfolge durchzuführen. Jene Schwierigkeiten lassen sich durch folgende neue Beweisanordnung vermeiden, welche statt $\log F(x)$ die im Gebiete (42) eindeutige Funktion

$$\frac{F'(x)}{F(x)}$$

anwendet und zur Zeit den einfachsten elementaren Beweis des Picardschen Satzes III darstellt.

Der Satz XIV besagt, wenn $x - x_0$ statt x geschrieben wird: Es sei $F(x)$ für $|x - x_0| < r$ regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$; es werde

$$\varkappa = \text{Min.}\left(|\operatorname{Log} F(x_0)|,\ |\operatorname{Log}(1 - F(x_0))|,\ \left|\operatorname{Log}\frac{F(x_0) - 1}{F(x_0)}\right|\right)$$

gesetzt und

$$f(x) = \log F(x)$$

im Kreise $|x - x_0| < r$ durch die Festsetzung

$$f(0) = \operatorname{Log} F(0)$$

eindeutig bestimmt; dann ist für $|x - x_0| < r$

$$|\log F(x)| < \frac{2^{24}}{\sqrt{\varkappa}}\left(\frac{r}{r - |x - x_0|}\right)^4. \tag{43}$$

Hieraus folgere ich zunächst den

Satz XXIV: Unter denselben Voraussetzungen ist für

$$|x - x_0| < r \tag{44}$$

$$\left|\frac{F'(x)}{F(x)}\right| < \frac{2^{29}}{\sqrt{\varkappa}} \frac{r^4}{(r - |x - x_0|)^5}. \tag{45}$$

Beweis: x gehöre dem Gebiete (44) an. Um x beschreibe ich einen Kreis mit dem Radius $\frac{r - |x - x_0|}{2}$. Auf diesem Kreise

$$|z - x| = \frac{r - |x - x_0|}{2}$$

ist

$$|z - x_0| = |(z - x) + (x - x_0)| \leqq \frac{r + |x - x_0|}{2},$$

also nach (43)

$$\log |F(z)| < \frac{2^{24}}{\sqrt{\varkappa}} \left(\frac{r}{r - |z - x_0|} \right)^4$$

$$\leqq \frac{2^{24}}{\sqrt{\varkappa}} \left(\frac{r}{r - \frac{r + |x - x_0|}{2}} \right)^4$$

$$= \frac{2^{28}}{\sqrt{\varkappa}} \left(\frac{r}{r - |x - x_0|} \right)^4.$$

Daher ist

$$\left| \frac{F'(x)}{F(x)} \right| < \frac{\text{Maximum von } |\log F(z)| \text{ für } |z - x| = \frac{1}{2}(r - |x - x_0|)}{\frac{1}{2}(r - |x - x_0|)}$$

$$< \frac{2^{29}}{\sqrt{\varkappa}} \frac{r^4}{(r - |x - x_0|)^5}.$$

Es wird in der Folge dieser Satz auf alle x_0 einer Kreisperipherie $|x_0| = r$ angewendet werden, für welche $F(x)$ jedesmal im Gebiete $|x - x_0| < r$ regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$ ist. Für jene x_0 gehört also $F(x_0)$ einem Gebiete

$$|F(x_0)| \leqq \gamma_1, \quad |F(x_0)| \geqq \frac{1}{\gamma_2}, \quad |F(x_0) - 1| \geqq \frac{1}{\gamma_3}$$

an, wo $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ drei positive Konstanten sind. Daraus folgt, dass die Grössen

$$|\operatorname{Log} F(x_0)|, \quad \left|\operatorname{Log}\left(1 - F(x_0)\right)\right|, \quad \left|\operatorname{Log} \frac{F(x_0) - 1}{F(x_0)}\right|$$

für alle x_0 jener Peripherie oberhalb einer positiven Konstanten liegen, d. h. dass in der Formel (45) des Satzes XXIV die (von x_0 abhängige) Grösse $\varkappa$ eine positive untere Grenze besitzt [1]); mit andern Worten, es gibt [2]) eine Konstante γ, so dass für alle x_0 jener Peripherie $|x_0| = r$ im Kreise $|x - x_0| < r$

$$\left| \frac{F'(x)}{F(x)} \right| < \frac{\gamma}{(r - |x - x_0|)^5} \tag{46}$$

ist. Diese Relation gilt für eine Funktion $F(x)$, welche für jedes x_0 mit dem absoluten Betrage r im Kreise

$$|x - x_0| < r \tag{47}$$

regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$ ist; (46) gilt also, wenn $F(x)$ für

$$0 < |x| < 2r$$

eindeutig, regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$ ist.

[1]) Von der Tatsache, dass $\varkappa$ stetig von x_0 abhängt, also ein Minimum besitzt, mache ich im Interesse einer späteren Stelle mit Absicht keinen Gebrauch.

[2]) γ ist das Produkt einer oberen Schranke für $\frac{1}{\sqrt{\varkappa}}$ mit $2^{29} r^4$.

Daraus ergibt sich nun folgender kurzer Beweis des Picardschen Satzes III. Wenn $F(x)$ für

$$0 < |x| < \varrho$$

eindeutig, regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$ ist, so setze ich

$$r = \frac{\varrho}{2};$$

x sei ein beliebiger Punkt des Gebietes

$$0 < |x| < r,$$

x_0 der Punkt mit dem absoluten Betrage r, welcher auf der Verlängerung der Geraden $\overline{0x}$ liegt, d. h.

$$x_0 = x \frac{r}{|x|};$$

dann ist, da x dem Kreise (47) angehört, die Relation (46) giltig; hierin ist

$$r - |x - x_0| = r - \left| x - x \frac{r}{|x|} \right| = r - |x| \left| 1 - \frac{r}{|x|} \right|$$

$$= r - |x| \left(\frac{r}{|x|} - 1 \right) = |x| \text{ [1]},$$

also

$$\left| \frac{F'(x)}{F(x)} \right| < \frac{\gamma}{|x|^5}.$$

Das Produkt

$$\left| x^5 \frac{F'(x)}{F(x)} \right|$$

liegt also im Gebiete

$$0 < |x| < r$$

unterhalb einer endlichen Schranke; daher ist

$$x^5 \frac{F'(x)}{F(x)}$$

im Punkte $x = 0$ regulär, also

$$\frac{F'(x)}{F(x)} \tag{48}$$

ebenda regulär oder ausserwesentlich singulär.

Da nun die gemachte Voraussetzung in $F(x)$ und $1 - F(x)$ symmetrisch ist, hat auch

$$\frac{-F'(x)}{1 - F(x)} \tag{49}$$

für $x = 0$ den Charakter einer rationalen Funktion, also auch der Quotient von (48) und (49)

[1] Dies ist geometrisch evident.

$$\frac{F(x)-1}{F(x)} = 1 - \frac{1}{F(x)},$$

also auch $F(x)$, womit der Picardsche Satz III bewiesen ist.

§ 12.

Beweis des Schottkyschen Hilfssatzes mit Modulfunktionen.

Man sieht, dass bei diesem Beweise von III aus dem Schottkyschen Satz XIV nur die Tatsache benutzt wird: Wenn $F(x)$ für $|x| < r$ regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$ ist, so ist ebenda

$$|f(x)| = |\log F(x)| \leqq \chi(a_0)\left(\frac{r}{r-|x|}\right)^c, \tag{50}$$

wo c eine positive Konstante ist und $\chi(a_0)$ eine nur von $a_0 = F(0)$ abhängende Funktion bezeichnet, welche für jedes Gebiet

$$|a_0| \leqq \gamma_1, \quad |a_0| \geqq \frac{1}{\gamma_2}, \quad |a_0 - 1| \geqq \frac{1}{\gamma_3} \tag{51}$$

unterhalb einer endlichen Schranke liegt.

Es ist nun von Interesse, festzustellen, ob sich eine solche Relation (50) unter Heranziehung der Theorie der Modulfunktionen kürzer beweisen lässt als durch Herrn Schottkys elementare Beweisanordnung[1]. Es wird sich zeigen, dass dies der Fall ist.

Ich schicke einen Hilfssatz aus der Theorie der Modulfunktion $J(z)$ voraus; derselbe besteht in der Relation

$$|J(z)| < B e^{2\pi\left(\mathfrak{J}(z) + \frac{1}{\mathfrak{J}(z)}\right)}, \qquad (\mathfrak{J}(z) > 0) \tag{52}$$

wo B eine absolute Konstante bezeichnet.

Beweis: 1) Für

$$h = e^{2\pi i z}$$

ist

$$|h| = e^{-2\pi \mathfrak{J}(z)}.$$

Da nun $J(z)$, als Funktion von h betrachtet, für $h = 0$ eine ausserwesentlich singuläre Stelle erster Ordnung besitzt und für $0 < |h| < 1$ regulär ist, ist für $0 < |h| \leqq e^{-2\pi}$, d. h. für $\mathfrak{J}(z) \geqq 1$

$$|J(z)| < \frac{B}{|h|} = B e^{2\pi \mathfrak{J}(z)} < B e^{2\pi\left(\mathfrak{J}(z) + \frac{1}{\mathfrak{J}(z)}\right)}. \tag{53}$$

2) In

$$J(z) = \frac{1}{h}\left(d_0 + d_1 h + d_2 h^2 + \cdots\right)$$

[1] Die Schottkysche Beweisführung beansprucht an sich das höchste Interesse.

sind zufolge der Definitionsgleichung (5) alle Koeffizienten $d_n \geqq 0$; daher ist allgemein [1])

$$|J(z)| \leqq J(\mathfrak{J}(z)\,i),$$

speziell für $0 < \mathfrak{J}(z) < 1$

$$|J(z)| \leqq J(\mathfrak{J}(z)\,i) = J\left(-\frac{1}{\mathfrak{J}(z)\cdot i}\right) = J\left(\frac{1}{\mathfrak{J}(z)}\,i\right),$$

also nach (53)

$$|J(z)| < B e^{2\pi\left(\frac{1}{\mathfrak{J}(z)} + \mathfrak{J}(z)\right)} = B e^{2\pi\left(\mathfrak{J}(z) + \frac{1}{\mathfrak{J}(z)}\right)}.$$

Es sei nun

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots$$

für $|x| < r$ regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$. Wenn dann $G(x)$ und $H(x)$ die Bedeutung von S. 272 haben, so ist für $|x| < r$

$$\mathfrak{J}(G(x)) > 0,$$

$$|H(x)| < 1$$

und sogar

$$|H(x)| \leqq \frac{|x|}{r},$$

d. h. für

$$H(x) = \sigma e^{\varphi i}$$

$$\sigma \leqq \frac{|x|}{r}.$$

Es war nun ebenda festgestellt, dass

$$\mathfrak{J}(c_0)\,\frac{1-\sigma}{2} < \mathfrak{J}(G(x)) < \mathfrak{J}(c_0)\,\frac{2}{1-\sigma}$$

ist; also ist

$$\frac{\mathfrak{J}(c_0)}{2}\cdot\frac{r-|x|}{r} < \mathfrak{J}(G(x)) < 2\,\mathfrak{J}(c_0)\,\frac{r}{r-|x|},$$

also nach der Relation (52) für $|x| < r$

$$|F(x)| = |J(G(x))| < B e^{2\pi\left(2\mathfrak{J}(c_0)\frac{r}{r-|x|} + \frac{2}{\mathfrak{J}(c_0)}\frac{r}{r-|x|}\right)}$$

$$= B e^{4\pi\left(\mathfrak{J}(c_0) + \frac{1}{\mathfrak{J}(c_0)}\right)\frac{r}{r-|x|}},$$

$$\log|F(x)| = \Re(\log F(x)) = \Re(f(x)) < \log B + 4\pi\left(\mathfrak{J}(c_0) + \frac{1}{\mathfrak{J}(c_0)}\right)\frac{r}{r-|x|},$$

also, wenn

$$\text{Max.}(\log B,\ 0) = C$$

[1]) Da h für rein imaginäre z positiv ist und für alle z mit demselben imaginären Teil denselben absoluten Betrag hat.

gesetzt wird,

$$\Re(f(x)) < C + 4\pi\left(\Im(c_0) + \frac{1}{\Im(c_0)}\right)\frac{r}{r-|x|} \leqq \left(C + 4\pi\left(\Im(c_0) + \frac{1}{\Im(c_0)}\right)\right)\frac{r}{r-|x|}.$$

Hierin hat die Funktion

$$C + 4\pi\left(\Im(c_0) + \frac{1}{\Im(c_0)}\right) = \chi_1(a_0)$$

die Eigenschaft, in jedem Gebiete (51) unterhalb einer endlichen Schranke zu liegen, falls ich für jedes a_0 die Festsetzung treffe, dass c_0 derjenige Wert von $\omega(a_0)$ sein soll, welcher dem von Herrn Hurwitz mit G bezeichneten Gebiete angehört. Es ist also für $|x| < r$

$$\Re(f(x)) < \chi_1(a_0)\frac{r}{r-|x|}. \tag{54}$$

Nun ist, wenn $f(x)$ für $|x| \leqq \varrho$ regulär ist und $A(\varrho)$ mindestens gleich dem Maximum von $\Re(f(x))$ für $|x| = \varrho$ und $\geqq 0$ ist, im Kreise $|x| < \varrho$ nach dem (bekannten) Satz auf Seite 275

$$|f(x)| \leqq \frac{4\varrho}{\varrho-|x|}\left(A(\varrho) + |f(0)|\right). \tag{55}$$

Also ist hier für $|x| < r$, wenn ϱ zwischen $|x|$ und r gewählt wird nach (54) und (55)

$$|f(x)| < \frac{4\varrho}{\varrho-|x|}\left(\chi_1(a_0)\frac{r}{r-\varrho} + |\operatorname{Log} a_0|\right)$$

$$< 4\left(\chi_1(a_0) + |\operatorname{Log} a_0|\right)\frac{\varrho r}{(\varrho-|x|)(r-\varrho)} = \chi_2(a_0)\frac{\varrho r}{(\varrho-|x|)(r-\varrho)}$$

$$< \chi_2(a_0)\frac{r^2}{(\varrho-|x|)(r-\varrho)},$$

also, wenn

$$\varrho = \frac{|x|+r}{2}$$

gesetzt wird,

$$|f(x)| < 4\chi_2(a_0)\frac{r^2}{(r-|x|)^2}$$

$$= \chi(a_0)\left(\frac{r}{r-|x|}\right)^2,$$

womit die Behauptung bewiesen ist.

§ 13.

Weitere Bemerkungen über $\varphi(\alpha)$.

Herrn Carathéodorys Satz XVII, nach welchem

$$\varphi(\alpha) = \frac{2\Im(\nu(\alpha))}{|\nu'(\alpha)|}$$

ist, kann mit Hilfe der bekannten Reihenentwickelungen von $\nu(\alpha)$

zur numerischen Berechnung von $\nu(\alpha)$ wohl verwendet werden. Ich will hier nur eine asymptotische Formel und einige Abschätzungen angeben. Die weitere Diskussion hätte nur den Charakter einer Übung in der Anwendung der Theorie der elliptischen Funktionen.

Es ist zunächst von Interesse, festzustellen, welches die wahre Grössenanordnung des Nullwerdens von $\varphi(\alpha)$ für $\alpha = 0$ ist. Aus den Entwickelungen auf Seite 284, 2) folgt nur die Endlichkeit von

$$\limsup_{\alpha=0} \frac{\varphi(\alpha)}{|\alpha| \log\left|\frac{1}{\alpha}\right|};$$

es gilt jedoch der

Satz XXV:

$$\lim_{\alpha=0} \frac{\varphi(\alpha)}{\alpha \log\left|\frac{1}{\alpha}\right|}$$

existiert und ist $= 2$.

Beweis: Es gilt bekanntlich für $0 < |\alpha| < 1$ eine Reihenentwickelung

$$\pi i \nu(\alpha) = \log \alpha + \beta_0 + \beta_1 \alpha + \cdots, \tag{56}$$

also

$$\pi i \nu'(\alpha) = \frac{1}{\alpha} + \beta_1 + 2\beta_2 \alpha + \ldots;$$

daher ist

$$\pi \Im\big(\nu(\alpha)\big) = \log\left|\frac{1}{\alpha}\right| + \Re(-\beta_0 - \beta_1 \alpha - \cdots),$$

$$\lim_{\alpha=0} \frac{\Im(\nu(\alpha))}{\log\left|\frac{1}{\alpha}\right|} = \frac{1}{\pi}$$

und

$$\lim_{\alpha=0} \nu'(\alpha)|\,|\alpha| = \frac{1}{\pi},$$

also

$$\lim_{\alpha=0} \frac{\varphi(\alpha)}{|\alpha| \log\left|\frac{1}{\alpha}\right|} = \lim_{\alpha=0} \frac{2\Im(\nu(\alpha))}{\nu'(\alpha)\,|\alpha| \log\left|\frac{1}{\alpha}\right|} = 2.$$

Aus dem Satz XXV folgt nach XX

$$\lim_{\alpha=1} \frac{\varphi(\alpha)}{|\alpha - 1| \log\left|\frac{1}{\alpha - 1}\right|} = 2,$$

nach XXI

$$\lim_{\alpha=\infty} \frac{\varphi(\alpha)}{|\alpha| \log|\alpha|} = 2.$$

In (56) ist bekanntlich

$$\beta_0 = -\log 16, \quad \beta_1 = \frac{1}{2}, \quad \beta_2 = \frac{13}{64},$$
$$\beta_n > 0 \text{ für } n \geqq 1;$$

ohne Kenntnis der Werte weiterer Koeffizienten ergibt sich so folgende obere Abschätzung von $\varphi(2)$: Es ist

$$\pi \mathfrak{J}\left(\nu\left(\frac{1}{2}\right)\right) = \log 2 + \log 16 - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} - \frac{13}{64}\,\frac{1}{4} - \cdots$$

$$< \log 32 - \frac{1}{4} - \frac{13}{256} < 3,17;\ ^{1)}$$

$$\pi i \nu'\left(\frac{1}{2}\right) = 2 + \frac{1}{2} + 2\cdot\frac{13}{64}\cdot\frac{1}{2} + \cdots > 2 + \frac{1}{2} + \frac{13}{64} > 2,7;$$

$$\varphi(2) = 4\,\varphi\left(\frac{1}{2}\right) = 8\,\frac{\mathfrak{J}\left(\nu\left(\frac{1}{2}\right)\right)}{\left|\nu'\left(\frac{1}{2}\right)\right|} < 8\cdot\frac{3,17}{2,7} < 10.$$

Der genaue Wert von $\varphi(2)$ ist übrigens nach Seite 286

$$= \frac{1}{2\pi^2}\,\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)^4$$

und zwischen 8 und 9 gelegen.

Allgemein ist für $0 < |\alpha| < 1$

$$\varphi(\alpha) = 2\,\frac{\log\left|\frac{1}{\alpha}\right| + \log 16 - \sum_{n=1}^{\infty}\beta_n \Re(\alpha^n)}{\left|\frac{1}{\alpha} + \sum_{n=1}^{\infty} n\,\beta_n\,\alpha^{n-1}\right|},$$

also für $0 < \alpha < 1$

$$\varphi(\alpha) = 2\,\frac{\log\frac{1}{\alpha} + \log 16 - \sum_{n=1}^{\infty}\beta_n\,\alpha^n}{\frac{1}{\alpha} + \sum_{n=1}^{\infty} n\,\beta_n\,\alpha^{n-1}} < 2\,\frac{\log\frac{1}{\alpha} + \log 16}{\frac{1}{\alpha}},$$

$$\varphi(\alpha) < 2\alpha\left(\log\frac{1}{\alpha} + 3\right).$$

Diese Formel ist zur Abschätzung sehr bequem, und nach Satz XXV wird für hinreichend kleine α der Fehler im Verhältnis zum wahren Werte beliebig klein.

§ 14.

Bemerkungen zur Boutrouxschen Arbeit.

Ich komme nunmehr zur Besprechung der Abhandlung des Herrn Boutroux und bemerke zunächst, dass sein zweiter Hilfssatz, welchen ich auf Seite 278 zitiert habe, eine einfache Folge der Cauchyschen Abschätzung

---

[1]) Übrigens ist $\pi\mathfrak{J}\left(\nu\left(\frac{1}{2}\right)\right) = \pi$.

$$|\alpha_n| \leq \frac{M(\varrho)}{\varrho^n}$$

und somit fast trivial ist. In der Tat folgt aus

$$|\varphi(x)| < A \qquad (|x| < r),$$

wenn ϱ positiv und $< r$ gewählt wird,

$$|\alpha_n| < \frac{A}{\varrho^n},$$

also

$$|\alpha_n| \leq \frac{A}{r^n}$$

und daher, wenn

$$\left(\frac{1}{\vartheta}\right)^{\frac{m}{2}} > \log A \text{ [1]}$$

ist, für

$$|x| < \vartheta\, r \left(1 - \frac{1}{\log A}\right)$$

$$|\alpha_m x^m| + |\alpha_{m+1} x^{m+1}| + \cdots = \sum_{n=m}^{\infty} |\alpha_n x^n| < A \sum_{n=m}^{\infty} \vartheta^n \left(1 - \frac{1}{\log A}\right)^n$$

$$= \frac{A\,\vartheta^m \left(1 - \frac{1}{\log A}\right)^m}{1 - \vartheta\left(1 - \frac{1}{\log A}\right)} < \vartheta^{\frac{m}{2}} A \frac{\vartheta^{\frac{m}{2}}}{1 - \left(1 - \frac{1}{\log A}\right)} = \vartheta^{\frac{m}{2}} A\, \vartheta^{\frac{m}{2}} \log A$$

$$< \vartheta^{\frac{m}{2}} A.$$

Ganz analog hat Herr Boutroux nicht bemerkt, dass aus dem Satz XV mein Satz VI einfach durch den Schluss

$$|a_1| \leq \frac{M\left(\frac{r}{2}\right)}{\frac{r}{2}} < \frac{\Omega(a_0)}{\frac{r}{2}},$$

$$r < \frac{2\,\Omega(a_0)}{|a_1|}$$

folgt.

Der Boutrouxsche Beweis des Satzes XV ist übrigens nicht einwandfrei. Auf Seite 34 [2]) schliesst Herr Boutroux versehentlich: Zu einer gegebenen Konstanten b_0 lässt sich ein $\bar{k}$ aus dem System

$$\bar{k} = \log n + 2\lambda\pi i \qquad (n \geq 1 \text{ ganz}, \ \lambda \gtreqless 0 \text{ ganz})$$

finden, so dass

---

[1]) Der bei Herrn Boutroux rechts stehende Faktor 10 kann fortgelassen werden.

[2]) des Bd. 34 des „Bulletin etc."

$$2\pi < b_0 - \bar{k} < 4\pi$$

ist. Dies ist z. B. für reelle $b_0 > 4\pi$ nicht richtig.

Immerhin ist das Hauptresultat seiner Untersuchung, eben jener Satz XV, richtig. Jedoch ist das auf Seite 278 erwähnte Ergebnis seines Schlussparagraphen unrichtig, wie ich nunmehr durch ein Beispiel zeigen will. Ich benutze dabei den bekannten Satz: [1])

„Wenn zwei analytische Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ im Innern und auf dem Rande eines einfach zusammenhängenden Bereiches regulär sind, und wenn auf dem Rande

$$|g(x)| < |f(x)|$$

ist, so verschwindet $f(x)$ in dem Bereiche genau so oft [2]) wie

$$f(x) + g(x) = F(x).“$$

Es sei nun der auf Seite 278, Zeile 8—4 v. u. angegebene Satz richtig; dann folgt daraus: es gibt eine absolute Konstante A, so dass für jede im Kreise $|x| < r$ reguläre Funktion

$$F(x) = 2 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots,$$

die dort genau je einmal von der ersten Ordnung 0 und 1 wird,

$$M\left(\frac{3}{4} r\right) < A$$

ist, also

$$|a_1| < \frac{M\left(\frac{3}{4} r\right)}{\frac{3}{4} r} < \frac{4A}{3r}.$$

Für jede im Kreise $|x| < r$ reguläre und je einmal die Werte 0, 1 annehmende Funktion

$$F(x) = 2 + x + a_2 x^2 + \cdots$$

(wo ich $a_1 = 1$ gesetzt habe) wäre also r unterhalb einer konstanten Schranke $\frac{4}{3} A$ gelegen.

Es ist jedoch leicht, eine Funktion

$$F(x) = 2 + x + a_2 x^2 + \cdots$$

anzugeben, die in einem beliebig grossen Kreise $|x| < c$ (wo $c > 3$ angenommen sei) nur je einmal 0 und 1 ist. Zunächst leistet die lineare Funktion

$$F(x) = 2 + x$$

[1]) S. z. B. Rouché, „Mémoire sur la série de Lagrange“, Journal de l'école polytechnique, Bd. 22 (Heft 39), 1862, S. 217—218.

[2]) Mehrfache Nullstellen sind mehrfach zu zählen.

dies. Man könnte jedoch gegen dieses triviale Beispiel einwenden, dass eine ganze transzendente, nicht rationale Funktion verlangt wird. Auch diese Forderung lässt sich leicht erfüllen; es sei

$$g(x) = a_2 x^2 + a_3 x^3 + \cdots$$

eine beliebige ganze transzendente, nicht rationale Funktion, für welche

$$g(0) = 0,$$

$$g'(0) = 0$$

und für $|x| = c$

$$|g(x)| < 1$$

ist. Dann ist für $|x| = c$

$$|g(x)| < -2 + 3 < -2 + |x| \leqq |2 + x|;$$

wenn

$$f(x) = 2 + x$$

gesetzt wird und

$$F(x) = f(x) + g(x)$$
$$= 2 + x + a_2 x^2 + \cdots,$$

so hat also $F(x)$ nach dem auf Seite 301 zitierten Satz im Kreise $|x| < c$ genau so viele Nullstellen wie $f(x)$, d. h. eine. Ebenso ist für $|x| = c$

$$|g(x)| < 2 = -1 + 3 < -1 + |x| \leq |1 + x| = |f(x) - 1|;$$

also hat $F(x) - 1$ für $|x| < c$ ebensoviele Wurzeln wie

$$f(x) - 1 = 1 + x,$$

d. h. eine.

Ein anderer Satz ähnlichen Wortlautes ist übrigens leicht als Korollar des Schottkyschen Satzes XV beweisbar, nämlich

Satz XXVI: Es sei

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots$$

für $|x| < r$ konvergent und ebenda nicht $= 0$ und höchstens in p Punkten[1] $= 1$. Dann liegt $M\left(\frac{3}{4} r\right)$ unterhalb einer nur von a_0 und p abhängenden Schranke.[2]

Beweis: Wenn $f(x)$ durch die Gleichungen

$$F(x) = e^{f(x)},$$

$$f(0) = \operatorname{Log} a_0$$

[1]) Mehrfache Einsstellen seien einfach gezählt.

[2]) Desgl. $M(\vartheta r)$ für $0 < \vartheta < 1$.

bestimmt ist, ist $f(x)$ für $|x| < r$ regulär und nimmt dort höchstens p unter den unendlich vielen Werten $2\lambda\pi i$ (λ ganz) an, lässt also mindestens zwei unter den $p+2$ Werten

$$0,\ 2\pi i,\ 4\pi i,\ \cdots,\ 2(p+1)\pi i$$

aus. Daher ist nach XV für $|x| \leqq \frac{3}{4} r$

$$|f(x)| < \Omega(a_0, p),$$

also

$$|F(x)| = e^{\Re(f(x))} \leqq e^{|f(x)|} < e^{\Omega(a_0, p)} = \Omega_1(a_0, p).$$

§ 15.

Bestimmung der Funktion $\varphi(a_0, a_1, \cdots, a_n)$.

Es sei n eine gegebene ganze Zahl $\geqq 1$ und $a_0, a_1, \cdots, a_n$ seien $n+1$ gegebene Konstanten, von denen die n letzten $a_1, \cdots, a_n$ nicht sämtlich verschwinden. Wenn dann eine Funktion

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n + \cdots$$

für $|x| < r$ regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$ ist, so liegt nach dem Schottkyschen Satz XVI r unterhalb einer festen Schranke.

Es existiert also eine Funktion

$$\varphi(a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n)$$

derart, dass jede für $|x| < \varphi + \delta$, aber nicht jede für $|x| < \varphi - \delta$ reguläre Funktion mit jenen Anfangskoeffizienten in mindestens einem Punkte des betreffenden Kreises 0 oder 1 ist. Für $n = 1$ hat Herr Carathéodory[1]) diese Funktion bestimmt; im allgemeinen Falle, also für $n = 2$, $n = 3, \cdots$ ist mir dies auf einem relativ einfachen Wege gelungen, und ich will jetzt diese Lösung des Problems auseinandersetzen. Übrigens wird Herr Carathéodory demnächst eine andere Lösung veröffentlichen, welche auf transzendenteren Grundlagen beruht, aber für andere Probleme grössere Tragweite besitzt und auch an sich von hohem Interesse ist.

Von der Kette von Sätzen, welche zu meiner Lösung des Problems führen, ist übrigens der erste, Satz XXVII, Herrn Carathéodory schon bekannt gewesen, wie er mir mitgeteilt hat.

Es sei

$$f(x) = 1 + x + A_2 x^2 + \cdots$$

eine Potenzreihe mit den beiden Anfangskoeffizienten

[1]) S. Satz XVII.

$$f(0) = 1,\ f'(0) = 1,$$

und es sei für $|x| \leqq r$ die Funktion $f(x)$ regulär und

$$|f(x)| < \alpha, \tag{57}$$

so dass also jedenfalls

$$\alpha > 1$$

ist. Dann ist nach dem Cauchyschen Satz

$$1 \leqq \frac{M(r)}{r} < \frac{\alpha}{r},$$

$$r < \alpha.$$

Es fragt sich, ob $f(x)$ wirklich in einem Kreise mit diesem Radius die Relation (57) erfüllen kann. Man erkennt leicht, dass diese Frage zu verneinen ist; denn aus

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n x^n$$

folgt bekanntlich

$$\sum_{n=0}^{\infty} |A_n|^2 r^{2n} \leqq \left(M(r)\right)^2,$$

also hier

$$1 + r^2 < \alpha^2,$$

$$r < \sqrt{\alpha^2 - 1}.$$

Es entsteht also hier das Problem, bei gegebenem α diejenige Zahl ψ, also bei variablem α (>1) diejenige Funktion $\psi(\alpha)$ zu bestimmen, welche durch folgende zwei Eigenschaften charakterisiert ist:

1) Keine für $|x| \leqq \psi + \delta$ reguläre Funktion

$$f(x) = 1 + x + \cdots$$

ist dort dem absoluten Betrage nach $< \alpha$.

2) Es gibt eine für $|x| \leqq \psi - \delta$ reguläre Funktion

$$f(x) = 1 + x + \cdots,$$

welche dort dem absoluten Betrage nach $< \alpha$ ist.

Satz XXVII: Es ist

$$\psi(\alpha) = \alpha - \frac{1}{\alpha}.$$

Beweis: 1) Es ist zu zeigen: Wenn

$$f(x) = 1 + x + \cdots$$

für $|x| \leqq r$ regulär ist und die Bedingung (57) erfüllt, so ist

$$r \leqq \alpha - \frac{1}{\alpha}.$$

Es werde

$$\frac{\frac{f(x)}{\alpha} - \frac{1}{\alpha}}{1 - \frac{1}{\alpha}\frac{f(x)}{\alpha}} = g(x). \tag{58}$$

gesetzt; dann ist $g(x)$ für $|x| \leq r$ regulär und genügt dort der Bedingung

$$|g(x)| < 1;$$

ferner lauten die Anfangsglieder

$$g(x) = \frac{\frac{1}{\alpha}x + \cdots}{1 - \frac{1}{\alpha^2} - \frac{x}{\alpha^2} + \cdots} = \frac{\alpha}{\alpha^2 - 1}x + \cdots$$

Also ist

$$\frac{\alpha}{\alpha^2 - 1} < \frac{1}{r},$$

$$r < \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha} = \alpha - \frac{1}{\alpha}.$$

2) Es ist eine für $|x| \leq \alpha - \frac{1}{\alpha} - \delta$ reguläre Funktion

$$f(x) = 1 + x + \cdots$$

anzugeben, die dort die Bedingung (57) erfüllt. Die folgende Funktion leistet dies sogar für alle $\delta > 0$:

$$f(x) = \frac{\alpha^2 - 1 + \alpha^2 x}{\alpha^2 - 1 + x};$$

sie ist regulär für $|x| < \alpha^2 - 1$, also gewiss für

$$|x| < \alpha - \frac{1}{\alpha} = \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha};$$

ihre Entwicklung beginnt mit

$$f(x) = \frac{1 + \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 1}x}{1 + \frac{1}{\alpha^2 - 1}x} = \left(1 + \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 1}x\right)\left(1 - \frac{x}{\alpha^2 - 1} + \cdots\right) = 1 + x + \cdots$$

Endlich ist für $|x| < \alpha - \frac{1}{\alpha}$

$$|f(x)| < \alpha.$$

Dies lässt sich durch direkte Ausrechnung verifizieren und folgt im übrigen daraus, dass das nach (58) zugehörige $g(x)$ gleich $\frac{\alpha}{\alpha^2 - 1}x$ ist, also für $|x| < \alpha - \frac{1}{\alpha}$ absolut genommen < 1.

Analog werde eine Funktion $\psi(A, B; \alpha)$ für

$$B \neq 0, \quad \alpha > |A|$$

so definiert, dass für $|x| \leqq \psi - \delta$, aber nicht für $|x| \leqq \psi + \delta$ eine Funktion mit den Anfangskoeffizienten

$$f(x) = A + Bx + \cdots$$

die Beziehung

$$|f(x)| < \alpha \tag{57}$$

erfüllen kann. Dann ist

$$\psi(1, 1; \alpha) = \psi(\alpha);$$

andererseits ist die Bestimmung von $\psi(A, B; \alpha)$ unmittelbar auf die von $\psi(\alpha)$ zurückführbar. Denn, wenn

$$f(x) = A + Bx + \cdots$$

für $|x| \leqq r$ die Beziehung (57) erfüllt, so erfüllt

$$g(x) = \frac{1}{A} f\left(\frac{A}{B} x\right) = 1 + x + \cdots$$

für $|x| \leqq \frac{|B|}{|A|} r$ die Beziehung

$$|g(x)| < \frac{\alpha}{|A|}$$

und umgekehrt, so dass

$$\psi(A, B; \alpha) = \frac{|A|}{|B|} \psi\left(1, 1; \frac{\alpha}{A}\right) = \frac{|A|}{|B|} \psi\left(\frac{\alpha}{|A|}\right)$$

$$= \frac{|A|}{|B|} \left(\frac{\alpha}{|A|} - \frac{|A|}{\alpha}\right) = \frac{1}{|B|} \left(\alpha - \frac{|A|^2}{\alpha}\right) \tag{59}$$

ist.

Ich definiere nunmehr $\psi(A_0, A_1, A_2; \alpha)$ für

$$\alpha > |A_0|, \quad |A_1| + |A_2| > 0$$

als diejenige Zahl, für welche im Kreise $|x| \leqq \psi - \delta$, aber nicht im Kreise $|x| \leqq \psi + \delta$ die Funktion

$$A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \cdots$$

regulär und

$$|A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \cdots| < \alpha \tag{60}$$

sein kann; da (60) mit

$$\left|\frac{A_0}{\alpha} + \frac{A_1}{\alpha} x + \frac{A_2}{\alpha} x^2 + \cdots\right| < 1$$

identisch ist, ist offenbar

$$\psi(A_0, A_1, A_2; \alpha) = \psi\left(\frac{A_0}{\alpha}, \frac{A_1}{\alpha}, \frac{A_2}{\alpha}; 1\right);$$

wenn also

$$\psi(A_0, A_1, A_2; 1)$$

bestimmt ist, wo

$$|A_0| < 1$$

ist und nicht beide Zahlen A_1 und A_2 verschwinden, so ist

$$\psi(A_0, A_1, A_2; \alpha)$$

allgemein bekannt. Jene Bestimmung liefert der

Satz XXVIII: Es ist

$$\psi(A_0, A_1, A_2; 1) = \frac{1}{\sqrt{|B| + |A|^2}},$$

wo zur Abkürzung

$$A = \frac{A_1}{1 - |A_0|^2} = \frac{A_1}{1 - A_0 \overline{A}_0},$$

$$B = \frac{A_2}{1 - |A_0|^2} + \frac{A_1^2 \overline{A}_0}{(1 - |A_0|^2)^2} = \frac{A_2}{1 - A_0 \overline{A}_0} + \frac{A_1^2 \overline{A}_0}{(1 - A_0 \overline{A}_0)^2}$$

gesetzt ist.[1]

Beweis: 1) Es sei

$$f(x) = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \cdots$$

für $|x| \leqq r$ regulär und ebenda

$$|f(x)| < 1.$$

Ich betrachte dann die Funktion

$$g(x) = \frac{f(x) - A_0}{1 - \overline{A}_0 f(x)}. \tag{61}$$

Sie ist für $|x| \leqq r$ regulär, und ebenda ist

$$|g(x)| < 1;$$

die Anfangsglieder sind

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{A_1 x + A_2 x^2 + \cdots}{1 - A_0 \overline{A}_0 - A_1 \overline{A}_0 x + \cdots} \\ &= \frac{A_1}{1 - A_0 \overline{A}_0} x + \left(\frac{A_2}{1 - A_0 \overline{A}_0} + \frac{A_1^2 \overline{A}_0}{(1 - A_0 \overline{A}_0)^2} \right) x^2 + \cdots \\ &= A x + B x^2 + \cdots \end{aligned} \tag{62}$$

Wird

$$h(x) = \frac{g(x)}{x} = A + B x + \cdots$$

gesetzt, so ist also $h(x)$ für $|x| \leqq r$ regulär; für $|x| = r$, also für $|x| \leqq r$ ist

$$|h(x)| < \frac{1}{r};$$

daher ist

---

[1] Es ist nach den gemachten Voraussetzungen eo ipso $|B| + |A|^2 > 0$, da sonst $A_1 = 0$, $A_2 = 0$ wäre. $\overline{A}_0$ bezeichnet die zu A_0 konjugierte Grösse.

$$r \leqq \psi\left(A, B; \frac{1}{r}\right),$$

also nach (59)

$$r \leqq \frac{1}{|B|}\left(\frac{1}{r} - |A|^2 r\right),$$

$$(|B| + |A|^2)\, r^2 \leqq 1,$$

$$r \leqq \frac{1}{\sqrt{|B| + |A|^2}}.$$

Folglich ist

$$\psi(A_0, A_1, A_2; 1) \leqq \frac{1}{\sqrt{|B| + |A|^2}}.\ ^{1})$$

2) Um nun zu zeigen, dass

$$\psi(A_0, A_1, A_2; 1) = \frac{1}{\sqrt{|B| + |A|^2}}$$

ist, brauche ich nur,

$$\frac{1}{\sqrt{|B| + |A|^2}} = \Gamma$$

gesetzt, eine spezielle für $|x| \leqq \Gamma - \delta$ reguläre und absolut genommen unterhalb 1 gelegene Funktion

$$f(x) = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \cdots$$

anzugeben. Hierzu wähle ich

$$h(x) = A + Bx + \cdots$$

so, dass für $|x| \leqq \Gamma - \delta$ die Funktion $h(x)$ regulär und

$$|h(x)| < \frac{1}{\Gamma - \delta}$$

ist. Ein solches $h(x)$ gibt es. Denn Γ war dadurch bestimmt, dass

$$\psi\left(A, B; \frac{1}{\Gamma}\right) = \Gamma$$

ist; da nun $\psi(A, B; \alpha)$ mit wachsendem α zunimmt, ist

$$\psi\left(A, B; \frac{1}{\Gamma - \delta}\right) > \psi\left(A, B; \frac{1}{\Gamma}\right) = \Gamma > \Gamma - \delta,$$

so dass es ein $h(x)$ mit den obigen Eigenschaften gibt [2]. Wenn nun

$$x\, h(x) = A x + B x^2 + \cdots = g(x)$$

gesetzt wird, ist $g(x)$ für $|x| \leqq \Gamma - \delta$ regulär und ebenda

$$|g(x)| < 1;$$

[1]) Für $B = 0$ gelten die letzten Rechnungen nicht, wohl aber das Resultat, wie unmittelbar aus (62) ersichtlich ist.

[2]) Dass man tatsächlich für alle δ ein einziges $h(x)$ wählen kann, ist für den vorliegenden Zweck unerheblich.

$f(x)$ sei mit Hilfe von (61) durch $g(x)$ definiert, d. h. es sei

$$f(x) = \frac{g(x) + A_0}{1 + \overline{A}_0\, g(x)}$$

gesetzt; dann ist für $|x| \leqq \Gamma - \delta$ die Funktion $f(x)$ regulär und

$$|f(x)| < 1;$$

ferner hat $f(x)$ die richtigen Anfangskoeffizienten

$$f(x) = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \cdots,$$

wie sich durch Ausrechnung verifizieren lässt, aber auch von selbst klar ist, da A_1 und A_2 eindeutig durch A und B bestimmt sind. Damit ist der Satz XXVIII vollständig bewiesen.

Nachdem die Bestimmung von

$$\psi(A_0, A_1, A_2; \alpha)$$

in aller Ausführlichkeit vorausgeschickt ist, ist es leicht, ein Induktionsverfahren zur Berechnung von $\psi(A_0, A_1, \cdots, A_n; \alpha)$ kurz zu begründen, wenn diejenige von $\psi(A_0, A_1, \cdots, A_{n-1}; \alpha)$ als bekannt vorvorausgesetzt wird. Es bedeutet $\psi(A_0, A_1, \cdots, A_n; \alpha)$, wo

$$\alpha > |A_0|, \quad |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| > 0$$

ist, den Radius des Kreises, so dass für $|x| \leqq \psi - \delta$, aber nicht für $|x| \leqq \psi + \delta$ die Funktion

$$A_0 + A_1 x + \cdots + A_n x^n + \cdots$$

regulär und

$$|A_0 + A_1 x + \cdots + A_n x^n + \cdots| < \alpha$$

sein kann. Dann ist

$$\psi(A_0, A_1, \cdots, A_n; \alpha) = \psi\left(\frac{A_0}{\alpha}, \frac{A_1}{\alpha}, \cdots, \frac{A_n}{\alpha}; 1\right),$$

und die Bestimmung von

$$\psi(A_0, A_1, \cdots, A_n; 1),$$

wo

$$1 > |A_0|, \quad |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| > 0$$

ist, führe ich folgendermassen aus.

1) Es sei

$$f(x) = A_0 + A_1 x + \cdots + A_n x^n + \cdots$$

für $|x| \leqq r$ regulär und daselbst

$$|f(x)| < 1;$$

es werde

$$g(x) = \frac{f(x) - A_0}{1 - \overline{A}_0 f(x)}$$

gesetzt; dann ist für $|x| \leqq r$ die Funktion $g(x)$ regulär und

$$|g(x)| < 1;$$

ferner lauten die Anfangsglieder von $g(x)$

$$g(x) = B_0 x + B_1 x^2 + \cdots + B_{n-1} x^n + \cdots, \tag{63}$$

wo B_ν $(\nu = 0, \cdots, n-1)$ eine Funktion von $A_0, \overline{A_0}, A_1, \cdots, A_{\nu+1}$ allein ist, also $B_0, \cdots, B_{n-1}$ nur von $A_0, \overline{A_0}, A_1, \cdots, A_n$ abhängen, derart, dass umgekehrt, wenn A_0 und $\overline{A_0}$ als konstant angesehen werden, durch $B_0, B_1, \cdots, B_{n-1}$ die Grössen $A_1, A_2, \cdots, A_n$ eindeutig bestimmt sind.[1] Wird

$$h(x) = \frac{g(x)}{x} = B_0 + B_1 x + \cdots + B_{n-1} x^{n-1} + \cdots$$

gesetzt, so ist $h(x)$ für $|x| \leqq r$ regulär, und es ist für $|x| = r$, also für $|x| \leqq r$,

$$|h(x)| < \frac{1}{r};$$

daher ist die (als bekannt vorausgesetzte) Funktion[2])

$$\psi\left(B_0, B_1, \cdots, B_{n-1}; \frac{1}{r}\right) \geqq r. \tag{64}$$

Die Lösung dieser Ungleichungsbeziehung (64) sei

$$r \leqq \Theta(B_0, B_1, \cdots, B_{n-1}),$$

d. h. $\Theta(B_0, B_1, \cdots, B_{n-1})$ sei die[3]) eindeutig bestimmte Funktion, für welche

$$\psi\left(B_0, B_1, \cdots, B_{n-1}; \frac{1}{\Theta}\right) = \Theta$$

ist. Wenn die (rationalen) Ausdrücke der B durch die A (einschliesslich $\overline{A_0}$) eingeführt werden und

$$\Theta(B_0, B_1, \cdots, B_{n-1}) = \Psi(A_0, A_1, \cdots, A_n)$$

gesetzt wird, so ist

$$r \leqq \Psi(A_0, A_1, \cdots, A_n),$$

$$\psi(A_0, A_1, \cdots, A_n; 1) \leqq \Psi(A_0, A_1, \cdots, A_n).$$

[1]) Dies wird für den zweiten Teil des Beweises von Bedeutung sein.

[2]) Die Grössen $B_0, \cdots, B_{n-1}$ verschwinden nicht gleichzeitig, da dies sonst von $A_1, \cdots, A_n$ gelten würde. Wenn gleichzeitig $B_1 = \cdots = B_{n-1} = 0$ ist, ist das Resultat bereits aus (63) ablesbar und lautet einfach

$$\psi(A_0, A_1, \cdots, A_n; 1) = \frac{1}{B_0} = \frac{1 - A_0 \overline{A_0}}{A_1}.$$

[3]) Wegen des beständigen Abnehmens der linken Seite von (64) mit wachsendem r.

2) Ich behaupte, es ist

$$\psi(A_0, A_1, \cdots, A_n; 1) = \Psi(A_0, A_1, \cdots, A_n). \tag{65}$$

Für den Beweis setze ich zur Abkürzung

$$\Psi(A_0, A_1, \cdots, A_n) = \Gamma$$

und werde die Existenz einer für $|x| \leqq \Gamma - \delta$ regulären und absolut genommen unterhalb 1 gelegenen speziellen Funktion

$$f(x) = A_0 + A_1 x + \cdots + A_n x^n + \cdots$$

nachweisen. Es werde zunächst ein

$$h(x) = B_0 + B_1 x + \cdots + B_{n-1} x^{n-1} + \cdots$$

so gewählt, dass für $|x| \leqq \Gamma - \delta$ die Funktion $h(x)$ regulär und

$$|h(x)| < \frac{1}{\Gamma - \delta}$$

ist; dies ist wegen

$$\psi\left(B_0, B_1, \cdots, B_{n-1}; \frac{1}{\Gamma - \delta}\right) > \psi\left(B_0, B_1, \cdots, B_{n-1}; \frac{1}{\Gamma}\right) = \Gamma > \Gamma - \delta$$

möglich. Wenn

$$x\, h(x) = g(x)$$

gesetzt wird, ist

$$g(x) = B_0 x + B_1 x^2 + \cdots + B_{n-1} x^n + \cdots$$

für $|x| \leqq \Gamma - \delta$ regulär und genügt dort der Relation

$$|g(x)| < 1.$$

Endlich sei

$$f(x) = \frac{g(x) + A_0}{1 + \bar{A}_0\, g(x)};$$

dann ist

$$f(x) = A_0 + A_1 x + \cdots + A_n x^n + \cdots$$

und für $|x| \leqq \Gamma - \delta$ die Funktion $f(x)$ regulär, sowie

$$|f(x)| < 1.$$

Damit ist die Gleichung (65) bewiesen, auf deren rechter Seite eine schon bekannte Funktion steht, und man ist in der Lage, für jedes n die fertige Formel für $\psi(A_0, A_1, A_2, \cdots, A_n; \alpha)$ auszurechnen, was oben für $n = 2$ geschehen ist.[1]

Hieraus wird sich nun die Bestimmung der auf Seite 303 definierten Funktion $\varphi(a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n)$ ergeben.

[1]) Übrigens erkennt man durch den Schluss von $n-1$ auf n, dass es eine für $|x| < \psi$ reguläre rationale Funktion gibt, die die richtigen Anfangskoeffizienten besitzt und für $|x| \leqq \psi$ absolut genommen $< \alpha$ ist.

1) Es sei
$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n + \cdots,$$
wo nicht zugleich
$$a_1 = a_2 = \cdots = a_n = 0$$
ist, für $|x| < r$ regulär, $\neq 0$ und $\neq 1$. Es sei
$$\nu(y) = c_0 + c_1(y - a_0) + c_2(y - a_0)^2 + \cdots \tag{66}$$
ein beliebiger Zweig der inversen Modulfunktion; dann ist
$$\begin{aligned} G(x) = \nu\big(F(x)\big) &= c_0 + c_1(a_1 x + \cdots) + c_2(a_1 x + \cdots)^2 + \cdots \\ &= B_0 + B_1 x + B_2 x^2 + \cdots + B_n x^n + \cdots, \end{aligned} \tag{67}$$
wo $B_0, B_1, \cdots, B_n$ nur von $a_0, a_1, \cdots, a_n$ abhängen, derart, dass umgekehrt $a_0, a_1, \cdots, a_n$ eindeutig durch $B_0, B_1, \cdots, B_n$ bestimmt sind. D. h., wenn die zu (66) inverse Potenzreihe
$$\lambda(x) = a_0 + C_1(x - c_0) + C_2(x - c_0)^2 + \cdots$$
lautet, so hat
$$\begin{aligned} &\lambda(B_0 + B_1 x + B_2 x^2 + \cdots + B_n x^n + \cdots) \\ &= a_0 + C_1(B_1 x + B_2 x^2 + \cdots) + C_2(B_1 x + B_2 x^2 + \cdots)^2 \end{aligned}$$
die Anfangskoeffizienten
$$a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n + \cdots$$
Für $|x| < r$ ist $G(x)$ regulär und
$$\Im\big(G(x)\big) > 0.$$
Es werde nun
$$H(x) = \frac{G(x) - B_0}{G(x) - \overline{B_0}} \tag{68}$$
gesetzt. Wenn
$$H(x) = A_1 x + \cdots + A_n x^n + \cdots$$
ist, sind $A_1, \cdots, A_n$ durch $B_0, B_1, \cdots, B_n$ (also durch $a_0, a_1, \cdots, a_n$) eindeutig bestimmt und umgekehrt $B_1, \cdots, B_n$ eindeutig durch $A_1, \cdots, A_n$. Es verschwinden ferner $A_1, \cdots, A_n$ nicht sämtlich, da dies sonst von $B_1, \cdots, B_n$, also von $a_1, \cdots, a_n$ gelten würde. Es ist für $|x| < r$ die Funktion $H(x)$ regulär und
$$|H(x)| < 1,$$
also
$$r \leq \psi(0, A_1, \cdots, A_n; 1),$$
$$\varphi(a_0, a_1, \cdots, a_n) \leq \psi(0, A_1, \cdots, A_n; 1).$$

2) Ich behaupte, dass für $a_0 \neq 0$, $a_0 \neq 1$ [1])
$$\varphi(a_0, a_1, \cdots, a_n) = \psi(0, A_1, \cdots, A_n; 1) \tag{69}$$

---

[1]) Für $a_0 = 0$ und $a_0 = 1$ ist $\varphi(a_0, a_1, \cdots, a_n) = 0$.

ist. Es werde zunächst ein

$$H(x) = A_1 x + \cdots + A_n x^n + \cdots$$

so bestimmt, dass für $|x| \leqq \psi(0, A_1, \cdots, A_n; 1) - \delta$ die Funktion $H(x)$ regulär und

$$|H(x)| < 1$$

ist. Wenn $G(x)$ durch (68) definiert ist, ist

$$G(x) = B_0 + B_1 x + \cdots + B_n x^n + \cdots$$

für $|x| \leqq \psi - \delta$ regulär, und es ist ebenda

$$\mathfrak{I}\big(G(x)\big) > 0.$$

Also ist, wenn $F(x)$ durch (67) definiert wird, d. h.

$$F(x) = \lambda\big(G(x)\big)$$

gesetzt wird, $F(x)$ für $|x| \leqq \psi - \delta$ regulär und ebenda

$$F(x) \neq 0$$

und

$$F(x) \neq 1;$$

ferner lauten die Anfangsglieder, wie verlangt,

$$F(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n + \cdots;$$

damit ist (69) bewiesen, also das Problem der Bestimmung von $\varphi(a_0, a_1, \cdots, a_n)$ gelöst.

Insbesondere ist also

$$\varphi(a_0, a_1, a_2) = \psi(0, A_1, A_2; 1), \tag{70}$$

wo A_1 und A_2 nach den Entwickelungen von Seite 312 folgendermassen zu berechnen sind: Es ist

$$\begin{aligned} G(x) &= B_0 + B_1 x + B_2 x^2 + \cdots \\ &= c_0 + c_1 (a_1 x + a_2 x^2 + \cdots) + c_2 (a_1 x + a_2 x^2 + \cdots)^2 + \cdots \\ &= c_0 + c_1 a_1 x + \left(c_1 a_2 + c_2 a_1^2\right) x^2 + \cdots, \end{aligned}$$

$$B_0 = c_0,$$

$$B_1 = c_1 a_1,$$

$$B_2 = c_1 a_2 + c_2 a_1^2,$$

$$H(x) = A_1 x + A_2 x^2 + \cdots = \frac{G(x) - c_0}{G(x) - \overline{c_0}}$$

$$= \frac{c_1 a_1 x + (c_1 a_2 + c_2 a_1^2) x^2 + \cdots}{2\mathfrak{I}(c_0) i + c_1 a_1 x + \cdots} = \frac{c_1 a_1}{2\mathfrak{I}(c_0) i} x + \left(\frac{c_1 a_2 + c_2 a_1^2}{2\mathfrak{I}(c_0) i} + \frac{c_1^2 a_1^2}{4(\mathfrak{I}(c_0))^2}\right) x^2 + \cdots,$$

$$A_1 = \frac{c_1 a_1}{2 \mathfrak{J} i},$$

$$A_2 = \frac{c_1 a_2 + c_2 a_1^2}{2 \mathfrak{J} i} + \frac{c_1^2 a_1^2}{4 \mathfrak{J}^2},$$

wo zur Abkürzung

$$\mathfrak{J}(c_0) = \mathfrak{J}$$

gesetzt ist. Also ist nach Satz XXVIII und (70)

$$\varphi(a_0, a_1, a_2) = \frac{1}{\sqrt{|B| + |A|^2}},$$

wo

$$A = A_1 = \frac{c_1 a_1}{2 \mathfrak{J} i},$$

$$B = A_2 = \frac{c_1 a_2}{2 \mathfrak{J} i} + \left(\frac{c_2}{2 \mathfrak{J} i} + \frac{c_1^2}{4 \mathfrak{J}^2}\right) a_1^2$$

ist, d. h. das Resultat lautet [1]:

$$\varphi(a_0, a_1, a_2) = \frac{1}{\sqrt{\left|\frac{c_1 a_2}{2 \mathfrak{J} i} + \left(\frac{c_2}{2 \mathfrak{J} i} + \frac{c_1^2}{4 \mathfrak{J}^2}\right) a_1^2\right| + \left|\frac{c_1 a_1}{2 \mathfrak{J} i}\right|^2}}$$

$$= \frac{2 \mathfrak{J}}{\sqrt{\left|-2 c_1 a_2 \mathfrak{J} i + (-2 c_2 \mathfrak{J} i + c_1^2) a_1^2\right| + |c_1|^2 |a_1|^2}}.$$

Durch Diskussion des Ausdrucks von $\varphi(a_0, a_1, \cdots, a_n)$ lässt sich diejenige Funktion bestimmen, welche der Annahme entspricht, dass ausser a_0 ein späterer Koeffizient oder mehrere (aber nicht in ununterbrochener Reihenfolge) gegeben sind. Ich will dies in dem Falle durchrechnen, dass die Funktion gesucht wird, welche etwa mit $\varphi(a_0, -, a_2)$ bezeichnet werden kann und (für $a_2 \neq 0$) den Radius des Kreises mit den mehrfach genannten Eigenschaften für die Funktionen $F(x)$ angibt, welche den Bedingungen

$$F(0) = a_0, \quad \frac{F''(0)}{2} = a_2$$

genügen. Dass $\varphi(a_0, a_1, a_2)$ bei festen a_0, a_2 ($a_0 \neq 0$, $a_0 \neq 1$, $a_2 \neq 0$) für alle a_1 unterhalb einer festen Schranke liegt, ist an der obigen Formel leicht verifizierbar, da $c_1 \neq 0$ ist. Es ist das Maximum jener stetigen Funktion bei variablem a_1 zu berechnen; dessen Bestimmung kommt auf die des Minimums des Quadrates des Nenners, also von

$$\left|-2 c_1 a_2 \mathfrak{J} i + (-2 c_2 \mathfrak{J} i + c_1^2) a_1^2\right| + |c_1|^2 |a_1|^2$$

hinaus. Wird

[1] Für $a_0 = 0$ und $a_0 = 1$ ist $\varphi(a_0, a_1, a_2) = 0$; sonst gilt obige Formel.

$$c_1^2 a_1^2 = t,$$

$$\frac{-2c_2\Im i + c_1^2}{c_1^2} = \beta,$$

$$-2c_1 a_2 \Im i = \gamma$$

gesetzt, so ist also bei gegebenen β, γ das Minimum von

$$|\gamma + \beta t| + |t|$$

für alle komplexen t zu bestimmen. Für $\beta = 0$ ist dies Minimum offenbar $= |\gamma|$; für $\beta \gtrless 0$ ist es, wie leicht einzusehen ist, gleich der kleineren der beiden Zahlen $\left|\frac{\gamma}{\beta}\right|$ und $|\gamma|$, welche den Werten $t = -\frac{\gamma}{\beta}$ und $t = 0$ entsprechen. In jedem Falle ist also das Minimum

$$= |\gamma| \,\mathrm{Min.}\left(1, \frac{1}{|\beta|}\right),$$

also

$$\varphi(a_0, -, a_2) = \sqrt{\frac{2\Im(c_0)}{|c_1 a_2| \,\mathrm{Min.}\left(1, \left|\frac{c_1^2}{-2c_2\Im(c_0)i + c_1^2}\right|\right)}}.$$

§ 16.

Einige Sätze über algebraische Gleichungen.

Die folgenden Sätze stehen vorläufig nur in losem Zusammenhang mit dem Stoff dieser Arbeit; vielleicht sind sie dem einen oder anderen Leser für das im Schlusswort gestellte Hauptproblem von grösserem Nutzen wie mir. Man betrachte alle algebraischen Gleichungen

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n = 0$$

mit zwei festen Anfangskoeffizienten a_0, a_1, wo

$$a_1 \neq 0$$

ist. Wenn n fest ist, ist es leicht, einen Kreis

$$|x| < \varrho(a_0, a_1)$$

anzugeben, dessen Radius nur von a_0 und a_1 abhängt und in welchem mindestens eine Nullstelle von $F(x)$ liegt. Denn, wenn die Wurzeln von

$$F(x) = 0$$

mit $x_1, x_2, \cdots, x_n$ bezeichnet werden, ist

$$\frac{a_0}{a_n} = (-1)^n x_1 x_2 \cdots x_n,$$

$$\frac{a_1}{a_n} = (-1)^{n-1} x_1 x_2 \cdots x_n \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}\right),$$

also, falls a_0 von Null verschieden ist[1]),

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\cdots+\frac{1}{x_n}=-\frac{a_1}{a_0}.$$

Wenn also alle $x_\nu\ (\nu=1,\cdots,n)$ absolut genommen $\geqq r$ sind, ist

$$\left|\frac{a_1}{a_0}\right|\leqq\frac{n}{r},$$

$$r\leqq n\left|\frac{a_0}{a_1}\right|;$$

daher ist mindestens für ein ν

$$|x_\nu|\leqq n\left|\frac{a_0}{a_1}\right|.$$

Wenn jedoch nur a_0 und a_1, nicht n festgehalten wird, gibt es keinen endlichen Kreis

$$|x|<\varrho(a_0,a_1),$$

der mindestens eine Wurzel jeder algebraischen Gleichung

$$a_0+a_1x+\cdots+a_nx^n=0$$

enthält. Denn die Gleichung

$$\left(1+\frac{x}{n}\right)^n=1+x+\cdots$$

hat Wurzeln, die sämtlich mit n ins Unendliche rücken, und doch ist für jedes n

$$a_0=1,\quad a_1=1.$$

Trotzdem besteht der

Satz XXIX: Jede trinomische Gleichung von der Form

$$F(x)=a_0+a_1x+a_nx^n=0, \qquad (n\geqq 2)$$

wo $a_1\neq 0$ ist, hat mindestens eine Wurzel in einem Kreise

$$|x|<\varrho(a_0,a_1),$$

dessen Radius von n und a_n unabhängig ist.

Beweis: Ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann

$$a_0=1,\quad a_1=1$$

angenommen werden, da man sonst nur die Gleichung

$$\frac{1}{a_0}F\left(\frac{a_0}{a_1}x\right)=1+x+\frac{a_n a_0^{n-1}}{a_1^n}x^n$$

zu betrachten braucht.[1]) Es sei also

[1]) Für $a_0=0$ ist der Satz trivial.

$$F(x) = 1 + x + a\,x^n = 0 \tag{71}$$

die vorgelegte Gleichung. Ich behaupte, dass (71) mindestens eine Lösung für $|x| \leqq 2$ besitzt. Wären alle Wurzeln > 2, so wäre

$$\left|\frac{1}{a}\right| = |x_1\, x_2 \cdots x_n| > 2^n,$$

$$|a| < \frac{1}{2^n}.$$

Auf dem Kreise $|x| = 2$ wäre also

$$|a x^n| < 1 \leqq |1 + x|;$$

daher hätte nach dem auf Seite 301 zitierten Satz $F(x)$ für $|x| < 2$ ebensoviele Wurzeln wie $1 + x$, d. h. eine, gegen die Annahme.

Ebenso ergibt sich der

Satz XXX: Jede quadrinomische Gleichung von der Form

$$F(x) = a_0 + a_1\, x + a_m\, x^m + a_n\, x^n = 0, \qquad (2 \leqq m < n)$$

wo $a_1 \neq 0$ ist, hat mindestens eine Wurzel, deren absoluter Betrag unterhalb einer nur von a_0 und a_1 abhängigen (also von m, n, a_m, a_n unabhängigen) Schranke liegt.

Beweis: Die Gleichung darf in der Form

$$F(x) = 1 + x + b\,x^m + a\,x^n = 0$$

angenommen werden, und es wird die Existenz einer absolut konstanten Schranke behauptet.

1) Es sei

$$|a| \geqq \frac{1}{8^n};$$

dann ist

$$|x_1|\,|x_2| \cdots |x_n| = \frac{1}{|a|} \leqq 8^n,$$

also für mindestens ein ν

$$|x_\nu| \leqq 8.$$

2) Es sei

$$|a| < \frac{1}{8^n}, \quad |b| > \frac{8}{6^m}.$$

Dann ist auf dem Kreise $|x| = 6$

$$|a x^n| < \left(\frac{3}{4}\right)^n < 1 \leqq -7 + |b|\, 6^m \leqq -|1 + x| + |b x^m| \leqq |1 + x + b x^m|;$$

daher hat

$$F(x) = 1 + x + b\,x^m + a\,x^n = 0$$

für $|x| < 6$ ebensoviele Wurzeln wie

$$1 + x + b x^m = 0,$$

also nach Satz XXIX mindestens eine.

3) Es sei

$$|a| < \frac{1}{8^n}, \quad |b| < \frac{8}{6^m}.$$

Dann ist für $|x| = 2$

$$|b x^m + a x^n| < \frac{8}{3^m} + \frac{1}{4^n} \leqq \frac{8}{3^2} + \frac{1}{4^3} < 1 \leqq |1 + x|;$$

daher hat $F(x)$ für $|x| < 2$ ebensoviele Wurzeln wie $1 + x$, d. h. eine.

In allen drei Fällen ist also für mindestens ein ν

$$|x_\nu| \leqq 8.$$

Schluss.

Für alle algebraischen Gleichungen

$$F(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n = 0$$

mit festen a_0, a_1 ($a_1 \neq 0$) gilt der Satz, dass in einem Kreise

$$|x| < \varrho(a_0, a_1)$$

mindestens eine Nullstelle oder Einsstelle liegt. Denn meine Sätze V und VI gelten für alle ganzen, bezw. für $x = 0$ regulären Funktionen, und der Fall der ganzen rationalen Funktionen ist bei ihren verschiedenen Beweisen mitberücksichtigt. Andererseits habe ich schon in der Einleitung[1]) und am Schluss[2]) meiner früheren Arbeit darauf aufmerksam gemacht, dass ein direkter Beweis jenes algebraischen Satzes unmittelbar einen Beweis des Satzes VI, also des Picardschen Satzes I nach sich zieht. Ich habe mich vergeblich bemüht, jene Eigenschaft der algebraischen Gleichungen (welche durch meine frühere Arbeit bewiesen war) durch algebraische Überlegungen[3]) zu beweisen oder auch nur irgendwie einfacher als den allgemeinen Satz VI über Potenzreihen oder den allgemeinen Satz V über ganze transzendente Funktionen. Und doch glaube ich, dass ein ganz einfacher Beweis jenes algebraischen Satzes, also des Picardschen Satzes, vorhanden ist. Ich würde mich freuen, wenn diese nochmalige Aufforderung einen Leser, welcher unbefangen an das Problem herantritt, zum Ziele führt.

Berlin, den 28. Juli 1906.

[1]) S. 1119.

[2]) S. 1132—1133.

[3]) d. h. durch die in der Algebra gebräuchlichen analytischen Hilfsmittel.

Beiträge zur Kenntnis des Phytoplanktons warmer Meere.[1])

Von

Bruno Schröder in Breslau.

Einleitung.

Im Nachfolgenden sind Planktonproben bearbeitet, die aus subtropischen und tropischen Gebieten des Atlantischen (Mittelmeer), des Indischen und des Stillen Ozeans stammen und zwar ungefähr vom 45° n. B. bis 38° s. B. Den grössten Teil dieser Proben verdanke ich Professor Dr. C. Schröter in Zürich, der sie mit M. Pernod 1898/99 auf ihrer Reise um die Erde sammelte. Ausserdem erhielt ich wiederholt Planktonmaterial von Dr. Hundhausen in Zürich, das von ihm auf Reisen nach Japan, bezw. nach Neuseeland gefischt worden war. Phytoplankton aus der nördlichen Adria überliessen mir Professor Dr. W. Kükenthal und Privatdozent Dr. C. Zimmer in Breslau, während ich bereits früher bei meinem Aufenthalte in Rovigno in der biologischen Station Planktonproben aus der Adria vorfand und auch selbst dort solche entnommen hatte.

Um die jeweilige Zusammensetzung der einzelnen Proben darzutun, sollen dieselben ihren Componenten nach in tabellarischer Uebersicht aufgeführt werden. Es soll damit versucht werden, freilich mehr oder weniger fragmentarische Vegetationsbilder der verschiedenen Florengebiete zur Zeit der Fänge zu geben. Bezüglich der Bezeichnung der relativen Quantitätsangaben schliesse ich mich der Gleichmässigkeit wegen derjenigen von P. T. Cleve, C. Ostenfeld u. a. an. Es bedeutet demnach: rr sehr selten, r selten, + verbreitet, c häufig und cc sehr häufig.

Breslau, den 27. Juni 1906.

Der Verfasser.

[1]) Zugleich Nr. III der „Wissenschaftlichen Ergebnisse einer Reise um die Erde (M. Pernod und C. Schröter, August 1898 bis März 1899, unter Benützung anderweitiger Materialien).

I. Herkunft und Zusammensetzung des Materiales.

Nr. I—VII. Nördliche Adria.

Spezielle Fundorte: Nr. I Isola Brioni bei Pola (Sammler Zimmer), Nr. II Rovigno (Sammler unbekannt), Nr. III Brioni (Sammler Kükenthal), Nr. IV Rovigno (Sammler der Verfasser), Nr. V Canal di Leme (Sammler der Verfasser), Nr. VI Quarnero (Sammler unbekannt), Nr. VII Rovigno (Sammler unbekannt). (Ueber andere Planktonproben aus der Adria von Rovigno und Umgebung siehe: O. Zacharias, Archiv f. Hydrobiol. und Planktonkunde, Bd. I, 1906, pag. 507—526).

Die Zusammenstellung der Funde aus der Adria ergibt folgende Tabelle:

Nr.	Name — Nr. Tag Monat Jahr	I. 4. III 1905.	II. 7. III. 1897.	III. 28. III. 1905.	IV. 7. VIII. 1897.	V. 8. VIII. 1897.	VI. 17. IX. 1896.	VII. 17. XII. 1893.
	Bacillariaceae.							
1	*Asteromphalus flabellatus* Grev.	rr	.	.	.	rr	.	.
2	*Auricularia insecta* Cleve	rr	.	.	.	rr	.	.
3	*Bacteriastrum elongatum* Cleve	r	r	.	.	r	.	rr
4	*B. varians* Lauder	c	+	r	r	r	rr	rr
5	*Biddulphia aurita* Bréb.	rr	.	.	.	.	.	.
6	*Cerataulina Bergoni* H. Perag.	+	+	r	+	+	rr	r
7	*Chaetoceras curvisetum* Cleve	.	.	.	r	r	r	.
8	*Ch. delicatulum* Ostenf.	r	.	.	rr	r	.	.
9	*Ch. diversum* Cleve	c	c	+	+	+	rr	r
10	*Ch. contortum* Schütt	+	r	.	r	r	.	.
11	*Ch. Lorenzianum* Grun.	c	c	+	+	+	+	c
12	*Ch. peruvianum* Btw.	+	r	r	+	c	r	r
13	*Ch. Schütti* Cleve	r	r	r	.	.	.	.
14	*Ch. scolopendra* Cleve	r	.	.	.	rr	.	.
15	*Ch. Wighami* Btw.	r	.	.	r	r	.	.
16	*Dactyliosolen mediterraneus* H. Perag.	+	r	r	.	.	r	.
17	*Euodia cuneiformis* (Wall.) Schütt	.	.	.	rr	r	r	r
18	*Guinardia Blavyana* H. Perag.	r	r	.	.	.	.	.
19	*G. flaccida* (Castr.) H. Perag.	+	r	r	+	+	.	.
20	*Hemiaulus Haucki* Grun.	+	r	r	+	+	rr	r
21	*Melosira nummuloides* (Dillw.) Ag.	r	.	.	.	.	.	r
22	*Nitzschia closterium* (Ehrb.) W. Sm.	.	.	rr	rr	rr	.	.
23	*N. longissima* (Bréb.) Grun.	+	.	rr	rr	rr	.	r
24	*N. seriata* Cleve	rr	rr	rr	r	r	rr	.
25	*Paralia sulcata* (Ehrb.) Cleve	r	.	.	.	.	.	rr
26	*Rhizosolenia alata* Btw.	r	r	r	+	c	r	+
27	*Rh. acuta* var. *gracillima* (Cleve) Van Heurck	r	.	r	r	r	r	+
28	*Rh. calcar—avis* Schultze	+	+	+	c	cc	+	+
29	*Rh. robusta* Norman	+	r	+	r	r	r	+
30	*Rh. Shrubsolei* Cleve	c	+	r	.	.	.	c
31	*Rh. Stolterfothi* H. Perag.	r	r	r	r	r	r	+
32	*Rh. styliformis* Btw.	+	+	r	rr	rr	rr	r
33	*Rh. truncata* Hensen	+	r	.	r	+	r	.
34	*Striatella interrupta* Heib.	+	rr	.	.	.	.	.

Nr.	Name — Nr. / Tag / Monat / Jahr	I. 4 III. 1905.	II. 7. III. 1897.	III. 28. III. 1905.	IV. 7. VIII. 1897.	V. 8. VIII. 1897.	VI. 17. IX. 1896.	VII. 17. XII. 1893.
35	*St. unipunctata* Ag.	r	.	.	.	+	.	.
36	*Thalassiothrix Frauenfeldianum* (Grun.), Cleve & Grun.	+	+	+	cc	r	r	.
37	*Th. nitzschioides* Cleve & Grun.	rr	.	rr	.	.	.	rr
38	*Toxarium undulatum* Bail.	r	.	.	r	r	.	.
39	*Triceratium orbiculatum* var. *elongata* Grun.	.	.	.	r	r	.	.
	Peridiniaceae.							
40	*Ceratium arcuatum* Gourr.	r	r	rr	rr	r	.	r
41	*C. azoricum* Cleve	r	.	.	r	r	.	.
42	*C. candelabrum* (Ehrb.) Stein	+	rr	r	+	+	r	+
43	*C. contrarium* (Gourr.) Pavillard	r	r	r	rr	.	.	.
44	*C. curvicorne* (Dadey) Cleve	rr	.	.	.	.	.	.
45	*C. extensum* (Gourr.) nob.	r	r	r	+	r	rr	r
46	*C. flagelliferum* Cleve	+	r	r	.	.	r	r
47	*C. furca* (Ehrb.) Clap. & Lachm.	c	r	r	+	c	r	+
48	*C. fusus* (Ehrb.) Duj.	c	+	+	r	c	r	c
49	*C. fusus* var. *concava* (Gourr.) Cleve	.	rr	r	r	r	.	rr
50	*C. heterocamptum* (Jörg.) Ostenf. & Schmidt	rr	r	rr	r	r	r	.
51	*C. lineatum* (Ehrb.) Cleve	rr	r	rr	rr	.	.	.
52	*C. macroceras* (Ehrb.) Cleve	r	r	r	r	rr	r	.
53	*C. tripos* var. *gracilis* Schröder	r	r	r	rr	r	r	.
54	*C. undulatum* Schröder	r	.	.	rr	rr	rr	.
55	*C. volans* Cleve	+	r	r	r	+	r	r
56	*Ceratocorrys horrida* Stein	.	.	.	rr	rr	r	.
57	*Dinophysis Pavillardi* nob.	rr	.	.	+	.	.	.
58	*D. homunculus* Stein	.	.	rr	r	+	r	r
59	*D. ovum* Schütt	.	.	.	.	rr	.	.
60	*Diplosalis lenticula* Bergh.	r	r	rr	rr	rr	r	.
61	*Exuviella compressa* (Bail.) Ostenf.	.	r	r	rr	rr	.	.
62	*Gonyaulax polygramma* Stein	.	rr	rr	.	.	r	.
63	*Goniodoma acuminata* Stein	.	.	.	.	.	rr	+
64	*Ornithocercus magnificus* Stein	rr	.	.	.	.	r	.
65	*O. quadratus* Schütt	rr	.	rr	.	rr	.	rr
66	*Peridinium divergens* Ehrb.	r	rr	rr	r	r	r	.
67	*P. globulus* var. *quarnerensis* Schröder	r	rr	.	.	.	rr	.
68	*P. pedunculatum* Schütt	r	.	.	.	r	.	.
69	*P. tristylum* Stein	r	.	.	rr	.	rr	.
70	*Phalacroma operculatum* Stein	.	.	.	.	.	rr	.
71	*Podolampas palmipes* Stein	.	.	rr	.	rr	rr	.
72	*Prorocentrum dentatum* Stein	+	r	.	.	r	.	r
73	*P. micans* Ehrb.	.	.	rr	r	r	.	.
74	*P. scutellum* Schröder	.	.	rr	rr	r	.	rr
75	*Pyrophacus horologicum* Stein	.	rr	rr	rr	rr	rr	rr
	Pyrocysteae.							
76	*Pyrocystis lunula* Schütt	.	.	rr	.	.	.	.

I. Herkunft und Zusammensetzung des Materiales.

Nr. I—VII. Nördliche Adria.

Spezielle Fundorte: Nr. I Isola Brioni bei Pola (Sammler Zimmer), Nr. II Rovigno (Sammler unbekannt), Nr. III Brioni (Sammler Kükenthal), Nr. IV Rovigno (Sammler der Verfasser), Nr. V Canal di Leme (Sammler der Verfasser), Nr. VI Quarnero (Sammler unbekannt), Nr. VII Rovigno (Sammler unbekannt). (Ueber andere Planktonproben aus der Adria von Rovigno und Umgebung siehe: O. Zacharias, Archiv f. Hydrobiol. und Planktonkunde, Bd. I, 1906, pag. 507—526).

Die Zusammenstellung der Funde aus der Adria ergibt folgende Tabelle:

Nr.	Name — Nr. Tag Monat Jahr	I. 4. III 1905.	II. 7. III. 1897.	III. 28. III. 1905.	IV. 7. VIII. 1897.	V. 8. VIII. 1897.	VI. 17. IX. 1896.	VII. 17. XII. 1893.
	Bacillariaceae.							
1	*Asteromphalus flabellatus* Grev. . . .	rr	.	.	.	rr	.	.
2	*Auricularia insecta* Cleve	rr	.	.	.	rr	.	.
3	*Bacteriastrum elongatum* Cleve . . .	r	r	.	.	r	.	rr
4	*B. varians* Lauder	c	+	r	r	r	rr	rr
5	*Biddulphia aurita* Bréb.	rr	.	.	.	.	.	.
6	*Cerataulina Bergoni* H. Perag. . . .	+	+	r	+	+	rr	r
7	*Chaetoceras curvisetum* Cleve	.	.	.	r	r	r	.
8	*Ch. delicatulum* Ostenf.	r	.	.	rr	r	.	.
9	*Ch. diversum* Cleve	c	c	+	+	+	rr	r
10	*Ch. contortum* Schütt	+	r	.	r	r	.	.
11	*Ch. Lorenzianum* Grun.	c	c	+	+	+	+	c
12	*Ch. peruvianum* Btw.	+	r	r	+	c	r	r
13	*Ch. Schütti* Cleve	r	r	r	.	.	.	.
14	*Ch. scolopendra* Cleve	r	.	.	.	rr	.	.
15	*Ch. Wighami* Btw.	r	.	.	r	r	.	.
16	*Dactyliosolen mediterraneus* H. Perag. .	+	r	r	.	.	r	.
17	*Euodia cuneiformis* (Wall.) Schütt . .	.	.	.	rr	r	r	r
18	*Guinardia Blavyana* H. Perag. . . .	r	r	.	.	.	.	.
19	*G. flaccida* (Castr.) H. Perag.	+	r	r	+	+	.	.
20	*Hemiaulus Haucki* Grun.	+	r	r	+	+	rr	r
21	*Melosira nummuloides* (Dillw.) Ag. . .	r	.	.	.	.	.	r
22	*Nitzschia closterium* (Ehrb.) W. Sm. . .	.	.	rr	rr	rr	.	.
23	*N. longissima* (Bréb.) Grun.	+	.	rr	rr	rr	.	r
24	*N. seriata* Cleve	rr	rr	rr	r	r	rr	.
25	*Paralia sulcata* (Ehrb.) Cleve	r	.	.	.	.	.	rr
26	*Rhizosolenia alata* Btw.	r	r	r	+	c	r	+
27	*Rh. acuta* var. *gracillima* (Cleve) Van Heurck	r	.	r	r	r	r	+
28	*Rh. calcar-avis* Schultze	+	+	+	c	cc	+	+
29	*Rh. robusta* Norman	+	r	+	r	r	r	+
30	*Rh. Shrubsolei* Cleve	c	+	r	.	.	.	c
31	*Rh. Stolterfothi* H. Perag.	r	r	r	r	r	r	+
32	*Rh. styliformis* Btw.	+	+	r	rr	rr	rr	r
33	*Rh. truncata* Hensen	+	r	.	r	+	r	.
34	*Striatella interrupta* Heib.	+	rr	.	.	.	.	.

Nr.	Name — Nr. / Tag / Monat / Jahr	I. 4. III. 1905.	II. 7. III. 1897.	III. 28. III. 1905.	IV. 7. VIII. 1897.	V. 8. VIII. 1897.	VI. 17. IX. 1896.	VII. 17. XII. 1893.
35	*St. unipunctata* Ag.	r	.	.	.	+	.	.
36	*Thalassiothrix Frauenfeldianum* (Grun.), Cleve & Grun.	+	+	+	cc	r	r	.
37	*Th. nitzschioides* Cleve & Grun.	rr	.	rr	.	.	.	rr
38	*Toxarium undulatum* Bail.	r	.	.	r	r	.	.
39	*Triceratium orbiculatum* var. *elongata* Grun.	.	.	.	r	r	.	.
	Peridiniaceae.							
40	*Ceratium arcuatum* Gourr.	r	r	rr	rr	r	.	r
41	*C. azoricum* Cleve	r	.	.	r	r	.	.
42	*C. candelabrum* (Ehrb.) Stein	+	rr	r	+	+	r	+
43	*C. contrarium* (Gourr.) Pavillard	r	r	r	rr	.	.	.
44	*C. curvicorne* (Dadey) Cleve	rr	.	.	.	.	.	.
45	*C. extensum* (Gourr.) nob.	r	r	r	+	r	rr	r
46	*C. flagelliferum* Cleve	+	r	r	.	.	r	r
47	*C. furca* (Ehrb.) Clap. & Lachm.	c	r	r	+	c	r	+
48	*C. fusus* (Ehrb.) Duj.	c	+	+	r	c	r	c
49	*C. fusus* var. *concava* (Gourr.) Cleve	.	rr	r	r	r	.	rr
50	*C. heterocamptum* (Jörg.) Ostenf. & Schmidt	rr	r	rr	r	r	r	.
51	*C. lineatum* (Ehrb.) Cleve	rr	r	rr	rr	.	.	.
52	*C. macroceras* (Ehrb.) Cleve	r	r	r	r	rr	r	.
53	*C. tripos* var. *gracilis* Schröder	r	r	r	rr	r	r	.
54	*C. undulatum* Schröder	r	.	.	rr	rr	rr	.
55	*C. volans* Cleve	+	r	r	r	+	r	r
56	*Ceratocorrys horrida* Stein	.	.	.	rr	rr	r	.
57	*Dinophysis Pavillardi* nob.	rr	.	.	+	.	.	.
58	*D. homunculus* Stein	.	.	rr	r	+	r	r
59	*D. ovum* Schütt	.	.	.	.	rr	.	.
60	*Diplosalis lenticula* Bergh.	r	r	rr	rr	rr	r	.
61	*Exuviella compressa* (Bail.) Ostenf.	.	r	r	rr	rr	.	.
62	*Gonyaulax polygramma* Stein	.	rr	rr	.	.	r	.
63	*Goniodoma acuminata* Stein	.	.	.	.	.	rr	+
64	*Ornithocercus magnificus* Stein	rr	.	.	.	.	r	.
65	*O. quadratus* Schütt	rr	.	rr	.	rr	.	rr
66	*Peridinium divergens* Ehrb.	r	rr	rr	r	r	r	.
67	*P. globulus* var. *quarnerensis* Schröder	r	rr	.	.	.	rr	.
68	*P. pedunculatum* Schütt	r	.	.	.	r	.	.
69	*P. tristylum* Stein	r	.	.	rr	.	rr	.
70	*Phalacroma operculatum* Stein	.	.	.	.	.	rr	.
71	*Podolampas palmipes* Stein	.	.	rr	.	rr	rr	.
72	*Prorocentrum dentatum* Stein	+	r	.	.	r	.	r
73	*P. micans* Ehrb.	.	.	rr	r	r	.	.
74	*P. scutellum* Schröder	.	.	rr	rr	r	.	rr
75	*Pyrophacus horologicum* Stein	.	rr	rr	rr	rr	rr	rr
	Pyrocysteae.							
76	*Pyrocystis lunula* Schütt	.	.	rr	.	.	.	.

Nr.	Name	X. 26/27. X. 1901.	XI. 12/13. I. 1904.	Nr.	Name	X. 26/27. X. 1901.	XI. 12/13. I. 1904.
65	*P. divergens* Ehrb.	.	+		***Pyrocysteae.***		
66	*P. elegans* Cleve	.	+	76	*Pyrocystis fusiformis* J. Murray	.	.
67	*P. globulus* Stein	.	r	77	*P. lunula* Schütt	r	.
68	*P. oceanicum* Vanhoeffen	.	r		***Schizophyceae.***		
69	*P. pedunculatum* Schütt	.	r	78	*Pelagothrix Clevei* Schmidt	r	.
70	*P. Steini* Jörgensen	r	.	79	*Richelia intracellularis* Schmidt	rr	rr
71	*Phalacroma argus* Stein	.	rr	80	*Trichodesmium erythraeum* (Ehrb.) Gomont	r	r
72	*Podolampas bipes* Stein	.	r				
73	*P. elegans* Schütt	.	rr				
74	*Prorocentrum micans* Ehrb.	.	rr				
75	*Pyrophacus horologicum* Stein	rr	rr				

Nr. XII. Adenbucht.

Am 8. und 9. II. 1899. Sammler: Schröter und Pernod.

Nr.	Name	XII. 8/9. II. 1899	Nr.	Name	XII. 8/9. II. 1899.
	Bacillariaceae.		24	*Rh. alata* var. *gracillima* (Cleve) Van Heurck	r
1	*Actinoptychus undulatus* Ehrb.	rr	25	*Rh. alata* var. *indica* (H. Perag.) Ostenf.	rr
2	*Bacteriastrum delicatulum* Cleve	rr	26	*Rh. amputata* Ostenf.	r
3	*B. varians* Lauder	rr	27	*Rh. calcar—avis* Schultze	r
4	*Cerataulina Bergoni* H. Perag.	rr	28	*Rh. calcar—avis* var. *cochlea* (Brun) Ostenf.	rr
5	*Chaetoceras coarctatum* Lauder	rr	29	*Rh. hyalina* Ostenf.	r
6	*Ch. curvisetum* Cleve	r	30	*Rh. robusta* Norman	rr
7	*Ch. decipiens* Cleve	r	31	*Rh. setigera* Btw.	rr
8	*Ch. distans* Cleve	r	32	*Rh. Stolterfothi* H. Perag	r
9	*Ch. Lorenzianum* Grun.	r	33	*Rh. styliformis* Btw.	r
10	*Ch. peruvianum* Btw.	r	34	*Stephanopyxis turris* (Grev.) Ralfs	r
11	*Ch. tetrastichon* Cleve	rr	35	*Streptotheca thamensis* Cleve	rr
12	*Climacodium Frauenfeldianum* Grun.	+	36	*Thalassiosira monile* Cleve	rr
13	*Coscinodiscus excentricus* Ehrb.	r	37	*Thalassiothrix Frauenfeldi* Grun.	rr
14	*C. radiatus* Ehrb.	rr	38	*Th. longissima f. gracilis* Ostenf.	+
15	*Detonula Schröderi* (P. Bergon.) Gran.	r		***Peridiniaceae.***	
16	*Ditylium Brightwelli* (West.) Grun.	rr	39	*Amphisolenia bidentata* Schröder	r
17	*Eucampia cornuta* (Cleve) Grun.	rr	40	*A. inflata* Murr. & Whitt.	rr
18	*Guinardia flaccida* H. Perag.	r	41	*Blepharocysta splendor maris* Ehrb.	rr
19	*Lauderia annulata* Cleve	rr	42	*Ceratium arcuatum* Gourr.	r
20	*Paralia sulcata* (Ehrb.) Cleve	r	43	*C. belone* Cleve	rr
21	*Planktoniella Sol* (Wall.) Schütt	+	44	*C. candelabrum* (Ehrb.) Stein	r
22	*Rhizosolenia acuminata* (Perag.) nob.	rr			
23	*Rh. alata* Btw.	r			

Nr.	Name	XII. 8 9. II. 1899.	Nr.	Name	XII. 8 9. II. 1899.
45	*C. contrarium* (Gourr.) Pavillard	rr	62	*Diplosalis lenticula* Bergh. .	rr
46	*C. dens* Ostenf. & Schmidt . .	rr	63	*D. saecularis* Murr. & Whitt. .	r
47	*C. extensum* (Gourr.) nob. . .	r	64	*Exuviella compressa* (Bail) Ostenf.	rr
48	*C. flagelliferum* Cleve . . .	r	65	*Goniodoma acuminata* Stein .	r
49	*C. furca* (Ehrb.) Clap. & Lachm.	r	66	*Gonyaulax polygramma* Stein .	rr
50	*C. fusus* (Ehrb.) Duj. . . .	r	67	*Ornithocercus magnificus* Stein	r
51	*C. gravidum* Gourret . . .	r	68	*Oxytoxum scolopax* Stein . .	rr
52	*C. lineatum* (Ehrb.) Cleve . .	rr	69	*Peridinium divergens* Ehrb. .	r
53	*C. lineatum* var. *longiseta* Ostenf.		70	*P. elegans* Cleve	rr
	& Schmidt	rr	71	*P. oceanicum* Vanhoeffen . .	rr
54	*C. macroceras* (Ehrb.) Cleve .	r	72	*P. globulus* Stein	r
55	*C. palmatum* Schröder . . .	rr	73	*P. Steini* Jörgensen	r
56	*C. volans* Cleve	r	74	*Phalacroma doryphorum* Stein	rr
57	*C. vultur* Cleve	rr	75	*Ph. porodictum* Stein . . .	rr
58	*Ceratocorrys horrida* Stein . .	rr	76	*Ph. vastum* Schütt	rr
59	*Cladopyxis brachiolata* Stein .	rr	77	*Prorocentrum micans* Ehrb. .	rr
60	*Dinophysis homunculus* Stein .	rr	78	*Pyrophacus horologicum* Stein	r
61	*D. miles* Cleve	rr			

Nr. XIII.—XV. **Arabisches Meer.**

Nr. XIII 1.—4. XI. 1901.
Nr. XIV 12. III. 1902.
Nr. XV 16.—20. I. 1904.

Sammler: Hundhausen.

Nr.	Name	XIII. 1.-4. XI. 1901.	XIV. 12. III. 1902.	XV. 16.-20. I. 1904.	Nr.	Name	XIII. 1.-4. XI. 1901.	XIV. 12. III. 1902.	XV. 16.-20. I. 1904.
	Bacillariaceae.				14	*Ch. diversum* Cleve . .	.	.	rr
1	*Asteromphalus flabellatus*				15	*Ch. furca* Cleve	.	.	+
	Grev.	.	.	rr	16	*Ch. laeve* Leud.-Fortmor.	.	.	rr
2	*A. reticulatus* Cleve . .	.	.	rr	17	*Ch. Lorenzianum* Grun. .	.	.	r
3	*A. Schröterianus* nob. .	.	.	rr	18	*Ch. pelagicum* Cleve . .	.	.	r
4	*Bacteriastrum elongatum*				19	*Ch. peruvianum* Btw. . .	.	.	r
	Cleve	.	.	r	20	*Climacodium Frauenfeldia-*			
5	*B. varians* Lauder . . .	.	.	r		*num* Grun.	r	r	r
6	*Biddulphia chinensis* Grev.	.	.	rr	21	*Coscinodiscus lineatus* Ehrb.	.	r	rr
7	*Cerataulina Bergoni* H.				22	*C. radiatus* Ehrb. . . .	.	.	r
	Perag.	.	.	rr	23	*Eucampia biconcava* (Cleve)			
8	*Chaetoceras anglicum* (Grun.)					Ostenf.	.	.	rr
	Ostenf.	.	.	rr	24	*Euodia gibba* Bail. . . .	.	.	r
9	*Ch. coarctatum* Lauder .	.	.	r	25	*Guinardia flaccida* (Castr.)			
10	*Ch. compressum* Lauder .	.	.	r		H. Perag.	.	.	r
11	*Ch. denticulatum* Lauder .	.	.	r	26	*Hemiaulus chinensis* Grev.	.	.	r
12	*Ch. didymum* Ehrb. . .	.	.	r	27	*Lauderia annulata* Cleve	.	.	r
13	*Ch. distans* Cleve . . .	.	.	rr	28	*Nitzschia lineola* Cleve .	.	.	+

Nr.	Name	XIII. 1.-4. XI. 1901.	XIV. 12. III. 1902.	XV. 16.-20. I. 1904.
29	*N. seriata* Cleve . . .	.	.	r
30	*Planktoniella Sol* (Wall.) Schütt	c	r	c
31	*Pseudeunotia doliolus* Grun.	.	.	r
32	*Rhizosolenia alata* Btw. .	.	.	rr
33	*Rh. alata* var. *gracillama* (Cleve) Van Heurck .	.	.	rr
34	*Rh. alata* var. *indica* (H. Perag.) Ostenf. . . .	.	.	r
35	*Rh. calcar—avis* Schultze .	.	.	rr
36	*Rh. fragillima* P. Bergon	rr	.	.
37	*Rh. hyalina* Ostenf. . .	.	.	r
38	*Rh. imbricata* var. *Shrubsolei* nob.	.	.	rr
39	*Rh. robusta* Norman. .	.	.	rr
40	*Rh. setigera* Btw. . . .	.	.	rr
41	*Rh. Stolterfothi* H. Perag.	.	.	r
42	*Rh. styliformis* Btw. . .	.	.	r
43	*Rh. styliformis* var. *latissima* Btw.	.	rr	.
44	*Stephanopyxis turris* (Grev.) Ralfs	.	.	rr
45	*Streptotheca thamensis* Cleve	.	.	r
46	*Thalassiothrix longissima f. gracilis* Ostenf. . .	.	.	r
	Peridiniaceae.			
47	*Amphisolenia bidentata* Schröder	c	r	c
48	*A. palmata* Stein . . .	.	.	r
49	*A. thrinax* Schütt . . .	.	.	rr
50	*Ceratium aequatoriale* . .	r	r	r
51	*C. arcuatum*	r	.	r
52	*C. azoricum* Cleve . . .	.	r	rr
53	*C. belone* Cleve	.	rr	.
54	*C. candelabrum* (Ehrb.) Stein	r	r	.
55	*C. ceylanicum* nob. . .	rr		
56	*C. contortum* (Gourr.) Cleve	r	rr	.
57	*C. contrarium* (Gourr.) Pavillard	rr	.	.
58	*C. curvicorne* (Dadey) Cleve .	r	r	rr
59	*C. dens* Ostenf. & Schmidt	.	.	r
60	*C. elegans* nob.	r		
61	*C. extensum* (Gourr.) nob.	r	.	rr
62	*C. flagelliferum* Cleve . .	r	r	r
63	*C. furca* (Ehrb.) Clap. & Lachm.	+	r	+

Nr.	Name	XIII. 1.-4. XI. 1901.	XIV. 12. III. 1902.	XV. 16.-20. I. 1904.
64	*C. furca forma* . . .	rr	.	r
65	*C. fusus* (Ehrb.) Duj. . .	r	.	.
66	*C. fusus* var. *concava* (Gourr.) Cleve	r	r	.
67	*C. gravidum* Gourr. . .	r	r	.
68	*C. gravidum* var. *praelonga* Lemmerm.	.	.	r
69	*C. heterocamptum* (Jörg.) Ostenf. & Schmidt . .	.	.	r
70	*C. Hundhauseni* nob. .	.	.	r
71	*C. limulus* (Pouch.) Gourr.	.	.	r
72	*C. lineatum* var. *longiseta* Ostenf. & Schmidt . .	r	r	[illegible]
73	*C. macroceras* Cleve . .	rr	rr	.
74	*C. Okamurai* nob. . . .	.	.	[illegible]
75	*C. paradoxides* Cleve . .	rr	.	.
76	*C. patentissimum* Ostenf. & Schmidt	rr	.	.
77	*C. recurvatum* nob. . .	rr	.	.
78	*C. robustum* Ostenf. & Schmidt	.	.	[illegible]
79	*C. subcontortum* nob. . .	rr	.	.
80	*C. Schröteri* nob. . . .	.	rr	[illegible]
81	*C. tripos* (O. F. Müller) Nitzsch	r	rr	[illegible]
82	*C. tripos* var. *brevis* Ostenf. & Schmidt	.	rr	
83	*C. undulatum* Schröder .	r	.	[illegible]
84	*C. volans* Cleve	cc	c	c
85	*C. vultur* Cleve	c	r	[illegible]
86	*Ceratocorrys horrida* Stein	r	r	[illegible]
87	*C. horrida* var. *elongata* Lemmerm.	.	rr	[illegible]
88	*Dinophysis homunculus* Stein	r	r	[illegible]
89	*D. miles* Cleve	+	r	[illegible]
90	*D. uracantha* Stein . .	r	r	[illegible]
91	*Diplosalis lenticula* Bergh.	r	r	[illegible]
92	*D. saecularis* Murr. & Whitt.	.	.	[illegible]
93	*Exuviella compressa* (Bail.) Ostenf.	.	r	[illegible]
94	*Goniodoma acuminata* Stein	r	.	[illegible]
95	*Gonyaulax polygramma* Stein	.	r	[illegible]
96	*Ornithocercus magnificus* Stein	r	r	[illegible]
97	*O. quadratus* Schütt . .	r	r	[illegible]
98	*Oxytoxum constrictum* (Stein) Schütt	.	.	[illegible]
99	*O. gladiolus* Stein . . .	.	.	[illegible]

r.	Name	XIII. 1.-4. XI. 1901.	XIV. 12. III. 1902.	XV. 16.-20. I. 1904.
00	*O. mitra* (Stein) Schröder	.	.	rr
01	*O. sceptrum* (Stein) Schröder	.	rr	.
02	*O. scolopax* Stein	.	.	r
03	*O. tessalatum* (Stein) Schütt	.	.	r
04	*P. diabolus* Cleve	.	rr	.
05	*P. divergens* Ehrb.	.	rr	rr
06	*P. elegans* Cleve	+	r	r
07	*P. globulus* Stein	rr	.	.
08	*P. oceanicum* Vanhoeffen	.	.	r
09	*P. pedunculatum* Schütt	.	.	rr
0	*P. Steini* Jörgensen	r	r	r
1	*P. tristylum* var. *ovata* Schröder	.	.	rr
2	*Phalacroma argus* Stein	.	.	rr
3	*Ph. cuneus* Schütt	.	rr	.
4	*Ph. doryphorum* Stein	rr	.	.
5	*Ph. mitra* Schütt	.	.	rr
6	*Ph. operculatum* Stein	.	.	rr
7	*Ph. porodictum* Stein	.	.	r

Nr.	Name	XIII. 1.-4. XI. 1901.	XIV. 12. III. 1902.	XV. 16.-20. I. 1904.
118	*Ph. vastum* Schütt	.	.	rr
119	*Podolampas bipes* Stein	+	r	r
120	*P. palmipes* Stein	+	r	rr
121	*Prorocentrum gracile* Schütt	.	rr	.
122	*P. micans* Ehrb.	.	.	rr
123	*Pyrophacus horologicum* Stein	r	r	rr
	Pyrocysteae.			
124	*Pyrocystis hamulus* var. *inaequalis* nob.	.	.	rr
125	*P. lanceolata* Schröder	.	rr	rr
126	*P. lunula* Schütt	.	.	r
	Schizophyceae.			
127	*Pelagothrix Clevei* Schmidt	.	.	r
128	*Richelia intracellularis* Schmidt	.	.	r
129	*Trichodesmium Thiebauti* Gomont	.	.	rr
	Chlorophyceae.			
130	*Halosphaera viridis* Schmitz.	.	.	r

Nr. XVI—XX. **Indischer Ocean.**

Nr. XVI südlich von Ceylon 6./7. III. 1902. Sammler: Hundhausen.
Nr. XVII zwischen Ceylon und Singapur 22./23. I. 1899. Sammler: Schröter u. Pernod.
Nr. XVIII Indischer Ocean 10./11. XI. 1901. Sammler: Hundhausen.
Nr. XIX südlich von Sumatra zwischen 20,33° s. B., 104,46° ö. L., 11,19° s. B. und 93,04° ö. L., 1./3. III. 1902. Sammler: Hundhausen.
Nr. XX Fremantle. Westküste Australiens 26./27. II. 1902. Sammler: Hundhausen.

Nr.	Name	XVI. 6/7. III. 1902.	XVII. 22/23. I. 1899.	XVIII. 10/11. XI. 1901.	XIX. 1./3. III. 1902.	XX. 26/27. II. 1902.
	Bacillariaceae.					
1	*Asterionella notata* Grun.	.	.	.	.	rr
2	*Asterolampra marylandica* Ehrb.	.	.	r	r	.
3	*Asteromphalus flabellatus* Grev.	.	.	.	.	r
4	*A. reticulatus* Cleve	.	.	.	.	rr
5	*Bacteriastrum elongatum* Cleve	rr	.	.	.	.
6	*B. varians* var. *hispida* Castr.	r	.	.	.	r
7	*Biddulphia pulchella* Gray	.	.	.	.	rr
8	*Cerataulina Bergoni* H. Perag.	.	rr	.	.	.
9	*Chaetoceras Aurivilliusi* Cleve	.	.	.	r	.
10	*Ch. clavigera* Ostenf.	.	.	.	rr	.
11	*Ch. coarctatum* Lauder	rr	.	rr	rr	r

Nr.	Name	XVI. 6/7. III. 1902.	XVII. 22/23. I. 1899	XVIII. 10/11. XI. 1901.	XIX. 1.-3. III. 1902.	XX. 26/27. II. 1902.
12	*Ch. compressum* Lauder	.	.	.	.	r
13	*Ch. diversum* Cleve	.	.	.	.	r
14	*Ch. furca* Cleve	rr	rr	.	.	.
15	*Ch. Lorenzianum* Grun.	.	r	.	.	rr
16	*Ch. peruvianum* Btw.	r	rr	.	r	r
17	*Ch. scolopendra* Cleve	.	.	.	.	r
18	*Climacodium Frauenfeldianum* Grun.	r	+	r	r	r
19	*Coscinodiscus excentricus* Ehrb.	.	r	.	r	.
20	*C. Janischi* A. Schmidt	.	.	.	r	rr
21	*C. marginatus* Ehrb.	.	+	.	.	.
22	*C. radiatus* Ehrb.	.	.	.	r	.
23	*Eucampia biconcava* (Cleve) Ostenf.	.	.	.	rr	rr
24	*Eu. cornuta* (Cleve) Grun.	.	rr	.	.	rr
25	*Euodia cuneiformis* (Wall.) Grev.	.	.	.	.	rr
26	*E. gibba* Bail.	.	rr	.	.	.
27	*Hemiaulus chinensis* Grev.	.	.	.	.	r
28	*H. delicatulus* Lemmerm.	.	.	.	rr	.
29	*Nitzschia seriata* Cleve	.	.	.	.	r
30	*Planktoniella Sol* (Wall.) Schütt	r	+	.	.	rr
31	*Pseudeunotia doliolus* Grun.	rr	rr	.	.	.
32	*Rhizosolenia alata* var. *indica* (H. Perag.) Ostenf.	r	r	.	.	r
33	*Rh. calcar—avis* var. *cochlea* (Brun) Ostenf.	rr	.	.	.	.
34	*Rh. gracillima* Cleve	.	.	.	.	r
35	*Rh. imbricata* var. *Shrubsolei* (Cleve) nob.	.	rr	.	.	r
36	*Rh. setigera* Btw.	.	.	.	r	.
37	*Rh. Stolterfothi* H. Perag.	.	.	.	.	r
38	*Rh. styliformis* Btw.	.	r	.	r	r
39	*Thalassiothrix Frauenfeldi* Grun.	.	.	.	.	r
40	*Th. longissima* forma *gracilis* Ostenf.	.	.	.	r	.
	Peridiniaceae.					
41	*Amphisolenia bidentata* Schröder	rr	+	r	r	.
42	*A. inflata* Murr. & Whitt.	.	rr	.	.	.
43	*A. Schauinslandi* Lemmerm.	rr	.	.	.	.
44	*A. thrinax* Schütt	.	rr	.	.	.
45	*Ceratium aequatoriale* nob.	r	r	.	.	.
46	*C. arcuatum* Gourr.	.	r	r	r	.
47	*C. azoricum* Cleve	.	r	.	r	.
48	*C. candelabrum* (Ehrb.) Stein	.	.	.	r	rr
49	*C. contortum* (Gourr.) Cleve	.	rr	.	r	.
50	*C. contrarium* (Gourr.) Pavillard	.	.	.	.	rr
51	*C. curvicorne* (Dadey) Cleve	r	rr	.	.	rr
52	*C. dens* Ostenf. & Schmidt	.	rr	.	.	.
53	*C. elegans* nob.	r	r	.	.	.
54	*C. extensum* (Gourr.) nob.	rr	r	r	.	.
55	*C. flagelliferum* Cleve	r	rr	r	r	r

Nr.	Name	XVI. 6-7. III. 1902.	XVII. 22-23. I. 1899.	XVIII. 10-11. XI. 1901.	XIX. 1.-3. III. 1902.	XX. 26-27. II. 1902.
56	*C. furca* (Ehrb.) Clap. & Lachm. . .	r	r	.	.	r
57	*C. fusus* (Ehrb.) Duj.	r	rr	.	.	rr
58	*C. fusus* var. *concava* (Gourr.) Cleve .	rr	.	.	.	.
59	*C. gravidum* Gourr.	.	r	.	.	r
60	*C. gravidum* var. *hydrocephala* nob. .	.	.	.	rr	.
61	*C. gravidum* var. *praelonga* Lemmerm.	.	rr	.	.	.
62	*C. inflexum* (Gourr.) nob.	.	.	.	rr	.
63	*C. lineatum* var. *longiseta* Ostenf. & Schmidt	r	r	.	r	r
64	*C. macroceros* (Ehrb.) Cleve	r	rr	.	r	rr
65	*C. macroceras* forma	.	.	.	rr	.
66	*C. Okamurai* nob.	.	.	.	.	rr
67	*C. patentissimum* Ostenf. & Schmidt .	.	rr	.	.	.
68	*C. reflexum* nob.	.	.	.	rr	.
69	*C. reticulatum* (Pouch.) Cleve . . .	.	.	.	.	rr
70	*C. robustum* Ostenf. & Schmidt . .	r	.	.	rr	.
71	*C. subcontortum* nob.	.	.	.	.	rr
72	*C. tripos* (O. F. Müller) Nitzsch . .	r	r	.	r	.
73	*C. volans* Cleve	rr	+	.	r	r
74	*C. vultur* Cleve	.	.	r	.	.
75	*Ceratocorrys horrida* Stein	rr	r	.	rr	rr
76	*C. spinifera* (Clap. & Lachm.) Diesing	.	rr	.	.	.
77	*Cladopyxis brachiolata* Stein . . .	.	.	.	rr	.
78	*Dinophysis miles* Cleve	.	r	.	.	.
79	*D. uracantha* Stein	rr	rr	.	.	.
80	*Diplosalis lenticula* Bergh.	r	r	.	rr	rr
81	*Exuviella compressa* (Bail.) Ostenf. .	rr	.	.	.	r
82	*Goniodoma acuminata* Stein	r	.	r	.	r
83	*Gonyaulax fimbriatum* Murr. & Whitt.	rr	.	.	rr	.
84	*G. Jolliffei* Murr. & Whitt.	rr	.	.	.	.
85	*G. polygramma* Stein	.	r	.	.	rr
86	*G. Turbinei* Murr. & Whitt.	rr	.	.	.	.
87	*Ornithocercus magnificus* Stein . . .	r	.	r	.	r
88	*O. quadratus* Schütt	r	+	.	r	.
89	*H. Mitchelliana* Murr. & Whitt. . .	.	rr	.	.	.
90	*H. splendida* Stein	.	rr	.	.	.
91	*Oxytoxum gladiolus* Stein	.	rr	.	.	.
92	*O. Milneri* Murr. & Whitt.	.	rr	.	.	.
93	*O. scolopax* Stein	rr	r	.	.	r
94	*Peridinium Blackmanni* Murr. & Whitt.	r	rr	.	.	.
95	*P. diabolus* Cleve	r	.	.	.	.
96	*P. divergens* Ehrb.	r	.	r	.	r
97	*P. elegans* Cleve	r	.	.	.	.
98	*P. globulus* Stein	r	r	.	.	rr
99	*P. oceanicum* Vanhoeffen	.	r	.	.	rr
100	*P. pedunculatum* Schütt	.	r	.	.	r
101	*P. Steini* Jörgensen	r	.	.	.	r

Nr.	Name	XVI. 6/7. III. 1902.	XVII. 22/23. I. 1899.	XVIII. 10/11. XI. 1901.	XIX. 1.-3. III. 1902.	XX. 26/27. II. 1902.
102	*P. tristylum* var. *ovata* Schröder . .	.	r	.	.	r
103	*Phalacroma Blackmanni* Murr. & Whitt.	rr	rr	.	rr	rr
104	*Ph. cuneus* Schütt	r	.	.	.	.
105	*Ph. doryphorum* Stein	r	rr	rr	rr	.
106	*Ph. mitra* Schütt	.	.	.	rr	.
107	*Ph. operculatum* Stein	rr	rr	.	.	.
108	*Ph. Rudgei* Murr. & Whitt.	.	rr	.	.	.
109	*Podolampas bipes* Stein	r	.	.	.	.
110	*P. palmipes* Stein	r	rr	.	.	rr
111	*Prorocentrum gracile* Schütt	.	rr	.	.	.
112	*Pyrophacus horologicum* Stein . . .	r	rr	.	.	r
	Pyrocysteae.					
113	*Pyrocystis hamulus* Cleve	.	.	r	.	.
114	*P. lunula* Schütt	.	rr	.	.	.
	Schizophyceae.					
115	*Katagnymene pelagica* Lemmerm. . .	.	+	.	.	.
116	*K. spiralis* Lemmerm.	.	r	.	.	.
117	*Pelagothrix Clevei* Schmidt	.	rr	.	.	.
118	*Richelia intracellularis* Schmidt . .	.	r	.	.	.

Nr. XXI. **Hafen von Singapur.**

9. XII. 1898. Sammler: Schröter und Pernod.

Nr.	Name	XXI. 9. XII. 1898.	Nr.	Name	XXI. 9. XII. 1898.
	Bacillariaceae.		16	*D. Sol* Van Heurck	r
1	*Asterionella japonica* Cleve .	r	17	*Euodia capillaris* Brun. . . .	r
2	*Bacteriastrum varians* Lauder	r	18	*Hemiaulus chinensis* Grev. . .	rr
3	*B. varians* var. *hispida* Castr.	rr	19	*Melosira nummuloides* (Dillw.) Ag.	r
4	*Biddulphia chinensis* Grev. .	+	20	*Paralia sulcata* (Ehrb.) Cleve .	rr
5	*B. mobiliensis* Bail.	cc	21	*Planktoniella Sol* (Wall.) Schütt	rr
6	*Chaetoceras diversum* Cleve .	+	22	*Pseudeunotia doliolus* Grun. .	r
7	*Ch. laeve* Leud.-Fortmor. . .	rr	23	*Rhizosolenia alata* Btw. . . .	r
8	*Ch. Lorenzianum* Grun. . . .	r	24	*Rh. alata* var. *indica* (Perag.) Ostenf.	+
9	*Ch. peruvianum* Btw. . . .	rr	25	*Rh. amputata* Ostenf. . . .	rr
10	*Climacodium Frauenfeldianum* Grun.	r	26	*Rh. calcar—avis* var. *cochlea* (Brun) Ostenf.	r
11	*Coscinodiscus excentricus* Ehrb.	r	27	*Rh. crassispina* nob.	
12	*C. Janischi* A. Schmidt . .	rr	28	*Rh. imbricata* Btw.	+
13	*C. marginatus* Ehrb.	+	29	*Rh. imbricata* var. *Shrubsolei* (Cleve) nob.	rr
14	*C. radiatus* Ehrb.	r			
15	*Ditylium Pernodi* nob. . . .	+	30	*Rhizosolenia robusta* Norman .	r

Nr.	Name	XXI. 9. XII. 1898.	Nr.	Name	XXI. 9. XII. 1898.
31	*Rh. setigera* Btw.	r	42	*C. extensum* (Gourr.) nob.	r
32	*Rh. styliformis* Btw.	r	43	*C. flagelliferum* Cleve	r
33	*Schmidtiella pelagica* Ostenf.	r	44	*C. lineatum* var. *longiseta* Ostenf & Schmidt	rr
34	*Sch. elongata* nob.	r	45	*C. macroceras* (Ehrb.) Cleve	r
35	*Streptotheca thamensis* Cleve	r	46	*C. tenue* Ostenf. & Schmidt	rr
36	*Thalassiothrix Frauenfeldi* Grun.	r	47	*C. tripos* (O. F. Müller) Nitzsch	r
37	*Th. longissima f. gracilis* Ostenf.	r	48	*C. volans* Cleve	r
38	*Th. nitzschioides* Grun.	c	49	*Dinophysis miles* Cleve	rr
	Peridiniaceae.		50	*Peridinium globulus* Stein	r
39	*Amphisolenia bidentata* Schröder	r	51	*P. pedunculatum* Schütt	rr
40	*Ceratium candelabrum* (Ehrb.) Stein	rr	52	*P. Steini* Jörgensen	r
41	*C. contortum* Gourr.	rr	53	*Pyrophacus horologicum* Stein	rr

Nr. XXII. **Nordwest Sundasee von Singapur bis Aequator.**

19./20. I. 1899. Sammler: Schröter und Pernod.

Nr.	Name	XXII. 19./20. I. 1899.	Nr.	Name	XXII. 19./20. I. 1899.
	Bacillariaceae.		23	*Isthmia enervis* Ehrb.	rr
1	*Asterionella japonica* Cleve	rr	24	*Lauderia annulata* Cleve	r
2	*Bacteriastrum elongatum* Cleve	r	25	*L. annulata* var. *elongata* Castr.	r
3	*Biddulphia chinensis* Grev.	cc	26	*Melosira Borreri* Grev.	rr
4	*B. mobiliensis* Bail.	r	27	*Navicula membranacea* Cleve	r
5	*Cerataulina compacta* Ostenf.	rr	28	*Nitzschia closterium* (Ehrb.) W. Sm.	rr
6	*Chaetoceras aequatoriale* Cleve	r	29	*N. seriata* Cleve	r
7	*Ch. compressum* Lauder	r	30	*Planktoniella Sol* (Wall.) Schütt.	r
8	*Ch. curvisetum* Cleve	+	31	*Rhizosolenia alata* var. *indica* (H. Perag.) Ostenf.	r
9	*Ch. denticulatum* Lauder	rr			
10	*Ch. distans* Cleve	r	32	*Rh. amputata* Ostenf.	r
11	*Ch. diversum* Cleve	+	33	*Rh. calcar—avis* Schultze	rr
12	*Ch. laeve* Leud.-Fortmor.	r	34	*Rh. calcar avis* var. *cochlea* (Brun) Ostenf.	rr
13	*Ch. Lorenzianum* Grun.	c			
14	*Ch. peruvianum* Btw.	+	35	*Rh. imbricata* Btw.	c
15	*Ch. Schütti* Cleve	rr	36	*Rh. robusta* Norman	+
16	*Climacodium Frauenfeldianum* Grun.	rr	37	*Rh. setigera* Btw.	r
			38	*Rh. Stolterfothi* H. Perag.	r
17	*Coscinodiscus excentricus* Ehrb.	r	39	*Schmidtiella elongata* nob.	rr
18	*C. Janischi* A. Schmidt	rr	40	*Thalassiothrix Frauenfeldi* Grun.	c
19	*C. oculus—iridis* Ehrb.	r	41	*Th. longissima* forma *gracilis* Ostenf.	rr
20	*C. radiatus* Ehrb.	r	42	*Th. nitzschioides* Grun.	c
21	*Ditylium Sol* Van Heurck	r	43	*Triceratium orbiculatum* var. *elongata* Grun.	rr
22	*Guinardia flaccida* (Castr.) H. Perag.	r			

Nr.	Name	XXII. 19/20. I. 1899.
	Peridiniaceae.	
44	*Amphisolenia bidentata* Schröder	r
45	*C. candelabrum* Ehrb. . . .	+
46	C. *extensum* (Gourr.) nob. . .	r
47	*C. flagelliferum* Cleve . . .	r
48	*C. furca* (Ehrb.) Clap. & Lachm.	c
49	*C. fusus* (Ehrb.) Duj. . . .	+
50	*C. fusus* var. *concava* (Gourr.) Cleve	r
51	*C. macroceras* (Ehrb.) Cleve .	r
52	*C. tripos* var. *brevis* Ostenf. & Schmidt	r
53	*Dinophysis miles* Cleve . . .	rr
54	*Peridinium divergens* Ehrb. .	r
55	*Podolampas palmipes* Stein .	rr
56	*Pyrophacus horologicum* Stein	rr

Nr. XXIII—XXIV. **Bankastrasse.**

Nr. XXIII am 7./8. I. 1899. }
Nr. XXIV am 18./19. I. 1899. } Sammler: Schröter und Pernod.

Nr.	Name	XXIII. 7/8. I. 1899.	XXIV. 18/19. I. 1899.
	Bacillariaceae.		
1	*Amphiprora membranacea* Cleve	rr	.
2	*Asterionella japonica* Cleve	.	rr
3	*Asterolampra marylandica* Ehrb.	.	rr
4	*Asteromphalus ovatus* nob.	.	rr
5	*Asteromphalus reticulatus* Cleve	.	rr
6	*Bacteriastrum hyalinum* Lauder	+	r
7	*B. varians* Lauder . . .	+	+
8	*B. varians* var. *hispida* (Castr.) nob.	.	r
9	*Biddulphia chinensis* Grev.	+	c
10	*B. mobiliensis* Bail . . .	+	c
11	*Cerataulina compacta* Ostenf.	r	r
12	*Chaetoceras anglicum* (Grun.) Ostenf.	r	.
13	*Ch. coarctatum* Lauder .	r	.
14	*Ch. compressum* Lauder .	+	rr
15	*Ch. curvisetum* Cleve . .	.	r
16	*Ch. denticulatum* Lauder	r	r
17	*Ch. distans* Cleve . . .	r	r
18	*Ch. diversum* Cleve . .	cc	c
19	*Ch. laeve* Leud.-Fortmor.	cc	c
20	*Ch. Lorenzianum* Grun. .	c	r
21	*Ch. pelagicum* Cleve . .	.	r
22	*Ch. peruvianum* Btw. . .	r	r
23	*Ch. Ralfsi* Cleve . . .	+	rr
24	*Ch. rostratum* Lauder .	.	rr
25	*Ch. Schmidti* Ostenf. . .	.	rr
26	*Ch. Schütti* Cleve . . .	r	rr
27	*Ch. sceleton* Schütt . . .	rr	.
28	*Ch. Van Heurcki* Grun. .	rr	.
29	*Ch. Weissflogi* Schütt .	.	rr
30	*Climacodium biconcavum* Cleve	rr	.
31	*C. Frauenfeldianum* Grun.	+	r
32	*Corethron pelagicum* Brun	+	r
33	*Coscinodiscus blandus* A. Schmidt	+	r
34	*C. excentricus* Ehrb. . .	r	r
35	*C. Janischi* A. Schmidt .	r	r
36	*C. marginatus* Ehrb. . .	r	rr
37	*C. oculus—iridis* Ehrb. .	+	+
38	*C. radiatus* Ehrb. . . .	+	+
39	*Dactyliosolen Bergoni* H. Perag.	r	.
40	*D. mediterraneus* H. Perag.	r	rr
41	*Detonula Moseleyana* (Castr.) Grun.	rr	.
42	*D. Schröderi* (P. Bergon.) Gran.	+	r
43	*Ditylium Pernodi* nob. .	r	c
44	*D. Sol* Van Heurck . .	—	c
45	*D. trigonum* nob. . . .	.	r

Nr.	Name	XXIII. 7/8. I. 1899.	XXIV. 18/19. I. 1899.	Nr.	Name	XXIII. 7/8. I. 1899.	XXIV. 18/19. I. 1899.
46	*Eucampia zodiacus* Ehrb.	r	.	72	*Streptotheca thamensis* Cleve	c	+
47	*Euodia gibba* Bail. . .	rr	.	73	*Thalassiothrix Frauen-*		
48	*Fragilaria Castracanei* de Toni	rr	.		*feldi* Grun.	c	c
49	*Guinardia flaccida* (Castr.)			74	*Th. longissima f. gracilis*		
	H. Perag.	r	.		Ostenf.	+	r
50	*Hemiaulus chinensis* Grev.	+	rr	75	*Th. nitzschioides* Grun. .	+	+
51	*Lauderia annulata* Cleve .	r	+	76	*Triceratium favus* Ehrb. .	.	r
52	*L. annulata* var. *elongata* Castr.	r	r		***Peridiniaceae.***		
53	*Leptocylindrus danicus* Cleve	r	rr	77	*Amphisolenia bidentata*		
54	*Navicula membranacea* Cleve	r	r		Schröder	rr	rr
55	*Nitzschia seriata* Cleve .	r	rr	78	*Ceratium aequatoriale* nob.	r	.
56	*Paralia sulcata* (Ehrb.) Cleve	.	r	79	*C. azoricum* Cleve . . .	rr	.
57	*Planktoniella Sol* (Wall.) Schütt	rr	r	80	*C. candelabrum* (Ehrb.) Stein	.	rr
58	*Rhizosolenia alata* Btw. .	r	r	81	*C. contortum* Gourr. . .	.	rr
59	*Rh. alata* var. *gracillima*			82	*C. contrarium* (Gourr.) Pavillard	r	r
	(Cleve) Van Heurck .	r	.	83	*C. dens* var. *reflexa* Ostenf.		
60	*Rh. alata* var. *indica*				& Schmidt	r	.
	(H. Perag.) Ostenf. . .	r	.	84	*C. flagelliferum* Cleve . .	r	.
61	*Rh. amputata* Ostenf. . .	r	.	85	*C. fusus* (Ehrb.) Clap. & Lachm.	+	r
62	*Rh. calcar—avis* var. *cochlea*			86	*C. fusus* var. *concava*		
	(Brun) Ostenf. . . .	r	r		(Gourr.) Cleve . . .	.	r
63	*Rh. hyalina* Ostenf. . .	r	.	87	*C. tripos* (O. F. Müller) Nitzsch	r	.
64	*Rh. imbricata* Btw. . .	+	+	88	*C. undulatum* Schröder .	r	.
65	*Rh. robusta* Norman . .	+	+	89	*C. volans* Cleve	+	r
66	*Rh. setigera* Btw. . . .	r	r	90	*Dinophysis miles* Cleve .	r	cc
67	*Rh. Stolterfothi* H. Perag.	rr	r	91	*Ornithocercus quadratus*		
68	*Rh. styliformis* var. *latissima*				Schütt	rr	.
	Btw.	r	r	92	*Peridinium diabolus* Cleve	rr	r
69	*Sceletonema costatum* (Grev.)			93	*P. globulus* Stein . . .	r	.
	Cleve	+	+	94	*P. oceanicum* Vanhoeffen	r	r
70	*Schmidtiella pelagica* Ostenf.	.	rr	95	*P. pedunculatum* Schütt .	r	.
71	*Stephanopyxis Palmeriana*			96	*Podolampas palmipes* Stein	rr	.
	(Grev.) Grun.	r	rr	97	*Pyrophacus horologicum* Stein	rr	.

Nr. XXV und XXVI. **Südchinesisches Meer.**

Nr. XXV östlich von Hainan 22. II. 1904. Sammler: Hundhausen.
Nr. XXVI bei Hongkong 20. XI. 1898. Sammler: Schröter und Pernod.

Nr.	Name	XXV. 22. II. 1904.	XXVI. 20. XI. 1898.	Nr.	Name	XXV. 22. II. 1904.	XXVI. 20. XI. 1898.
	Bacillariaceae.			3	*B. hyalinum* Lauder . .	.	r
1	*Asteromphalus flabellatus*			4	*B. varians* Lauder *cum spor.*	.	+
	Grev.	rr	.	5	*B. varians* var. *hispida*		
2	*Bacteriastrum elongatum*				(Castr.) nob.	.	r
	Cleve	rr	r	6	*Biddulphia chinensis* Grev.	.	+

Nr.	Name	XXV. 22. II. 1904.	XXVI. 20. XI. 1898.
7	*B. laevis* Ehrb.	.	rr
8	*Cerataulina Bergoni* H. Perag.	r	+
9	*Chaetoceras affine* Lauder	.	r
10	*Ch. breve* Schütt	.	rr
11	*Ch. calvum* Cleve	.	r
12	*Ch. coarctatum* Lauder	.	r
13	*Ch. compressum* Lauder	.	rr
14	*Ch. curvisetum* Cleve *cum spor.*	.	+
15	*Ch. decipiens* Cleve	.	r
16	*Ch. denticulatum* Lauder	.	c
17	*Ch. didymum* Ehrb. *cum spor.*	.	+
18	*Ch. distans* Cleve	.	rr
19	*Ch. diversum* Cleve	.	r
20	*Ch. furca* Cleve	r	r
21	*Ch. Lorenzianum* Grun.	.	c
22	*Ch. peruvianum* Btw.	.	r
23	*Ch. Ralfsi* Cleve *cum spor.*	.	+
24	*Ch. sceleton* Schütt	.	rr
25	*Ch. Schütti* Cleve	.	r
26	*Ch. scolopendra* Cleve	.	rr
27	*Ch. sociale* Lauder	.	+
28	*Ch. Weissflogi* Schütt *cum spor.*	.	r
29	*Climacodium Frauenfeldianum* Grun.	r	r
30	*Corethron pelagicum* Brun.	.	r
31	*Coscinodiscus excentricus* Ehrb.	.	r
32	*C. Janischi* A. Schmidt	.	r
33	*C. marginatus* Ehrb.	.	rr
34	*C. nobilis* Grun.	.	r
35	*C. oculus—iridis* Ehrb.	.	r
36	*C. radiatus* Ehrb.	.	r
37	*Detonula Moseleyana* (Castr.) Gran	.	rr
38	*D. Schröderi* (P. Bergon) Gran. *cum auxospor.*	.	+
39	*Ditylium Brightwelli* (West) Grun.	.	r
40	*D. Pernodi* nob.	.	r
41	*Eucampia cornuta* (Cleve) Van Heurck	.	rr
42	*E. zodiacus* Ehrb.	.	c
43	*Euodia capillaris* Brun.	.	r
44	*Guinardia flaccida* (Castr.) H. Perag.	.	c
45	*Hemiaulus chinensis* Grev.	.	c
46	*Lauderia annulata* Cleve	.	+
47	*L. annulata* var. *elongata* Castr.	.	r
48	*Melosira nummuloides* (Dillw.) Ag.	.	r
49	*Nitzschia seriata* Cleve	.	r
50	*Paralia sulcata* (Ehrb.) Cleve	.	r
51	*Planktoniella Sol* (Wall.) Schütt	.	r
52	*Rhizosolenia calcar—avis* var. *cochlea* (Brun.) Ostenf.	.	+
53	*Rh. crassispina* nob.	.	+
54	*Rh. imbricata* Btw.	.	r
55	*Rh. imbricata* var. *Shrubsolei* nob.	.	rr
56	*Rh. robusta* Norman	.	r
57	*Rh. Stolterfothi* H. Perag.	.	r
58	*Rh. styliformis* var. *latissima* Btw.	.	+
59	*Stephanopyxis Palmeriana* (Grev.) Grun.	.	+
60	*Streptotheca thamensis* Cleve	.	r
61	*Thalassiothrix Frauenfeldi* Grun.	.	c
62	*Th. longissima f. gracilis* Ostf.	r	r
63	*Th. nitzschioides* Grun.	.	+
	Peridiniaceae.		
64	*Ceratium arcuatum* Gourr.	r	.
65	*C. azoricum* Cleve	r	r
66	*C. candelabrum* (Ehrb.) Stein	rr	r
67	*C. contrarium* (Gourr.) Pavillard	.	rr
68	*C. extensum* (Gourr.) nob.	rr	.
69	*C. flagelliferum* Cleve	r	.
70	*C. furca* (Ehrb.) Clap. & Lachm.	.	r
71	*C. fusus* (Ehrb.) Duj.	.	r
72	*C. fusus* var. *concava* Gourr.	.	rr
73	*C. lineatum* var. *longiseta* Ostenf. & Schmidt	+	.
74	*C. macroceras* (Ehrb.) Cleve	.	rr

Nr.	Name	XXV. 22. II. 1902.	XXVI. 20. XI. 1898.	Nr.	Name	XXV. 22. II. 1902.	XXVI. 20. XI. 1898.
75	*C. tripos* (O. F. Müller) Nitzsch	.	rr	82	*O. quadratus* Schütt . .	rr	.
76	*C. volans* Cleve	.	rr	83	*Peridinium globulus* Stein	rr	rr
77	*Dinophysis homunculus* var. *pedunculata* Schmidt .	r	rr	84	*P. oceanicum* Vanhoeffen	rr	rr
78	*D. miles* Cleve	rr	rr	85	*P. Steini* Jörgensen . .	rr	.
79	*Diplosalis lenticula* Bergh.	rr	rr	86	*Podolampas bipes* Stein .	rr	.
80	*Exuviella compressa* (Bail.) Ostenf. & Schmidt . .	rr	.	87	*P. palmipes* Stein . . .	rr	.
81	*Ornithocercus magnificus* Stein	rr	.	88	*Pyrophacus horologicum* Stein	rr	.

Nr. XXVII. **Formosa-Kanal.**

20. XI. 1898. Sammler: Schröter und Pernod.

Nr.	Name	XXVII. 20. XI. 1898.	Nr.	Name	XXVII. 20. XI. 1898.
	Bacillariaceae.		20	*Nitzschia seriata* Cleve . . .	r
1	*Bacteriastrum hyalinum* Lauder	r	21	*Planktoniella Sol* (Wall.) Schütt	r
2	*B. varians* Lauder	r	22	*Rhizosolenia crassispina* nob. .	r
3	*B. varians* var. *hispida* (Castr.) nob.	rr	23	*Rh. robusta* Norman	r
4	*Biddulphia chinensis* Grev. .	+	24	*Rh. styliformis* var. *latissima* Btw.	r
5	*B. mobiliensis* Bail.	r	25	*Stephanopyxis Palmeriana* (Grev.) Grun.	+
6	*Cerataulina Bergoni* H. Perag.	+	26	*Streptotheca thamensis* Cleve .	+
7	*Chaetoceras anglicum* (Grun.) Ostenf.	r			
8	*Ch. compressum* Lauder . . .	r		***Peridiniaceae.***	
9	*Ch. curvisetum* Lauder . . .	+	27	*Ceratium arcuatum* Gourr. .	r
10	*Ch. distans* Cleve	rr	28	*C. azoricum* Cleve	r
11	*Ch. diversum* Cleve	rr	29	*C. furca* (Ehrb.) Clap. & Lachm.	rr
12	*Ch. Lorenzianum* Grun. . . .	+	30	*C. fusus* (Ehrb.) Duj. . . .	r
13	*Ch. Ralfsi* Cleve	r	31	*C. tripos* (O. F. Müller) Nitzsch	rr
14	*Ch. Schütti* Cleve	r	32	*C. volans* Cleve	r
15	*Ch. Weissflogi* Schütt . . .	r	33	*Dinophysis homunculus* var *pedunculata* Schmidt . . .	rr
16	*Corethron pelagicum* Brun. .	r	34	*Peridinium oceanicum* Vanhoeffen	rr
17	*Detonula Schröderi* (P. Bergon) Gran.	rr	35	*Prorocentrum micans* Ehrb. .	rr
18	*Ditylium Brightwelli* (West) Grun.	+			
19	*Lauderia annulata* Cleve . .	r			

Nr. XXVIII. **Ostchinesisches Meer, Höhe der Yang-tse-kiang-Mündung.**

5. XI. 1898. Sammler: Schröter und Pernod.

Nr.	Name	XXVIII. 5. XI. 1898.
	Bacillariaceae.	
1	*Actyoptychus undulatus* Ehrb.	r
2	*Bacteriastrum elongatum* Cleve	+
3	*B. varians* Lauder	r
4	*B. varians* var. *hispida* (Castr.) nob.	rr
5	*Biddulphia chinensis* Grev.	r
6	*B. mobiliensis* Bail.	r
7	*Chaetoceras coarctatum* Lauder	r
8	*Ch. compressum* Lauder	rr
9	*Ch. curvisetum* Cleve	r
10	*Ch. distans* Cleve	+
11	*Ch. neapolitanum* Schröder	r
12	*Ch. furca* Cleve	c
13	*Ch. Lorenzianum* Grun.	c
14	*Ch. pelagicum* Cleve	+
15	*Ch. peruvianum* Btw.	r
16	*Ch. Ralfsi* Cleve	r
17	*Ch. sceleton* Schütt	r
18	*Ch. tetrastichon* Cleve	r
19	*Ch. volans* Schütt	rr
20	*Ch. Weissflogi* Schütt	r
21	*Climacodium japonicum* nob.	r
22	*Corethron pelagicum* Brun.	+
23	*Coscinodiscus excentricus* Ehrb.	r
24	*C. Janischi* A. Schmidt	+
25	*C. marginatus* Ehrb.	r
26	*C. radiatus* Ehrb.	r
27	*Ditylium Brightwelli* (West.) Grun.	+
28	*D. trigonum* nob.	r
29	*Euodia gibba* Bail.	r
30	*Eucampia zodiacus* Ehrb.	r
31	*Guinardia flaccida* (Castr.) H. Perag.	rr
32	*Paralia sulcata* (Ehrb.) Cleve	rr
33	*Planktoniella Sol* (Wall.) Schütt	+
34	*Rhizosolenia alata* Btw.	r
35	*Rh. alata* var. *gracillima* (Cleve) Van Heurck	r
36	*Rh. alata* var. *indica* (H. Perag.) Ostenf.	c
37	*Rh. amputata* Ostenf.	c
38	*Rh. calcar—avis* Schultze	r
39	*Rh. hyalina* Ostenf.	rr
40	*Rh. imbricata* var. *Shrubsolei* (Cleve) nob.	r
41	*Rh. robusta* Norman	c
42	*Rh. setigera* Btw.	r
43	*Rh. Stolterfothi* H. Perag.	rr
44	*Rh. styliformis* Btw.	r
45	*Sceletonema costatum* (Grev.) Cleve	rr
46	*Stephanopyxis Palmeriana* (Grev.) Grun.	r
47	*Streptotheca thamensis* Cleve	r
48	*Thalassiosira monile* Cleve	r
49	*Thalassiothrix Frauenfeldi* Grun.	+
50	*Th. longissima forma gracilis* Ostenf.	+
51	*Th. nitzschioides* Grun.	+
52	*Triceratium favus* Ehrb.	r
	Peridiniaceae.	
53	*Ceratium aequatoriale* nob.	rr
54	*C. arcuatum* Gourr.	rr
55	*C. contrarium* (Gourr.) Pavillard	rr
56	*C. extensum* (Gourr.) nob.	rr
57	*C. flagelliferum* Cleve	r
58	*C. fusus* (Ehrb.) Duj.	r
59	*C. japonicum* nob.	rr
60	*C. tripos* (O. F. Müller) Nitzsch	rr
61	*C. volans* Cleve	rr
62	*Diplosalis lenticula* Bergh.	rr
63	*Peridinium conicum* Gran.	rr
64	*P. oceanicum* Vanhoeffen	rr
65	*P. Steini* Jörgensen	rr
66	*Phyrophacus horologicum* Stein	rr
	Pyrocysteae.	
67	*Pyrocystis fusiformis* J. Murray	rr

Nr. XXIX—XXX. Japanische Gewässer.

Nr. XXIX bei Enoshima, 22. X. 1898. Sammler: Schröter und Pernod.
Nr. XXX Binnenmeer b. Akashi, unweit Kobe, 1. XI. 1898. Sammler: Schröter u. Pernod.

Nr.	Name	XXIX. 22. X. 1898.	XXX. 1. XI. 1898.
	Bacillariaceae.		
1	*Actinocyclus japonicus* Castr.	+	.
2	*A. Ralfsi* Pritch.	+	.
3	*Actinoptychus splendens* Shadb.	r	.
4	*A. undulatus* Ehrb.	+	r
5	*A. samoensis* A. Schmidt	r	.
6	*A. vulgaris* Schum.	rr	.
7	*Amphiprora membranacea* Cleve	r	r
8	*Arachnoidiscus Ehrenbergi* Grev.	rr	.
9	*Asterionella japonica* Cleve	+	r
10	*Attheya decora* West.	rr	.
11	*Bacteriastrum elongatum* Cleve	r	+
12	*B. hyalinum* Lauder	r	r
13	*B. varians* Lauder	+	+
14	*B. varians* var. *hispida* (Castr.) nob.	r	r
15	*Biddulphia aurita* Bréb.	r	r
16	*B. chinensis* Grev.	+	c
17	*B. indica* Ehrb.	rr	.
18	*B. laevis* Ehrb.	r	r
19	*B. mobiliensis* Bail.	+	.
20	*B. pulchella* Gray	r	.
21	*B. rhombus* W. Smith	r	rr
22	*B. tridens* Ehrb.	r	.
23	*Brunia japonica* Temp.	rr	.
24	*Campylodiscus decorus* Bréb.	rr	.
25	*Cerataulina Bergoni* H. Perag.	r	+
26	*C. compacta* Ostenf.	r	r
27	*Chaetoceras anglicum* (Grun.) Ostenf.	r	.
28	*Ch. breve* Schütt	r	r
29	*Ch. coarctatum* Lauder	r	rr
30	*Ch. compressum* Lauder	+	r
31	*Ch. crinitum* Schütt	rr	.
32	*Ch. curvisetum* Cleve	+	r
33	*Ch. debile* Cleve	r	.
34	*Ch. decipiens* Cleve	r	.
35	*Ch. densum* Cleve	r	r
36	*Ch. denticulatum* Lauder	c	c
37	*Ch. diadema* (Ehrb.) Gran. *cum spor.*	r	.
38	*Ch. didymum* Ehrb.	r	r
39	*Ch. distans* Cleve	r	r
40	*Ch. diversum* Cleve	+	r
41	*Ch. furca* var. *megaceras* nob.	r	r
42	*Ch. laeve* Leud.-Fortmor.	r	.
43	*Ch. Lorenzianum* Grun.	c	+
44	*Ch. neapolitanum* Schröder	r	rr
45	*Ch. peruvianum* Btw.	r	r
46	*Ch. peruvianum* var. *robusta* Cleve	r	+
47	*Ch. polygonum* Schütt	r	.
48	*Ch. Ralfsi* Cleve	+	+
49	*Ch. sceleton* Schütt	r	.
50	*Ch. Schütti* Cleve	+	r
51	*Ch. scolopendra* Cleve	r	.
52	*Ch. sociale* Lauder	+	+
53	*Ch. Van Heurcki* Gran.	rr	r
54	*Ch. Weissflogi* Schütt	r	.
55	*Climacodium biconcavum* Cleve	r	.
56	*Cl. Frauenfeldianum* Grun.	+	r
57	*Corethron pelagicum* Brun	r	+
58	*Coscinodiscus bengalensis* Grun.	r	.
59	*C. bisinuatus* A. Schmidt	rr	.
60	*C. blandus* A. Schmidt	r	rr
61	*C. concinnus* W. Smith	+	r
62	*C. excentricus* Ehrb.	+	r
63	*C. Janischi* A. Schmidt	+	r
64	*C. marginatus* Ehrb.	r	.
65	*C. mirificus* Castr.	r	.
66	*C. radiatus* Ehrb.	+	r
67	*Coscinosira polychorda* Gran.	r	.
68	*Dactyliosolen mediterraneus* H. Perag.	r	.

Nr.	Name	XXIX. 22. X. 1898.	XX. 1. XI. 1898.
69	*Detonula Moseleyana* (Castr.) Gran. . . .	rr	rr
70	*D. Schröderi* (Bergon) Gran.	rr	.
71	*Ditylium Brightwelli* (West) Grun. . . .	+	r
72	*D. Pernodii* nob. . . .	r	+
73	*D. Sol* Van Heurck . .	r	r
74	*D. trigonum* nob. . . .	rr	rr
75	*Eucampia zodiacus* Ehrb.	+	+
76	*Euodia cuneiformis* (Wall.) Schütt	r	.
77	*E. gibba* Bail.	r	.
78	*E. Hardmanniana* (Grev.) nob.	r	r
79	*E. inornata* Castr. . .	+	.
80	*E. radiata* Castr. . . .	rr	.
81	*Guinardia flaccida* (Castr.) H. Perag.	+	+
82	*Hemiaulus chinensis* Grev.	+	r
83	*Lauderia annulata* Cleve	+	.
84	*L. annulata* var. *elongata* Castr.	r	.
85	*Lauderiopsis costata* Ostenf.	r	.
86	*Leptocylindrus danicus* Cleve	r	rr
87	*Navicula membranacea* Cleve	r	r
88	*Nitzschia seriata* Cleve	+	+
89	*Paralia sulcata* (Ehrb.) Cleve	r	rr
90	*Planktoniella Sol* (Wall.) Schütt	+	r
91	*Rhabdonema arcuatum* (Lyngb.) Kütz. . . .	r	.
92	*Rh. adriaticum* Kütz. .	rr	.
93	*Rhizosolenia alata* Btw.	+	.
94	*Rh. alata* var. *indica* (H. Perag.) Ostenf. .	+	r
95	*Rh. amputata* Ostenf. .	r	+
96	*Rh. calcar-avis* var. *cochlea* (Brun) Ostenf. . . .	+	+
97	*Rh. crassispina* nob. .	+	+
98	*Rh. hyalina* Ostenf. . .	r	rr
99	*Rh. imbricata* Btw. . .	r	r
100	*Rh. imbricata* var. *Shrubsolei* (Cleve) nob. . .	rr	+
101	*Rh. robusta* Norman .	+	+
102	*Rh. Stolterfothi* H. Perag.	+	r
103	*Rh. styliformis* var. *latissima* Btw.	r	r
104	*Sceletonema costatum* (Grev.) Cleve	c	r
105	*Schmidtiella japonica* Ostenf.	r	rr
106	*Stephanopyxis Palmeriana* (Grev.) Grun. . .	+	+
107	*Stictodiscus Kittonianus* Grev.	rr	.
108	*Streptotheca thamensis* Cleve	+	r
109	*Thalassiotrix Frauenfeldi* Grun.	+	+
110	*Th. longissima gracilis* Ostenf.	r	r
111	*Th. nitzschioides* Grun. .	+	+
112	*Triceratium arcticum* var. *japonica* A. Schmidt	r	rr
113	*T. distinctum* A. Schmidt	r	.
114	*T. favus* Ehrb. . . .	+	+
115	*T. tumidum* Grev. . .	r	.
	Peridiniaceae.		
116	*Amphisolenia bidentata* Schröder	rr	.
117	*Ceratium arcuatum* Gourr.	r	.
118	*C. azoricum* Cleve . .	r	rr
119	*C. candelabrum* (Ehrb.) Stein	+	+
120	*C. claviceps* Schröder .	r	.
121	*C. contortum* (Gourr.) Cleve	r	r
122	*C. contrarium* (Gourr.) Pavillard	rr	rr
123	*C. extensum* (Gourr.) nob.	r	rr
124	*C. furca* (Ehrb.) Clap. & Lachm.	+	r
125	*C. fusus* (Ehrb.) Duj. .	+	r
126	*C. fusus* var. *concava* (Gourr.) Cleve . . .	r	.
127	*C. gravidum* Gourr. . .	rr	.
128	*C. heterocamptum* (Jörg.) Ostenf. & Schmidt .	r	.
129	*C. inflexum* (Gourr.) nob.	rr	.
130	*C. japonicum* nob. . .	rr	.
131	*C. macroceras* (Ehrb.) Cleve	r	rr
132	*C. Okamurai* nob. . .	r	
133	*C. palmatum* Schröder .	rr	.

Nr.	Name	XXIX. 22. X. 1898.	XXX. 1. XI. 1898.	Nr.	Name	XXIX. 22. X. 1898.	XXX. 1. XI. 1898.
134	*C. robustum* Ostenf. & Schmidt	rr	rr		***Pyrocysteae.***		
135	*C. symmetricum* Pavillard	r	.	143	*Pyrocystis hamulus* var. *semicircularis* nob.	rr	.
136	*C. tenue* Ostenf. & Schmidt	rr	.	144	*P. lunula* Schütt	r	.
137	*C. tripos* (O. F. Müller) Nitzsch	r	r	145	*P. noctiluca* J. Murr.	r	.
138	*C. volans* Cleve	+	r		***Schizophyceae.***		
139	*Ceratocorys horrida* Stein	rr	rr	146	*Richelia intracellularis* Schmidt	r	r
140	*Dinophysis homunculus* Stein	r	.	147	*Trichodesmium spec.*	rr	.
141	*Ornithocercus quadratus* Schütt	r	.				
142	*Peridinium divergens* Ehrb.	r	rr				

Nr. XXXI und XXXII. **Stiller Ocean.**

Nr. XXXI 135° w. L., 33° n. Br., 18.—20. IX. 1898.
Nr. XXXII 140° w. L., 25° n. Br. 21. IX. 1898. } Sammler: Schröter u. Pernod

Nr.	Name	XXXI. 18.–20. IX. 1898.	XXXII. 21. IX. 1898.	Nr.	Name	XXXI. 18.–20. IX. 1898.	XXXII. 21. IX. 1898.
	Bacillariaceae.			17	*C. belone* Cleve	.	rr
1	*Asterolampra Rotula* Grev.	.	rr	18	*C. candelabrum* (Ehrb.) Stein	+	rr
2	*Biddulphia mobiliensis* Bail.	.	r	19	*C. claviceps* Schröder	rr	rr
3	*Chaetoceras diversum* Cleve	.	rr	20	*C. contortum* (Gourr.) Cleve	r	r
4	*Ch. laeve* Leud.-Fortmor.	.	r	21	*C. contrarium* (Gourr.) Pavillard	rr	rr
5	*Ch. Lorenzianum* Grun.	rr	r	22	*C. curvicorne* (Daday) Cleve	r	r
6	*Ch. peruvianum* Btw.	rr	.	23	*C. extensum* (Gourr.) nob.	r	rr
7	*Climacodium Frauenfeldianum* Grun.	.	rr	24	*C. flagelliferum* Cleve	+	r
8	*Coscinodiscus blandus* A. Schmidt	.	r	25	*C. furca* (Ehrb.) Clap. & Lachm.	rr	+
9	*C. oculus—iridis* Ehrb.	+	+	26	*C. fusus* (Ehrb.) Duj.	r	r
10	*C. radiatus* Ehrb.	.	+	27	*C. fusus* var. *concava* (Gourr.) Cleve	rr	.
11	*Hemiaulus delicatulus* Lemmerm.	.	r	28	*C. gibberum* Gourret	.	r
12	*H. Haucki* Grun.	+	+	29	*C. heterocamptum* (Jörg.) Ostenf. & Schmidt	rr	r
13	*Rhizosolenia alata* Btw.	r	.	30	*C. limulus* (Pouch.) Gourr.	rr	.
14	*Rh. styliformis* Btw.	+	rr	31	*C. lineatum* var. *longiseta* Ostenf. & Schmidt	+	rr
	Peridiniaceae.			32	*C. macroceras* (Ehrb.) Cleve	r	r
15	*Amphisolenia bidentata* Schröder	r	r	33	*C. pacificum* nob.	rr	.
16	*Ceratium arcuatum* Gourr.	r	r	34	*C. pulchellum* nob.	r	r
				35	*C. robustum* Ostenf. & Schmidt	rr	rr
				36	*C. saltans* nob.	.	r
				37	*C. tenue* Ostenf. & Schmidt	rr	rr

Nr.	Name	XXXI. 18–20. IX. 1898.	XXXII. 21. IX. 1898.	Nr.	Name	XXXI. 18–20. IX. 1898.	XXXII. 21. IX. 1898.
38	*C. tripos* (O. F. Müller) Nitzsch	r	r	43	*Ornithocercus magnificus* Stein	r	.
39	*C. volans* Cleve	+	rr	44	*Oxytoxum Milneri* Murr. & Whitt.	.	rr
40	*Ceratocorrys horrida* var. *elongata* Lemmerm.	r	r	45	*Peridinium divergens* Ehrb.	.	+
41	*Dinophysis homunculus* var. *tripos* (Gourr.) Lemmerm.	.	r	46	*Podolampas palmipes* Stein	.	rr
42	*Gonyaulax polygramma* Stein	.	r	47	*Pyrophacus horologicum* Stein	.	+

Nr. XXXIII. Bai von San Franzisko.

15.–17. IX. 1898. Sammler: Schröter und Pernod.

Nr.	Name	XXXIII. 15–17. IX. 1898.	Nr.	Name	XXXIII. 15–17. IX. 1898.
	Bacillariaceae.		17	*Lithodesmium undulatum* Ehrb.	+
1	*Actinoptychus undulatus* Ehrb.	+	18	*Melosira Borreri* Grev.	+
2	*Arachnoidiscus ornatus* Ehrb.	rr	19	*Nitzschia seriata* Cleve	r
3	*Asterionella japonica* Cleve	r	20	*Planktoniella Sol* (Wall.) Schütt	rr
4	*Biddulphia hyalina* nob.	r	21	*Rhizosolenia Stolterfothi* H. Perag.	r
5	*Chaetoceras Brightwelli* Gran.	r	22	*Sceletonema costatum* (Grev.) Cleve	+
6	*Ch. coarctatum* Lauder	r	23	*Thalassiosira spec.*	rr
7	*Ch. densum* Cleve	rr	24	*Thalassiothrix longissima* Cleve & Grun.	r
8	*Ch. diadema* (Ehrb.) Gran.	r			
9	*Ch. Lorenzianum* Grun.	+			
10	*Ch. peruvianum* Btw.	r		***Peridiniaceae.***	
11	*Coscinodiscus centralis* Ehrb.	+	25	*Peridinium conicum* Gran.	rr
12	*C. Janischi* A. Schmidt	+	26	*P. divergens* Ehrb.	rr
13	*C. oculus iridis* Ehrb.	cc		***Pyrocysteae.***	
14	*C. radiatus* Ehrb.	c	27	*Pyrocystis noctiluca* Murr.	rr
15	*Ditylium Brightwelli* (West) Grun.	+			
16	*D. Sol* Van Heurck	r			

II. Kritische Bemerkungen und Diagnosen neuer Formen.

Bacillariaceen.

Stephanopyxis turris (Grev.) Ralfs.

Ob Stephanopyxis Kittonianus Castr. (Challenger Report Bot. Vol. II, pag. 87, tab. 9, fig. 5) mit S. turris verwandt ist, lässt sich bisher nicht genau ermitteln; vielleicht sind beide identisch und nur die Abbildung bei Castracane schlecht gezeichnet. Cleve bezeichnet diese Art mehrfach sowohl als S. turris Grev. (z. B. Sv. Vet.-Akad. Handl., Bd. 36, Nr. 8, pag. 52), wie auch als S. turgida Grev. (Seasonal distr. atlant. planct. org. pag. 352).

Stephanopyxis Palmeriana (Grev.) Grun.

Cleve vereinigt (Sv. Vet.-Akad. Handl. Bd. 35, Nr. 5, pag. 23) Creswellia Palmeriana Grev. und Stephanopyxis Kittonianus Castr. mit Stephanopyxis turgida (Grev.) Ralfs. Ich halte dies nicht für angebracht. S. Palmeriana (Grev.) Grun. bildet eine charakteristische tropische Art, die sich namentlich durch ihre Breite, ihre feinere Struktur und die grosse Zahl der kranzförmig angeordneten Stacheln vor S. turgida (Grev.) Ralfs gut unterscheidet.

Coscinodiscus blandus A. Schmidt.

C. blandus zeigt in der Schalenansicht einen eigentümlichen Schwebeapparat aus Gallert, welcher aus vier ungefähr quadratischen bis rechteckigen, gelatinösen Lappen besteht, deren Ecken stumpf abgerundet sind, und die sich kreuzweise einander gegenüberstehen. Schmidt zeichnete nach einem Präparate von Gründler seine neue Art. Ich beobachtete sie wiederholt und fand, dass meine in Formol fixierten Individuen Gallertlappen aufwiesen, die eine regelmässigere Gestalt hatten, als diejenigen der Schmidtschen Abbildung. Die Gallert erwies sich in allen Fällen nicht als homogen und hyalin, sondern sie war namentlich am Rande der Zelle von detritusartigen, körnigen Substanzen durchsetzt, während die Lappen gegen das distale Ende zu frei davon waren. Die Farbe der Gallert war ein helles Graubraun.

Euodia gibba Bail.

Hensen gibt (V. Ber. d. Kieler Kommiss. tab. VI, fig. 69) ein Photogramm einer Euodia, die als Euodia gibba bezeichnet wird. Dieselbe erinnert jedoch wegen der durchaus konvexen Bauchseite der Schale vielmehr an Euodia ventricosa Castracane var. (Challenger Report, Bot. Vol. II, pag. 150, tab. 12, fig. 6). Nach einer brieflichen Mitteilung Cleves an mich ist die von mir als E. arcuata neu beschriebene Art (Mitt. d. Zool. Station Neapel, Bd. 14, pag. 30, tab. 1, fig. 8) mit E. gibba Bailey (Pritchard, Hist. of. Infus. pag. 852, tab. 8, fig. 22) identisch.

Euodia Hardmanniana (Grev.) nob.

Greville führt (Ann. Natur. Hist. 1865, pag. 2, tab. 5, fig. 1—4, eine Euodia auf, die er als Palmeria Hardmanniana bezeichnet. Brun beschreibt dieselbe Art als Euodia (Hemidiscus) capillaris in Diat. espèces nouv. 1891, pag. 26, tab. 17, fig. 4. Es dürfte am zweckmässigsten sein, die in Rede stehende Art als Euodia Hardmanniana zu bezeichnen.

Euodia cuneiformis (Wallich) Schütt.

Ob Euodia inornata Castracane (Challenger Report, Bot. Vol. II, pag. 149, tab. 12, fig. 1) zu E. cuneiformis (Wallich) Schütt (Trans. Micr. Journ. Vol. 8, pag. 42, tab. 2, fig. 3—4) gezogen werden kann, ist noch genauer zu untersuchen; ich glaube nicht. Grosse Aehnlichkeit mit ersterer weist auch die von Gran (Nordisches Plankton, pag. 46, fig. 51) gezeichnete E. cuneiformis auf. In der äusseren Form der Schalenseite stimmen beide gut überein, jedoch ist die Struktur derselben bei Castracane und Gran etwas verschieden, was wohl nur darauf beruht, dass Gran sorgfältiger beobachtet und gezeichnet hat. Die Gransche Euodia mit E. gibba Bail. zu vereinigen halte ich nicht für statthaft, weil die Bauchseite der Schale von ersterer fast gerade ist, während diejenige von E. gibba in der Mitte eine konvexe Vorwölbung zeigt und beiderseits davon leicht aber deutlich konkav eingebuchtet ist. Auch fehlt bei E. gibba der Pseudonodulus. Ueberdies ist die typische E. cuneiformis (Wall.) Schütt mehr als 4 mal so lang als breit, bei der Granschen Art dagegen beträgt die Länge etwas über das Doppelte der Breite, gerade wie bei E. inornata Castr., mit der sie auch wohl vereinigt werden kann.

Asteromphalus Schröterianus nov. spec.

Zelle diskusförmig, in der Schalenansicht nicht genau kreisrund, sondern ein geringes länger als breit; Strahlen gewöhnlich 16, alle

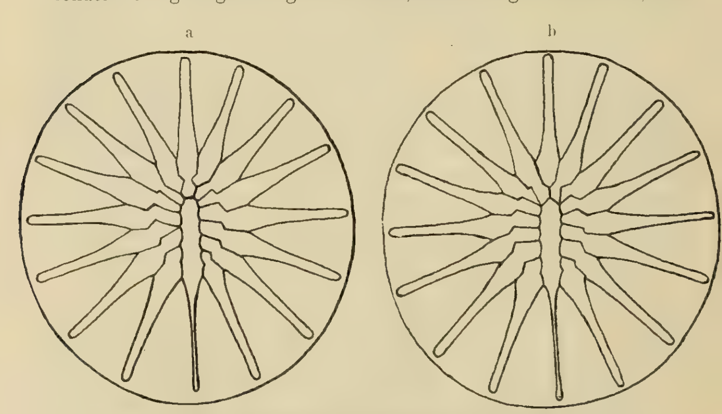


Fig. 1 a und b. Asteromphalus Schröterianus nob. 500/1. Nr. XV.

von fast gleicher Länge und Breite, einer jedoch schmäler als die andern; Zentralfeld ungefähr 1/3 so breit als die Schale, ziemlich in

der Mitte derselben liegend, mit radialen Zickzacklinien, an der dem schmalen Strahle gegenüberliegenden Seite des Mittelfeldes entweder zwei Gabeln (obere Schalenhälfte a) oder deren eine (untere Schalenhälfte b) tragend; Zeichnung der oberen Schalen gegen die der unteren um einen Winkel von 15—20° gedreht; Maschenstruktur zwischen den Strahlen sehr fein und kaum wahrnehmbar. Fig. 1 a und b.

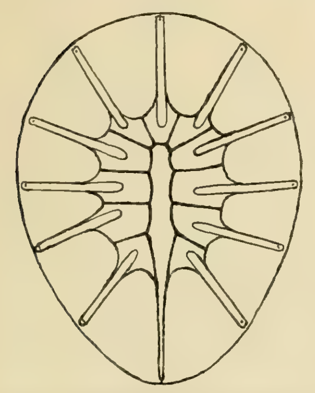


Fig. 2. Asteromphalus ovatus nov. spec. 500/1 Bankastr. Nr. XXIV.

Asteromphalus ovatus

nov. spec.

Schalenansicht breit eiförmig, ungefähr 1⅓ mal so lang als breit, 12strahlig; Mittelfeldstrahlen gerade, nicht zickzackförmig; Chromatophoren zahlreiche kleine runde oder elliptische Plättchen.

Diese Art steht dem Asteromphalus flabellatus Bréb. in Van Heurck, Synopsis Taf. XXVII, fig. 5 und 6 nahe, unterscheidet sich aber von letzterem durch die Dimensionen und die Anzahl der Strahlen. Fig. 2.

Corethron pelagicum Brun.

J. Brun gibt (Mém. soc. de phys. et d'hist. nat. Genève Tome XXXI, Part. II, Nr. 1, tab. 19, fig. 6) eine Abbildung der Alge nur in Schalenansicht mit wenigen ungeordnet liegenden Stacheln. Ich zeichnete deshalb im hängenden Tropfen ein verhältnismässig gut fixiertes Exemplar in Teilung mit Chromatophoren und Zellkern, das auch die charakteristische Stellung der Stacheln zeigt, die hier weitaus zahlreicher sind, als bei andern Corethron-Arten. Fig. 3.

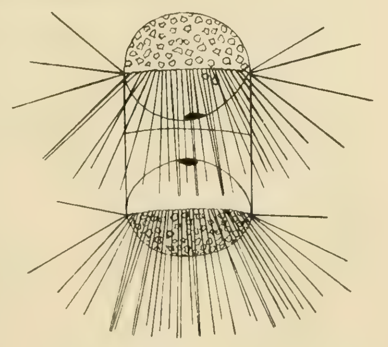


Fig. 3. Corethron pelagicum Brun. 180/1 Hongkong. Nr. XXVI.

Detonula Schröderi (P. Bergon.) Gran.

Bei D. Schröderi beobachtete ich in dem Materiale von Enoshima Auxosporenbildung, an der sich immer nur eine Zelle der Kette beteiligt, indem der Inhalt derselben ähnlich wie bei Thalassiosira bioculata (Grun.) Ostenf. (Bot. of the Färöes II, pag. 565, fig. 121) sich auf das Doppelte des Durchmessers der Zelle ausdehnt und dann an den Habitus der Lauderia annulata Cl. erinnert. Fig. 4.

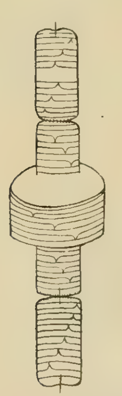


Fig. 4. Detonula Schröderi (P. Bergon) Gran, mit Auxosporenbildung. 350/1 Enoshima. Nr. XXIX.

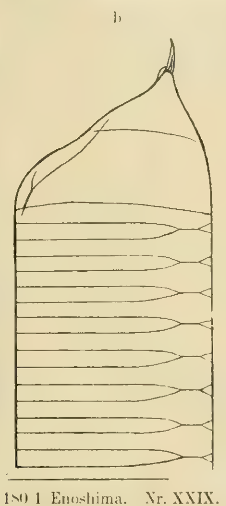


Fig. 5 a, b und c. Rhizosolenia crassispina nob. a und b 180/1, c 500/1. a—c Hongkong. Nr. XXVI.

Rhizosolenia crassispina nov. spec.

Zellen gerade oder schwach gekrümmt, zylindrisch, breit (30—60 μ), Schalen schräg zugespitzt, die eine Seite der Spitze konkav, die andere konvex gebogen; Fortsätze schräg aufgesetzt, dick, an der Basis erst etwas verschmälert, dann verbreitert und allmählich in eine das Basalstück des Fortsatzes bis zu dessen Länge überragende haarfeine Spitze ausgezogen. Basalstück bis ungefähr zur Mitte hohl, Chromatophoren zahlreiche kleine rundliche, in Gruppen angeordnete oder einzeln liegende Plättchen.





180/1 Enoshima. Nr. XXIX.

Möglicherweise ist Rh. crassispina nob. zu Rh. hebetata (Bail.) Gran, in Nordisches Plankton, pag. 55, zu ziehen und vielleicht als 3. Form neben forma hiemalis Gran und forma semispina (Hensen) Gran zu stellen. Allein die ausserordentlich abweichende Dicke der Zellen, ihre schrägen Spitzen und besonders die eigentümliche Beschaffenheit der Fortsätze veranlassten mich, eine neue Art aufzustellen, die für die nordwestlichen Küstenströme des Pacific nach den bisherigen Erfahrungen charakteristisch zu sein scheint. Fig. 5 a—c.

Rhizosolenia styliformis var. latissima Btw.

Zellen 4—5 mal so lang als breit, Breite der Zellen 60—90 μ; Stachel gekrümmt, mit Oehrchen. Zwischenbänder zart und schmal; Chromatophoren unregelmässig reihenartig angeordnet, klein, zahlreich. Fig. 6 a und b.

Fig. 6 a und b. Rhizosolenia styliformis var. latissima Btw. 180/1 Hongkong. Nr. XXVI.

Rhizosolenia calcar-avis Schultze.

Rh. calcar-avis wurde von mir in den Proben von Brioni aus der Adria in zwei verschiedenen Formen beobachtet, einer schmäleren von 15—20 μ diam. und einer breiteren von 35—45 μ. Fig. 7 a und b.

Rhizosolenia imbricata var. Shrubsolei (Cleve) nob.

Ich betrachte Rh. Shrubsolei Cleve (Sv. Vet.-Akad. Handl., Bd. 18, Nr. 5, pag. 26) als eine schmale Varietät von Rh. imbricata

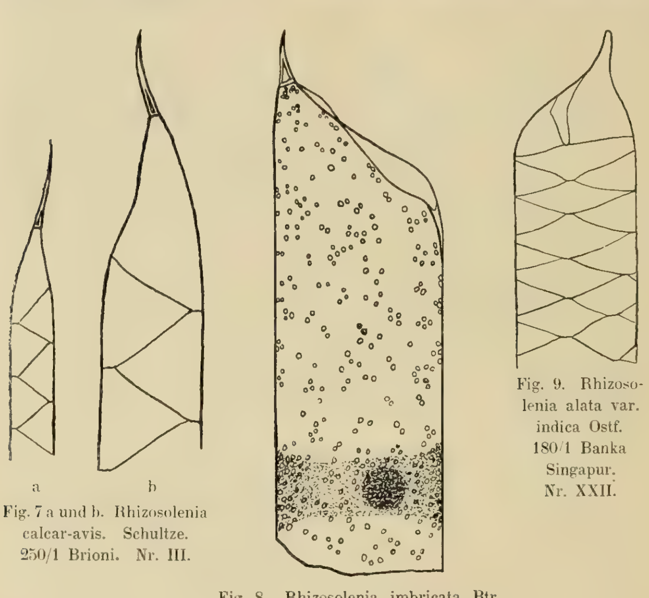


Fig. 7 a und b. Rhizosolenia calcar-avis. Schultze. 250/1 Brioni. Nr. III.

Fig. 8. Rhizosolenia imbricata Btr. mit Kern und Chromatophoren. 360/1 Hongkong. Nr. XXVI.

Fig. 9. Rhizosolenia alata var. indica Ostf. 180/1 Banka Singapur. Nr. XXII.

Btw., mit der sie durch Uebergänge verbunden ist, die ich mehrfach in verschiedener Breite gefunden habe. Fig. 8.

Rhizosolenia alata Btr. var. indica (H. Perag.) Ostenf.

Bei Formen aus der Bankastrasse und der Strasse von Malacca sah ich die Spitze der Zellen wesentlich länger, als dies H. Peragallo von Rh. indica var. quadrijuncta abbildet (Diatomiste 1892, tab. 5, fig. 16 und 17. Jene Formen stimmen am besten mit Ostenfelds

Abbildungen (Botanisk Tidsskrift 1902, Vol. 25, pag. 227, fig. 3, überein. Breite der Zelle 40—50 μ Fig. 9.

Bacteriastrum hyalinum Cleve.

Bei dieser Art findet sich ähnlich wie man es auch bei gewissen Chaetoceras-Arten beobachten kann, eine weite, hyaline, für gewöhnlich nicht sichtbare Gallerthülle, die bis über die Gabeln der Zellen noch ein Stück hinausreicht. Dieselbe wurde durch Einbettung in flüssige chinesische Tusche sichtbar gemacht. Auch Cleve erwähnt sie bereits bei dieser Art (Sv. Vet-Akad. Handl., Bd. 35, Nr. 5, pag. 54), Fig. 10.

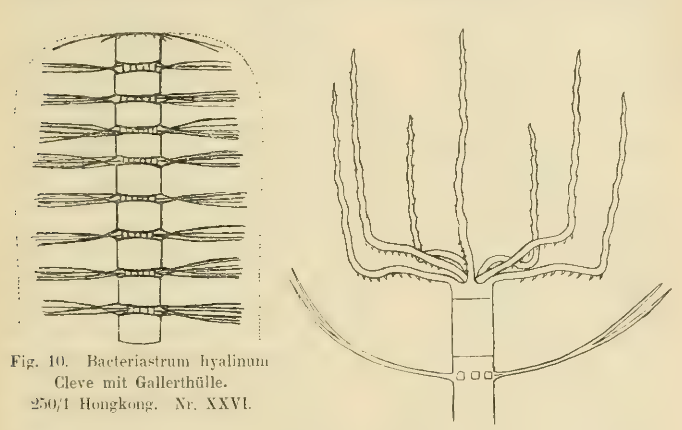


Fig. 10. Bacteriastrum hyalinum Cleve mit Gallerthülle. 250/1 Hongkong. Nr. XXVI.

Fig. 11. Bacteriastrum varians var. hispida (Castr.) nob. 330/1 Bankastr. Nr. XXIII.

Bacteriastrum varians var. hispida (Castr.) nob.

Wallich beschreibt einen Chaetoceras bacteriastrum in der Trans. Micr. Soc. 1860, Vol. VIII, pag. 48, tab. 2, fig. 16 und 17. Diese Art wurde von Ralfs Bacteriastrum Wallichi benannt (Pritchard, Hist. of Infus pag. 863, tab. 6, fig. 27). Castracane stellte von B. Wallichi Ralfs eine neue Varietät auf, welche er bei Hongkong fand und var. hispida nov. var. benannte. Da die Species Wallichi mit B. varians Lauder vereinigt worden ist, die var. hispida jedoch für den westlichen pacifischen Ocean charakteristisch zu sein scheint, dürfte diese Varietät als solche am besten zu B. varians zu stellen sein. Die Zeichnung Castracanes ist nicht besonders gelungen, deshalb gebe ich eine andere nach dem Materiale aus der Bankastrasse. Fig. 11.

Chaetoceras neapolitanum Schröder.

Cleve machte mich bereits 1901 brieflich darauf aufmerksam, dass die von mir neu aufgestellte Species (Mitt. d. Zool. Stat. Neapel, Bd. 14, pag. 29, fig. 1, fig. 4) sein Ch. atlanticum var. exigua sei. Er hatte diese Var. in seinem Treatise of Phytoplankton tab. 1, fig. 9, in nur schwacher Vergrösserung dargestellt, welche die charakteristische Gestalt und Stellung der Hörner nicht zeigt. Auch die Fensterchen zwischen den Zellen sind wesentlich anders als bei meiner Art. Dies bewog mich, obgleich ich die Clevesche Abbildung kannte, zur Aufstellung einer neuen Art. Allerdings war es mir an dem sehr spärlichen Materiale aus Neapel nicht gelungen, den feinen Zentralstachel, der in die Fensterchen hineinragt, mit Sicherheit nachzuweisen. Gran meinte später (Nordisches Plankton, pag. 66), dass dieser Zentralstachel wohl vorhanden sein müsse, und es ist mir neuerdings an weit reicherem Materiale gelungen, ihn trotz seiner relativen Feinheit sichtbar zu machen. Von Ch. atlanticum Cleve unterscheidet sich meine Art durch den längeren Basalteil der Borsten und die stärkere Biegung derselben. Fig. 12.

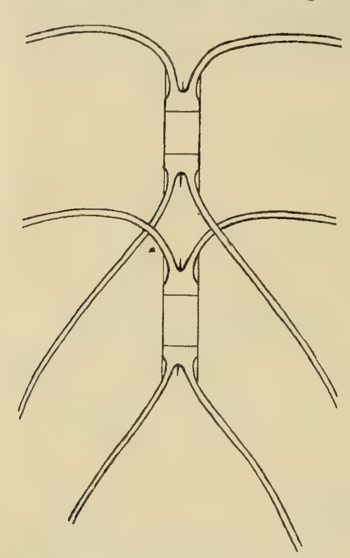


Fig. 12. Chaetoceras neapolitanum Schröder. 360/1 Enoshima. Nr. XXIX.

Chaetoceras polygonum Schütt forma.

Die von mir gezeichnete Form weicht sowohl von Ch. polygonum Schütt, als auch von dem von Gran (Nordisches Plankton, pag. 67) hierzugezogenen Ch. sceleton Schütt ab, ebenso auch von der Cleveschen Abbildung (Treatise of Phytoplankton, tab. 2, fig. 3). Bei ersterem sind „die Zellen ebenso lang als breit, Fensterchen fast regelmässige Sechsecke", bei letzterem sind „die Zellen sehr kurz, 4 mal so lang als breit; Fensterchen hochsechseckig". Cleves Abbildung zeigt die Zellen, die ungefähr 2 mal so lang als breit sind und ebenfalls nahezu sechseckige Fenster aufweisen. Die Schalen-

deckel sind bei den Schüttschen Formen eben, bei der Cleveschen dagegen schwach gewölbt. Bei der von mir dargestellten Form von Ch. polygonum beträgt die Breite der Zelle das 3fache der Länge, und die Schalendeckel sind ebenfalls gewölbt. Jede Schalenhälfte trägt einen Zentralstachel. Die Fensterchen erscheinen breit lanzettlich mit in der Mitte eingezogenen Seiten. Fig. 13.

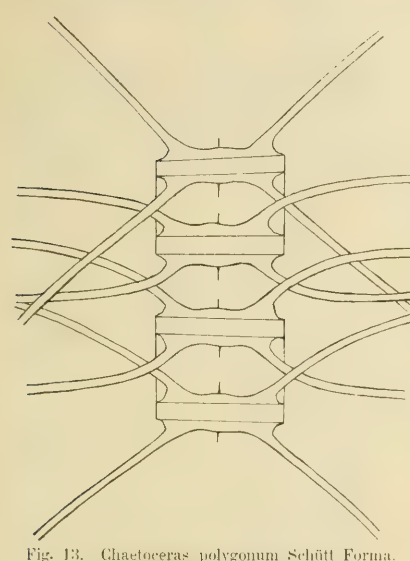


Fig. 13. Chaetoceras polygonum Schütt Forma. 500/1 Japan. Nr. XXIX.

Chaetoceras denticulatum Lauder.

Lauder zeichnet (Trans. Micr. Soc. 1864, tab. 8, fig. 9) nur den mittleren Teil einer Kette von Ch. denticulatum. Deshalb gebe ich eine Abbildung der Endzelle, die auch den Verlauf der weit ausgelegten Endhörner zeigt. Dieselben sind gegen das distale Ende hin leicht wellig hin und her gebogen und mit angedrückt, in Spiralen

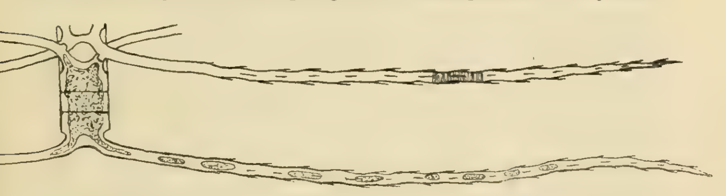


Fig. 14 a. Chaetoceras denticulatum Lauder. 360/1 Enoshima. Nr. XXIX. Schmale Form.

stehenden, feinen, gebogenen Stachelhaaren besetzt. Membran der Hörner fein quergestreift. Die Chromatophoren bestehen aus zahlreichen in der Zelle gelegenen Plättchen und aus mehreren Plättchen, die in die Hörner hineingehen.

Bei Enoshima fand ich zwei Hauptformen, eine breitere und eine schmälere. Bei ersterer sind die Zellen 2½ mal so lang als breit, bei letzterer dagegen ebenso lang als breit. Fig. 14 a und b.

Chaetoceras compressum Lauder.

Fenster von verschiedener Weite, mitunter sehr eng und schmal. Die wellig gebogenen starken Stacheln länger als bei Lauder (Trans. Micr. Soc. Vol. pag. 78, tab. 8, fig. 6), anfangs bogig nach aussen, dann gerade, nahe an der Kette hinlaufend. Endhörner in charakteristischer Stellung unter verschiedenem Winkel von der Endzelle abstehend.

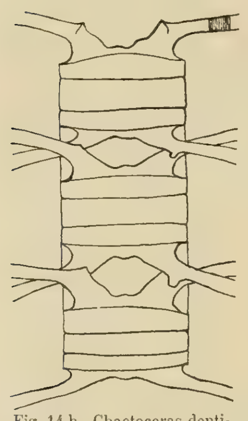


Fig. 14 b. Chaetoceras denticulatum Lauder. 360/1 Hongkong. Nr. XXVI. Breite Form.

Chaetoceras diversum Cleve.

Ch. diversum Cleve ist bisher in drei verschiedenen Formen abgebildet worden. In der Breite der Zellen und in der Ausbildung der haarförmigen und der verbreiterten Hörner, sowie in der Zahl der Anzahl der letzteren ist er nach dem jeweiligen Orte seines Vorkommens verschieden. Die Abbildung Cleves b und c zeigt eine Form aus dem Meere bei Java, deren Kettenteil mehrere (2 Paar) verbreiterte Hörner trägt, die mit Stacheln am Rande und auf der Mitte der Enden besetzt sind. Eine dieser Form ähnliche stammt von Enoshima aus dem japanischen Meere. Die Zellen sind doppelt so breit als lang. Haarförmige Hörner fand ich nur an der Endzelle der Kette, welche 3 (und noch mehr Paar) verbreiterte Hörner trug, bei denen ich aber nur am Rande feine Stacheln bemerkte. Die Fensterchen der Kette sind schmal und in der Mitte konkav eingeengt. Chromatophor eine axile Platte.

Die verbreiterten Hörner von Ch. diversum Cl. bei Van Heurck, Synopsis tab. 81, fig. 5, stimmen ungefähr mit denjenigen meiner var. mediterranea (Mitt. a. d. Zool. Stat. Neapel, Band XIV, fig. 27, tab. 1, fig. 1, überein, während Cleves var. tenuis (Treatise of Phytopl. tab. II, fig. 2) sowohl durch die Anzahl der haarförmigen Stacheln, als auch durch die Gestalt der verbreiterten gänzlich abweichend ist. Ob Ch. rude Leud.-Fortmorel zu Ch. diversum Cl. gehört, scheint mir noch zweifelhaft.

Chaetoceras laeve Leud.-Fortmorel.

Ch. laeve variiert inbezug auf die Länge und Breite der Zellen in ähnlicher Weise wie bei Ch. diversum. Ostenfeld gibt (Botanisk Tidsskrift Vol. 25, pag. 237) die Breite der Zellen von Ch. laeve mit 9—16 μ an. Charakteristisch sind die in einer eigentümlichen Kurve gebogenen verbreiterten Hörner, ebenso die in fast gleicher Richtung verlaufenden haarförmigen Endhörner, während die intercularen haarförmigen Hörner normal nach aussen und dann fast parallel zur Längsaxe der Kette gebogen sind. Mehrfach beobachtete ich unter dem Materiale aus der Bankastrasse Ketten mit 2—4 Paar verbreiterten Hörnern. — Die Fensterchen zwischen den Zellen sind sehr schmal konvex. Das Chromatophor ist auch hier eine axile Platte fast von der Grösse der Zellenbreite.

Chaetoceras leve Schütt (Ber. d. Deutsch. Bot. Gesellsch., Bd. XIII, pag. 39, fig. 6 a und b) wird von Gran (Fauna arctica, Band III, Lief. 3, pag. 540) zu Ch. holsaticum Schütt gezogen.

Chaetoceras furca Cleve var. *macroceras* nov. var.

Gabelhörner kürzer, Gabel viel grösser als beim Typus, Gabelwinkel gross.

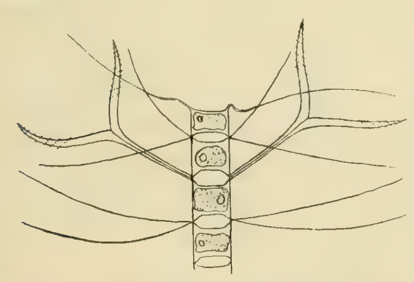


Fig. 15. Chaetoceras furca var. macroceras nov. var. 300/1 Enoshima. Nr. XXIX.

Wie sich bei Ueberflutung des ausgewaschenen und auf dem Objektträger aufgetrockneten Materiales mit Monobromnaphthalin zeigte, sind die Gabeln hohl und mit Luft gefüllt, wodurch sie für die Erhöhung der Schwebefähigkeit in Betracht kommen. Fig. 15.

Schmidtiella elongata nov. spec.

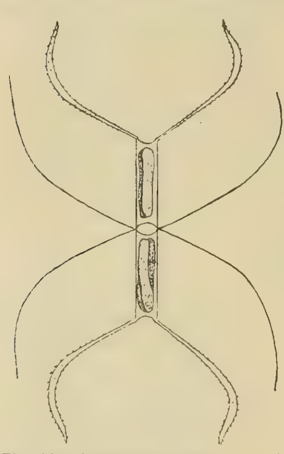
Zellen in Ketten. Schalenansicht länglich elliptisch mit vorgezogenen, stumpf zugespitzten Enden. Endfortsätze verbreitert, 1/6 mal so breit als die Zellen in Sagittalansicht. Gürtelseite länglich rechteckig, Schalen- und Gürtelseite 3 mal so lang als breit.

S. elongata nob. unterscheidet sich von S. pelagica Ostenf. (Bot. Tidsskrift Vol. 25, pag. 241, fig. 20) sowohl in der Schalenals auch in der Gürtelansicht durch grössere Längenausdehnung und

stärkere Verbreiterung der Endfortsätze, mit denen die Zellen der Kette zusammenhängen. Auch sind bei ersterer die Ecken der Zellen in der Sagittalansicht mehr abgerundet, als bei letzterer. Die Chromatophoren sind bei beiden zahlreiche, kleine, runde, bräunlichgelbe Plättchen. In den plasmolysierten Zellinhalten fanden sich grosse Oeltropfen, die sich bei Behandlung mit Osmiumsäure schwärzten. Fig. 17 a—d.

Eucampia zodiacus Ehrb.

E. zodiacus variiert besonders im Warmwassergebiete inbezug auf die Breite der Zellen und die Gestalt der Fensterchen. Die Zellen können entweder fast ebenso lang, halb solang oder doppelt so lang als breit sein. Die Fensterchen sind entweder lanzettlich oder breit elliptisch und können ausserdem in der Richtung der kurzen Achse der lanzettlichen Ellipse eine seichte Einbuchtung aufweisen.


Fig. 16. Chaetoceras Ralfsi Cleve.[1) 330/1 Enoshima. Nr. XXIX.

Gran gibt (Nordisches Plankton pag. 99, fig. 126) Abbildungen von drei Formen, die möglicherweise als besondere Varietäten aufgefasst werden können. Ich füge die Abbildung einer schmalen Form von Hongkong bei, mit verhältnismässig sehr grossen Fensterchen. Diese Form nähert sich der Eucampia grönlandica Cleve f. atlantica Gran, sowie d. E. cornuta Cleve und stimmt am besten mit Grans Fig. 126 b nach ihrem Habitus und ihrer Breite überein. Fig. 18.

Climacodium japonicum nov. spec.

Ketten gerade, flach, nicht oder schwach tordiert. Lücken schmal lanzettlich, in der Mitte einfach oder zuweilen auch doppelt bauchig erweitert. Zellen $^1/_2$ bis 2 mal so lang als breit. Querdurchmesser 40—70 μ. Zellfortsätze übereinandergreifend.

C. japonicum erinnert in seinem Habitus an die Abbildung von Cerataulina Bergoni H. Perag. bei Gran (Nordisches Plankton, pag. 101, fig. 132), jedoch sind die Zellen bei C. japonicum in der Sagittalebene elliptisch-lanzettlich, diejenigen bei Cerataulina Bergoni dagegen kreisrund. Auch fehlen bei ersterem die Härchen auf den Zellfortsätzen. Fig. 19 a, b, c und d.

1) Siehe pag. 251, Nr. 23 und ff.

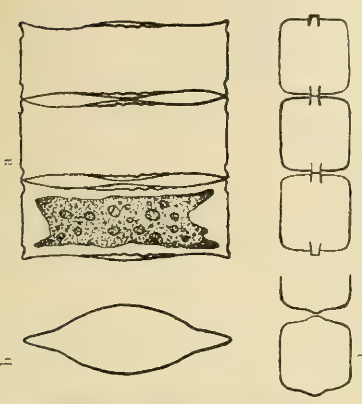
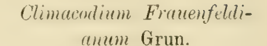


Fig. 17. Schmidtiella elongata nob. 360/1 Enoshima. Nr. XXIX.



Climacodium Frauenfeldianum Grun.

Die von mir beobachteten Formen des warmen Wassers weichen in mehrfacher Beziehung von dem Typus Grunows und Cleves sowohl hinsichtlich der Breite, Länge und Gestalt der Zelle, als auch nach der Weite der Fensterchen ab. Fig. 20 a, b und c.

Cerataulina Bergoni H. Perag.

In den Proben von Hongkong sah ich häufig C. Bergoni gebogene bis halbkreisförmige Ketten von 3 bis 8 Exemplaren bilden, die in ihrem Habitus denjenigen von Rhizosolenia Stolterfothi ausserordentlich ähnlich sind.

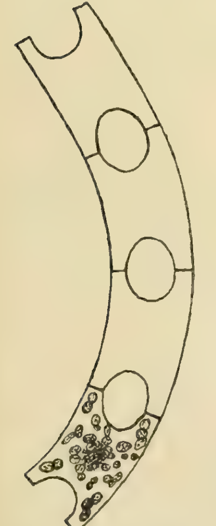


Fig. 18. Eucampia zodiacus forma. 500/1 Hongkong. Nr. XXVI.

Biddulphia hyalina nov. spec.

Zellen einzeln oder zu kurzen Ketten verbunden; Schalen im Umriss elliptisch lanzettlich, mit am Grunde verschmälerten, nach dem Ende zu verbreiterten und gerade abgestutzten Fortsätzen, die der Pervalvaraxe parallel stehen; Mitte der Schale aus flacher Ebene stumpf konvex vorgewölbt, zwei divergierend gerichtete Stacheln tragend, die am freien Ende leicht ausgerundet sind. Gürtelzone von der Schalenzone scharf abgetrennt, Gürtel fast rechteckig. Membran zart, hyalin, wenig verkieselt, mit dichten, feinen Punktreihen besetzt, Gürtelband zarter punktiert. Chromatophoren zahlreiche sehr kleine, in unregelmässige Häufchen angeordnete Plättchen. Länge der Apicalachse 120—140 μ. Fig. 21.

Ditylium Brightwelli (West) Grun.

Inwiefern D. intricatum (West) Grun. (Van Heurck, Synopsis tab. 114, fig. 2) hierher

gezogen werden darf, lässt sich nicht ermitteln; das Gleiche gilt von Triceratium striolatum Ehrb. (Abhandl. d. berl. Akad. 1839, pag. 79, tab. 4, fig. 9) und von Triceratium membranaceum Btw. (Journ. Micr. Soc. 1853, pag. 251, tab. 4, fig. 15).

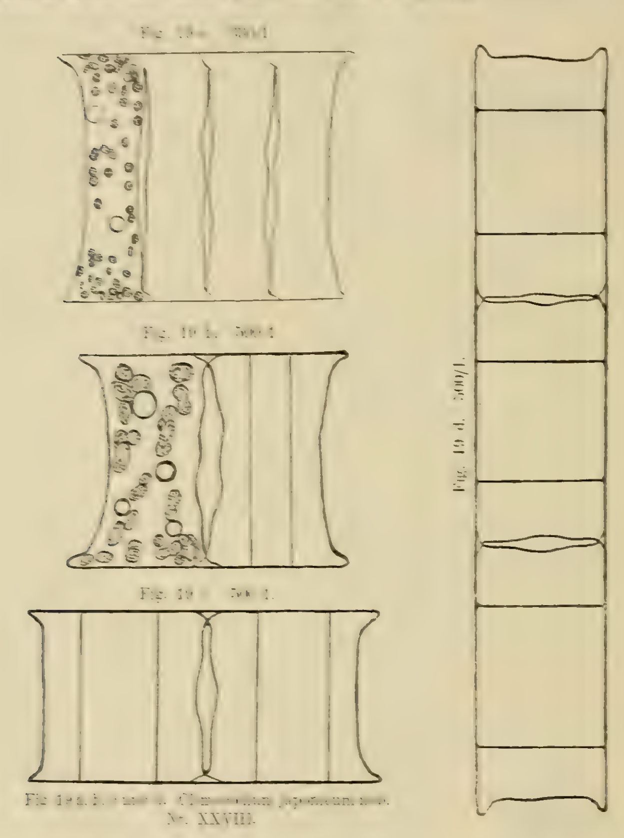


Fig. 19 a, b, c und d. Climacodium japonicum nov. sp.
Nr. XXVIII.

Die bei Enoshima gefundenen Exemplare stimmen am besten mit der Abbildung in Van Heurck, Synopsis tab. 114, fig. 8—9, überein. Sie unterscheidet sich jedoch von den Formen aus dem Atlantik durch folgendes: Der Rand des Schalendeckels ist mehr undulert, der Stachelkörnchenkranz ist viel schärfer zugespitzt und

und liegt dem Zentralknoten viel näher. Die [illegible] ihre Arme um den Zentralknoten ist kleiner. Fig. 22 a, b und c.

[illegible] Van Heurck.

Bei den Exemplaren, die ich sah, konnte ich keine [illegible] unterbrochenen Querrippen auf der Schalfläche, sondern nur die Längslinien der [illegible] des Kantes beobachten, auch zeigten sich die Seiten der Schalenflächen schwach konvex, während dieselben bei Van Heurck eher schwach konkav sind. Ein deutlicher Zentralknoten scheint zu fehlen. Charakteristisch ist die zahlreiche Ausbildung von Punkten und Linien [illegible] Zentralstachel, der entweder gerade oder leicht gebogen sein kann. Zellen einzeln [illegible] [illegible] Querdurchmesser [illegible] Meridian [illegible] [illegible]. In den Proben von Hongkong wurden auch besonders etwas längere Formen bemerkbar. Fig. 23.

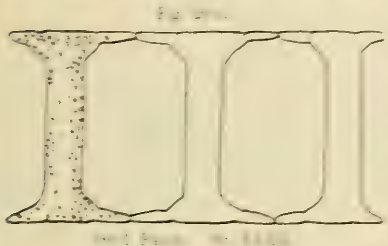


Fig. 22 c.

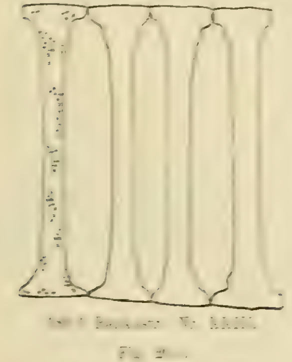


Fig. 23 a.

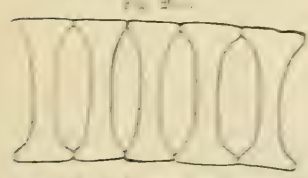


Fig. 23 b.

Fig. 23 a, b u. c. [illegible]

[illegible] nov. spec.

Zellen prismatisch mit stark abgerundeten, etwas hervorgezogenen Kanten [illegible] halb so lang als breit, [illegible] langer Querdurchmesser 95 bis 110 µ. Schalfläche mit Längslinien der [illegible]. Schalenfläche dreieckig, in der Mitte vertieft. Ecken abgerundet. Seiten gerade oder schwach konvex, mit zahlreichen, regelmäßigen Undulationen. [illegible] des Stachelhörnchenkranzes ein Dreieck mit ausgezogenen Ecken und konkaven Seiten. Schalen- und Gürtelflächen glatt, [illegible] schwach [illegible].

Chromatophoren zahlreiche kleine, unregelmässig rundliche Plättchen. Zellkern etwas exzentrisch gelagert. Fig. 24 a und b.

Ditylium trigonum nov. spec.

Zellen prismatisch mit stark abgerundeten, vorgezogenen Kanten, dreiseitig, $^1/_2$—$^2/_3$ mal so breit als lang. Querdurchmesser 40—50 μ.

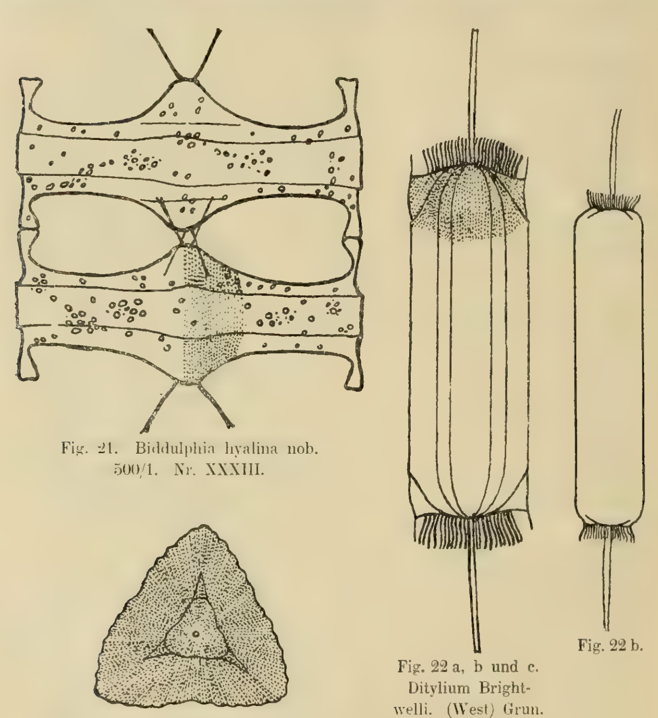


Fig. 21. Biddulphia hyalina nob. 500/1. Nr. XXXIII.

Fig. 22 a, b und c. Ditylium Brightwelli. (West) Grun. Akashi. Nr. XXX.

Fig. 22 b.

Fig. 22 c. 360/1 Enoshima. Nr. XXIX.

Zentralstachel zart und dünn, nach dem Ende zu spitz. Schalenflächen dreiseitig, in der Mitte vertieft, Ecken stumpf zugespitzt. Seiten schwach konvex, mit zahlreichen, ziemlich regelmässigen Undulationen. Spuren des Stachelhörnchenkranzes ein gleichseitiges Dreieck mit etwas abgestumpften Ecken und fast geraden Seiten. Sonst wie vorige Art, aber kleiner und zarter.

Diese Species unterscheidet sich also von der vorigen, mit der sie manche Aehnlichkeit besitzt, durch geringere Dimensionen, feinere Zentralstachel, die Gestalt der Schalenfläche, sowie den Verlauf der Spuren des Stachelkranzes. Fig. 25 a und b.

Fig. 23 a.

Fig. 24 a.

Fig. 25 a.

Fig. 24 b.

Fig. 23 b.

Fig. 25 b.

Fig. 23 a und b. Ditylium Sol Van Heurck. 0 1 Hongkong. Nr. XXVI.

Fig. 24 a und b. Ditylium Pernodi nob. 180/1 Bankastr. Nr. XXIII.

Fig. 25 a und b. Ditylium trigonum nob. 250/1 Enoshima. Nr. XXIX.

Navicula membranacea Cleve.

Die Chromatophoren dieser Art sah ich in gut fixiertem Materiale recht variabel gestaltet, indem die vier Chromatophorenbänder der Zelle (je 2 über und unter dem Zellkern in der Gürtelansicht), sich mitunter verschieden



Fig. 26. Triceratium orbiculatum var. elongata Grun.[1] 200/1 Singapur. Nr. XXII.

[1]) Siehe pag. 248, Nr. XXII, 43.

spiralig eindrehen oder auch verschlingen und so mannigfache Figuren bilden. Vielleicht spielen die Beleuchtungsverhältnisse dabei eine gestaltende Rolle. — Die Zellhaut ist ausserordentlich zart und schwach verkieselt. Eine Struktur derselben konnte ich ebensowenig wie Ostenfeld sichtbar machen, auch nicht an aufgetrockneten, ausgewaschenen Exemplaren.

Peridiniaceen.

Ceratium gracile Pavillard. [1])

Zellkörper schmal; Apicalhorn bis 3 mal so lang als der Zellkörper, schmal; Antapicalkörner kurz, divergierend, schief gestellt, scharf zugespitzt.



Fig. 27. Ceratium pulchellum nov. spec. 180/1 Still. Oc. Nr. XXXII.

Ceratium pulchellum nov. spec.

Zellkörper von mittlerer Dicke; Apicalhorn fast 4 mal solang als der Zellkörper; Antapicalhörner kurz, leicht gebogen, das rechte $^1/_3$—$^1/_4$ mal so kurz als das linke, beide scharf zugespitzt. Fig. 27.

Durch das eine sehr verkürzte Antapicalhorn erinnert C. pulchellum einigermassen an C. dens Ostenf. & Schmidt (Vidensk. Meddels. f. naturh. Foren. Kbhvn. 1900, pag. 165, fig. 16).

Ceratium breve (Ostenf. & Schmidt) nob.

Bei Hainan fand ich eine Form von C. breve, die von dem typischen bei Ostenfeld & Schmidt (Vidensk. Meddels. naturh. Foren. Kbhvn. 1901, pag. 164, fig. 13) dadurch abweicht, dass das Apicalhorn viel länger und schmäler ist.

C. breve mit C. azoricum Cleve zu vereinigen dürfte nicht richtig sein, beide sind durch die Dimensionen des Zellkörpers und der Hörner wesentlich von einander verschieden.

Ceratium subcontortum nov. spec.

Zellkörper schmal; Hörner schmal; Apicalhorn schief aufgesetzt, lang, mehr oder weniger gebogen; Antapicalhörner verschieden lang,

[1]) Ausführliches über die Anordnung der verschiedenen Ceratiumarten gedenke ich in einer demnächst erscheinenden Abhandlung: Vorarbeiten zu einer Monographie der Gattung Ceratium, mitzuteilen.

das längere auf das Apicalhorn mitunter bis an dasselbe herangebogen, mit dem distalen Ende etwas nach aussen gekrümmt, das kürzere Antapicalhorn entweder einfach gebogen oder ebenfalls am distalen Ende auswärts gekrümmt, mit dem Apicalhorn fast parallel. Fig. 28 a und b.

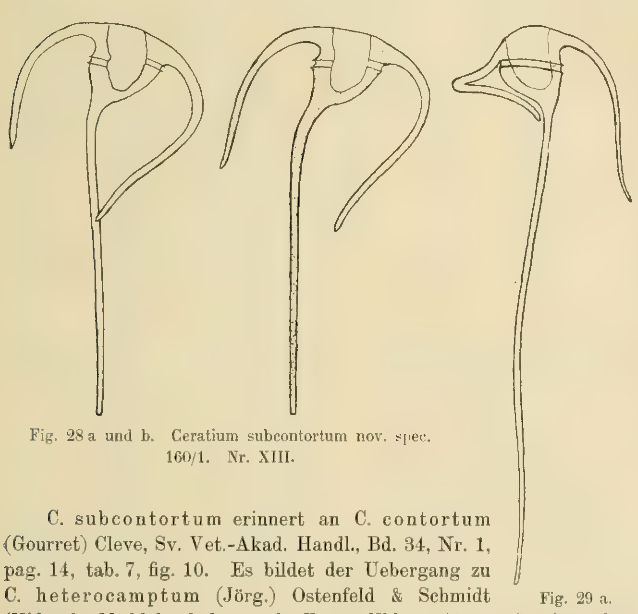


Fig. 28 a und b. Ceratium subcontortum nov. spec. 160/1. Nr. XIII.

C. subcontortum erinnert an C. contortum (Gourret) Cleve, Sv. Vet.-Akad. Handl., Bd. 34, Nr. 1, pag. 14, tab. 7, fig. 10. Es bildet der Uebergang zu C. heterocamptum (Jörg.) Ostenfeld & Schmidt (Vidensk. Meddels. f. d. naturh. Foren. Kbhvn. 1901, pag. 165).

Fig. 29 a. Ceratium saltans nov. spec. 160/1. Nr. XXXII.

Ceratium saltans nov spec.

Zelle halb so lang als breit; Antapex stark vorgewölbt; Hörner dünn, mehrfach gekrümmt; Antapicalhörner mit den Enden nach auswärts gebogen, linkes mit dem Apicalhorn zuerst fast gleichlaufend, dann schwach divergierend, rechtes stark umgebogen und auf die Zelle zugerichtet und mit dem Ende über ihr liegend. Apicalhorn bis 7 mal so lang als die Zelle, mehrere Kurven bildend. Fig 29 a, b und c.



Fig. 29 b und c. Ceratium saltans nov. spec. 160/1 Pacific. Nr. XXXII.

C. saltans hat am meisten Aehnlichkeit mit C. contortum Gourr. (Ann. Mus. zool. Marseille pag. 35, tab. 3, fig. 33 und 34), jedoch ist das Apicalhorn viel länger als bei der Gourretschen Form und mehrfach gebogen. Auch fehlt dem divergierenden linken Antapicalhorne der Gourretschen Formen die Biegung des Endes nach aussen.

Ceratium Okamurai nov. spec.

Zelle breit; Apicalhorn erst gebogen, dann gerade, 4 mal so lang als die Zelle; Antapicalhörner $^2/_3$ mal so lang als das Apicalhorn, vom Antapex deutlich abgesetzt, fast parallel verlaufend, S-förmig gebogen. Fig. 30.

C. Okamurai (syn. mit) Ceratium (tripos var.) arcuatum Gourret, bei Okamura & Nishikawa, in Annotat. Zool. Japon. Vol 5, Part 3, pag. 122, tab. 6, fig. 4), erinnert in seiner Gestalt an C. arcuatum (Gourret) Cleve, jedoch sind die Antapicalhörner nicht an ihren Enden nach innen gebogen, wie beim typischen C. arcuatum, sondern nach aussen, wie C. flagelliferum Cleve.

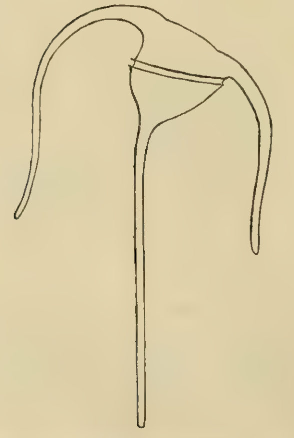


Fig. 30. Ceratium Okamurai nov. spec. 160/1 Ostchin. See. Nr. XXVIII.

C. aequatoriale nov. spec.

Zellkörper kräftig; Apicalhorn gerade, doppelt solang als der Zellkörper, glatt; Antapicalhörner erst schräg anta-

pical ausgehend und dann apical umgebogen, mehr oder weniger leicht einwärts gekrümmt, 5—6 mal solang als der Zellkörper, Enden in mässigem Abstande von einander; Flügelleisten der Antapicalhörner mit Dörnchen bewaffnet. Fig. 32.

C. aequatoriale steht C. volans am nächsten, weicht aber namentlich durch die geringe Entfernung der Enden der Antapicalhörner von diesem ab, durch die es sich C. macroceras ungemein nähert.

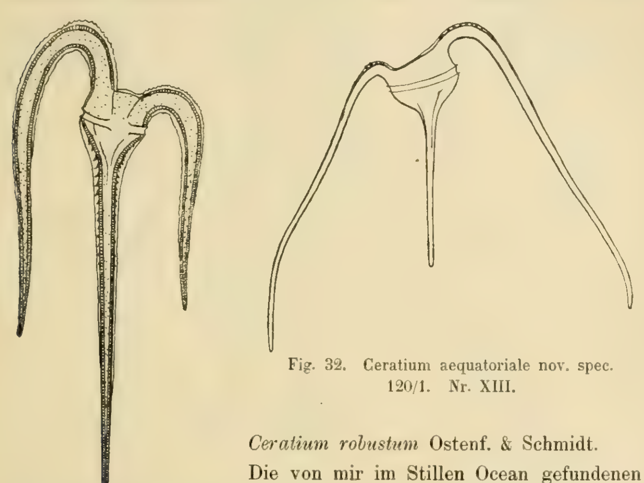


Fig. 32. Ceratium aequatoriale nov. spec. 120/1. Nr. XIII.

Fig. 31. Ceratium robustum Ostenf. & Schmidt forma. 160/1. 140° Pacific. Nr. XXXII.

Ceratium robustum Ostenf. & Schmidt.

Die von mir im Stillen Ocean gefundenen Formen weichen von derjenigen Form, die Ostenfeld & Schmidt (in: Vidensk. Meddel. f. naturh. Foren. i. Kbhvn. 1901, pag. 166, fig. 17), aus dem Roten Meere abbilden, in mancher Beziehung etwas ab. Die Zelle ist bei meinen Formen schmaler und schlanker, die Antapicalhörner gehen dem Apicalhorn mehr parallel und sind etwas nach aussen zu geschweift gebogen. Ihre Dicke nimmt nach den Enden zu ab, an denen sie stumpf zugespitzt sind. Das Apicalhorn ist an seinem proximalen Teile stark bestachelt. Die Flügelleisten sind jedoch nicht so stark ausgebildet, als dies Ostenfeld & Schmidt zeichnen. Fig. 31.

Ceratium japonicum nov. spec.

Zelle und Hörner robust, mit oder ohne Flügelleisten; Apicalhorn gerade, sehr verlängert, 6—14 mal so lang als die Zelle, nach dem Ende zu verschmälert, abgestutzt. Das eine Antapicalhorn in der Richtung der Verlängerung des Apicalhorns gebogen und darauf

parallel mit ihm verlaufend; das andere Antapicalhorn entweder parallel, oder vom Apicalhorn weg-, oder ihm zugeneigt; Enden der Antapicalhörner abgerundet oder zugespitzt. Fig. 33 a, b und c.

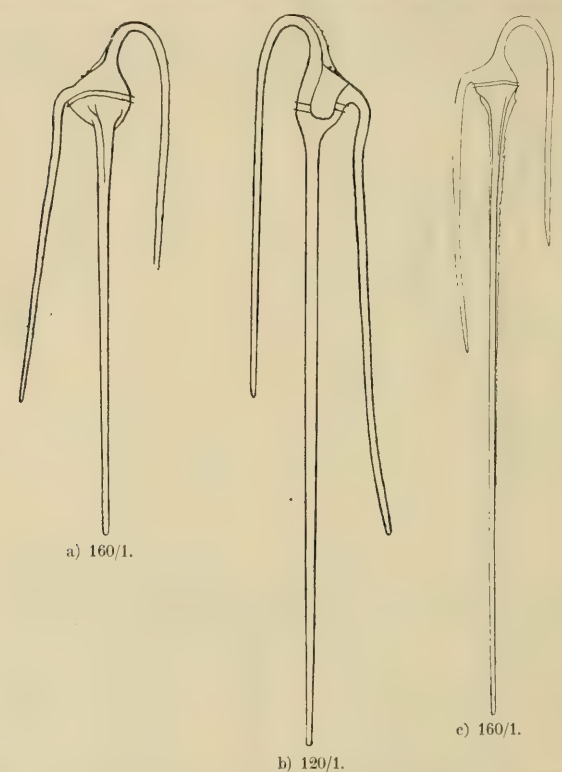


Fig. 33 a, b und c. Ceratium japonicum nov. spec. Ostchinasee. Nr. XXVIII.

Ceratium inflexum (Gourret) nob.

Im Indischen Ocean fand ich Formen von C. inflexum, deren Antapex im Gegensatz zu dem Gourretschen Typus etwas gewölbt ist. Das einfach gebogene Antapicalhorn ist auf das Apicalhorn convergierend zugebogen, während es beim Typus mit ihm annähernd parallel geht. Diese Form bildet eine Mittelform zwischen dem typischen C. inflexum Gourr. und C. arcuatum Gourr.

Ceratium volans Cleve.

Aus dem Indischen Ocean beobachtete ich eine Form von Ceratium volans, dessen Habitus im allgemeinen mit demjenigen des Typus übereinstimmt, dessen Antapicalhörner aber einen abweichenden Verlauf nehmen, indem dieselben nicht gerade, sondern in mehreren Kurven gebogen sind. Leider lässt sich an der Cleveschen Originalabbildung (Sv. Vet.-Akad. Handl., Bd. 34, Nr. 1, pag. 15, tab. 7, fig. 4), der ganze Verlauf der Apicalhörner nicht erkennen, da dieselben nur in ihrem Anfangsteil gezeichnet sind und die Diagnose keine genügende Auskunft über dieselben in dieser Beziehung gibt. Auch stimmt der

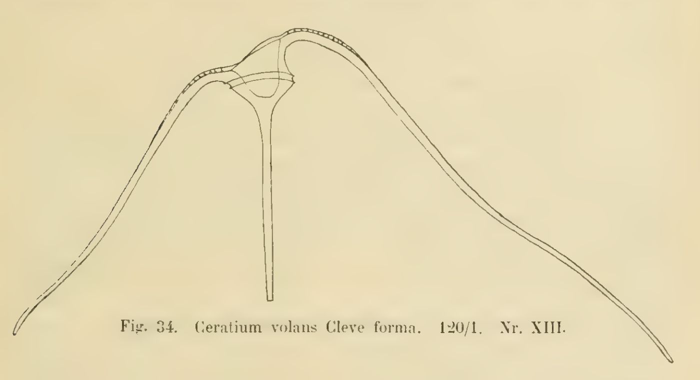


Fig. 34. Ceratium volans Cleve forma. 120/1. Nr. XIII.

Abstand des einen Antapicalhornes mit dem Apicalhorn im rechten Winkel, wie Cleve angibt, nicht bei allen Formen, was schon Ostenfeld & Schmidt (Vidensk. Meddels. f. natur. Foren. Kbhvn. 1901, pag. 168) hervorheben und durch Zeichnung veranschaulichen. Wahrscheinlich ist der Formenkreis von C. volans Cleve ein weitaus grösserer, als sich nach dem Stande unserer jetzigen Kenntnis überblicken lässt. Fig. 34.

Ceratium ceylanicum nov. spec.

Zelle schmal; Hörner dünn; Apicalhorn gerade, 4 mal so lang als die Zelle; Antapicalhörner sehr verlängert (8—10 mal so lang als die Zelle) und weit ausgebreitet; rechtes Antapicalhorn länger als das linke, mit dem Apicalhorn einen rechten Winkel bildend, erst antapical gebogen, dann ein Stück gerade und darauf wieder leicht auf das Apicalhorn zugebogen; linkes Antapicalhorn in einem spitzen

Winkel (60°) zum Apicalhorn, anfangs gerade und gegen das Ende vom Apicalhorn weggebogen. Fig. 35.



Fig. 35. Ceratium ceylanicum nov. spec. 60/1. Nr. XIII.

C. ceylanicum ist mit C. patentissimum Ostenf. & Schmidt verwandt durch die schmale Gestalt der Zelle und die schmalen, langen Hörner, ebenso dadurch, dass das rechte Antapicalhorn bei beiden im rechten Winkel zum Apicalhorn steht. Es unterscheidet sich aber deutlich durch den Verlauf der Antapicalhörner, wodurch bei ihm auch die Enden derselben sehr viel weiter auseinander zu liegen kommen.

Ob übrigens C. patentissimum Ostenf. & Schmidt (Vidensk. Meddels. f. d. naturh. Foren. Kbhvn. 1901, pag. 168, Fig. 22) mit der Abbildung bei Chun, (Tiefen des Weltmeeres. Jena 1900) identisch ist, muss ich bezweifeln. Die Richtung der Antapicalhörner zur Zelle ist eine nahezu rechtwinklige und das Apicalhorn ist gekrümmt. Beide Momente sind bei C. patentissimum nicht zutreffend.

Ceratium elegans nov. spec.

Zelle schmal; Hörner dünn; Apicalhorn gerade, 4—6 mal so lang als die Zelle; Antapicalhörner 6—8 mal so lang als die Zelle, beide von fast gleicher Länge, weit ausgebreitet, das eine 90°, das andere 70° vom Apicalhorn abstehend, beide an den Enden vom Apicalhorn in flachem Bogen hinweggekrümmt. Fig. 36. Mit dem vorigen verwandt.

Ceratium Hundhauseni nov. spec.

Zelle eben solang als breit; Hörner dünn, Apicalhorn gerade, 6—8 mal so lang als die Zelle; Antapicalhörner verschieden lang,

das eine 8—10, das andere gewöhnlich 9—11 mal so lang als die Zelle, beide in nahezu gleichem Winkel zum Apicalhorn stehend und mit den Enden von demselben in weitem Bogen abgewendet. Fig. 37.

Eine ähnliche Form, C. buceros, führt Zacharias (Archiv für Hydrobiol., Bd. 1, pag. 551, fig. 15) an.

Ceratium palmatum Schröder.

Schütt bildet (Pflanzenleben der Hochsee, pag. 31, fig. 23, 8 a und b) ohne Namen zwei Ceratiumformen ab, von denen ich 8 b als zu C. palmatum gehörig bezeichne, da sich an den Enden der Antapicalhörner eine handförmige Spreite befindet, die sich fächerpalmenartig zerteilt. Lemmermann nannte (Abh. d. Nat. Ver. Bremen, Bd. 16, Heft 2, pag. 346) die eine Form (8 a) Schütts C. tripos var. furcellatum. Die andere Form Schütts (8 b) bezeichnete Lemmermann als C. tripos var. digitatum. Die Bezeichnung „digitatum" passt aber für Fig. 8 b bei Schütt nicht, denn Schütt hatte bereits in den Ergebn. d. Planktonexpedition, Bd. 4, tab. 12, fig. 42, schon 1895 eine gute Species C. digitatum neu aufgestellt. Aus diesen Gründen empfiehlt es sich, die Lemmermannsche Benennung der Fig. 8 b bei Schütt l. c. einzuziehen. Eine verwandte Form (siehe auch Zacharias in: Archiv f. Hydrobiol., Bd. 1, pag. 553, fig. 16). Ebenso erübrigt sich C. ranipes Cleve (Sv. Vet.-Akad. Handl., Bd. 34, Nr. 1, pag. 15, tab. 7, fig. 1), da diese Form mit der meinen, wie mir auch Cleve schriftlich mitteilte, identisch ist und ich die Priorität beanspruchen darf. C. ranipes Cleve bei Okamura und Nishikawa (Annotat. Zool. Japon. Vol. 5, Part. 3,

Fig. 36. C. elegans nov. spec. 80/1. Nr. XIII.

pag. 124, fig. 12) ist ebenfalls C. palmatum. Die Antapicalhörner

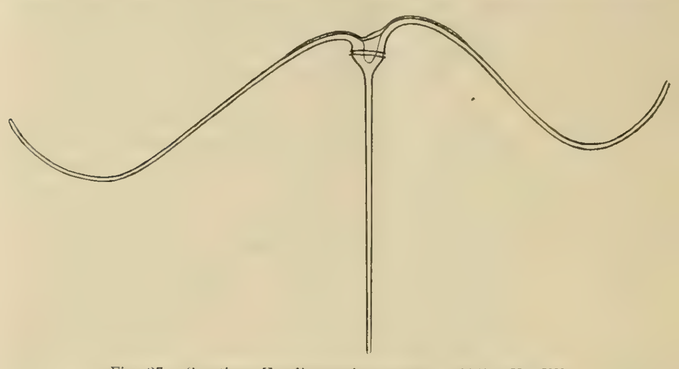


Fig. 37. Ceratium Hundhauseni nov. spec. 60/1. Nr. XV.

dieser Form aus der Japansee sind länger als bei der von mir daselbst beobachteten, sie divergieren und sind nur wenig zerteilt. Die von mir nebenstehend gezeichnete Form erinnert lebhaft an meine Formen aus dem Golfe von Neapel mit ihren parallelen, zahlreich zerteilten Antapicalhörnern, nur zeigt sich das Apicalhorn ähnlich wie bei Okamura und Nishikawa l. c. in einer schwachen Doppelkurve gebogen, während es bei den Formen aus Neapel ganz gerade ist. Fig. 38.

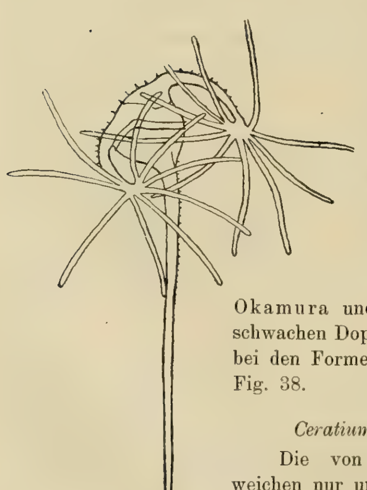


Fig. 38. Ceratium palmatum Schröder. 160/1 Enoshima. Nr. XXIX.

Ceratium reflexum Cleve forma.

Die von mir beobachteten Formen weichen nur unwesentlich durch Vorhandensein einer Flügelleiste zwischen den Antapicalhörnern vom Cleveschen Typus (in: Sv. Vet.-Akad. Handl., Bd. 34, Nr. 1, pag. 15, tab. 7, fig. 8 und 9) ab, höchstens noch durch die Bestachelung des Apical-

hornes, die aber bei einigen der von mir gesehenen Formen fehlte. Fig. 39.

Ceratium recurvatum nov. spec.

Zellen schmal; Hörner alle von fast gleicher Länge und an den Enden stumpf gespitzt; Apicalhorn gerade; linkes Antapicalhorn erst gebogen, dann gerade und mit dem Apicalhorn parallel laufend; rechtes Antapicalhorn über das linke hinweggebogen, Ende ebenfalls mehr oder minder gerade. Fig. 40.

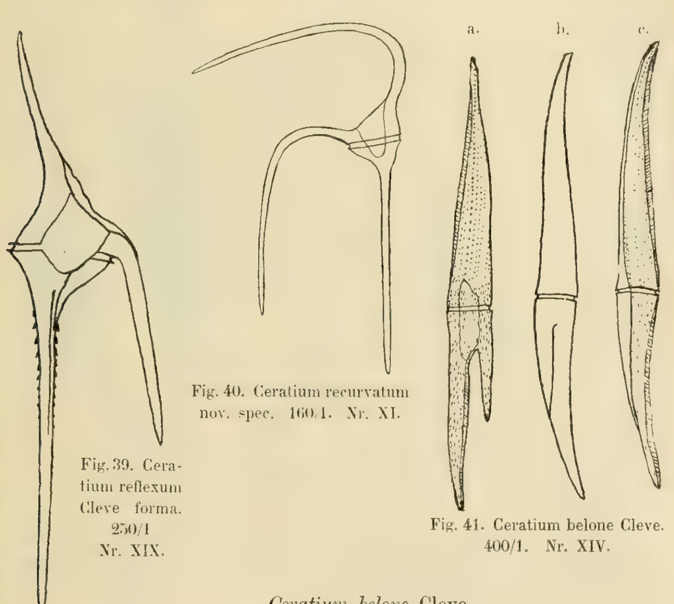


Fig. 39. Ceratium reflexum Cleve forma. 250/1 Nr. XIX.

Fig. 40. Ceratium recurvatum nov. spec. 160/1. Nr. XI.

Fig. 41. Ceratium belone Cleve. 400/1. Nr. XIV.

Ceratium belone Cleve.

C. belone ist von Cleve (Sv. Vet.-Akad. Handl., Bd. 34, Nr. 1, tab. 7, fig. 13) etwas schematisch gezeichnet. Natürlicher ist die Zeichnung, die Okamura und Nishikawa (Annotat. Zool. Japon. Vol. V, Part. 3, 1904, tab. 6, fig. 16) geben, auf der die eigentümliche Verdickung der Membran an gewissen Teilen angedeutet ist. Ich bemerkte ausserdem reihenartig angeordnete Poren und porenfreie Teile. Die Poren des Apicalhornes erschienen mir mehr rundlich, die der Antapicalhörner in der Zelle dagegen gestrichelt. Fig. 41.

Ceratium pacificum nov. spec.

Zellen spindelförmig-zylindrisch, 25—30 mal so lang als breit; Apicalhorn gerade, am Grunde erst verbreitert, dann schmäler werdend und breit abgestutzt, 15—16 mal so lang als breit; Antapicalhörner gerade, parallel gerichtet, das grössere 3 mal so lang als das kleinere und von doppelter Dicke des letzteren, beide zugespitzt. Membran

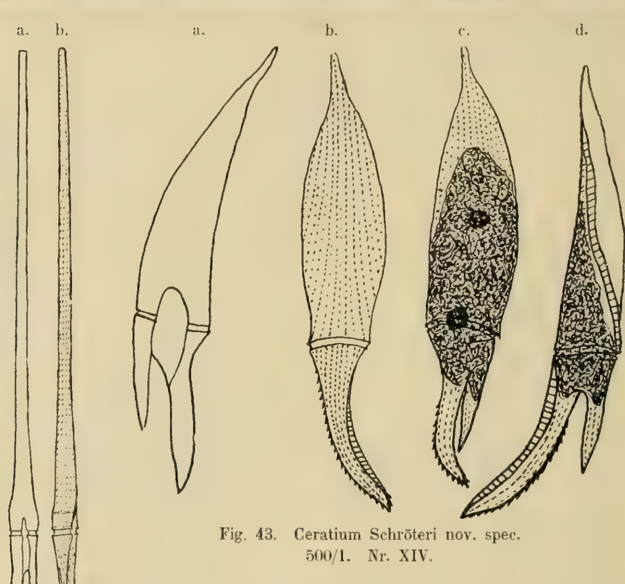


Fig. 43. Ceratium Schröteri nov. spec. 500/1. Nr. XIV.

Fig. 42. Ceratium pacificum nov. spec. 160/1 Pacif. Nr. XXXI.

dünn, mit reihenweis angeordneten Poren versehen. Apicalhorn am Grunde eine porenfreie Zone; Poren des Apicalhornes schief-, der Antapicalhörner längsgestrichelt. Fig. 42.

C. pacificum steht dem C. furca (Ehrb.) Clap. & Lachm. nahe, unterscheidet sich aber durch die schmale Gestalt und die Länge der Hörner.

Ceratium Schröteri nov. spec.

Zellen zylindrisch, in verschiedenen Ebenen gekrümmt, ungefähr 6 mal so lang als breit; Apicalhorn in der Vorderansicht (Fig. 43 a) nach dem Ende zu allmählich schief verschmälert und zuletzt in eine stumpflich abgerundete Spitze aus-

gezogen; in der Seitenansicht (Fig. 43 b) vom Grunde aus nach der Mitte zu lanzettlich verbreitert, dann wieder verschmälert und sonst wie die Vorderansicht; Antapicalhörner halb so lang als das Apicalhorn, in der Vorderansicht mehr oder weniger gerade, das linke halb so lang und breit als das rechte, beide scharf zugespitzt, Abstand beider gleich der Dicke des rechten Antapicalhornes, in der Seitenansicht das lange Apicalhorn gekrümmt und bestachelt, das kurze Antapicalhorn dagegen fast gerade und glatt. Zellmembran teilweise verdickt und mit reihenartig angeordneten strichelförmigen Poren versehen. Fig. 43.

C. Schröteri könnte im System zwischen C. furca (Ehrb.) Clap. & Lachm. und C. digitatum Schütt (Ergeb. d. Plankton-Exped. Bd. 4, tab. XII, fig. 42) gestellt werden; auch hat es Aehnlichkeit mit einer von Schütt (Pflanzenleben der Hochsee, pag. 31, fig. 23, 10 b) abgebildeten Form.

Ceratium gravidum var. hydrocephala nov. var.

Zelle platt, ungefähr ebenso lang als breit; Apicalhorn unregelmässig ellipsoidisch verbreitert, $1^1/_2$ mal so breit als lang; Antapicalhörner divergierend, spitz, rechtes doppelt so lang als das linke. Fig. 44.

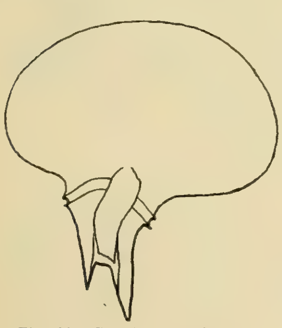


Fig. 44. Ceratium gravidum var. hydrocephala nov. var. 250/1. Nr. XIX.

Die neue var. hydrocephala steht der var. cephalota Lemmerm. (Abh. Nat. Ver. Bremen, Bd. XVI, Heft 2, pag. 349, tab. 1, fig. 16) sehr nahe und stimmt auch in der Grösse im allgemeinen mit ihr überein. Der Zellkörper ist jedoch bei ersterer viel kürzer und breiter, als bei letzterer.

Dinophysis miles Cleve.

D. miles fand ich in reichlichster Entwickelung in der Bankastrasse in der Probe vom 18./19. Januar 1899. Darunter kamen auch hin und wieder kolonienartige Verbände von 2—8 Individuen vor, wie sie ähnlich bereits Frau Weber van Bosse (Annal. d. Jard. Bot. d. Buitenzorg. 2 sér. vol. II, pag. 140, tab. 17, fig. 3 und 4) beobachtet hatte. Cleve weist (Oefv. Sv. Vet.-Akad. Förhandl. Nr. 9, pag. 1031, fig. 1 a und b) durch eine Doppelabbildung darauf hin, dass die Körperfortsätze der Hinterschale je nach dem Orte des Vorkommens verschieden

gestaltet und gerichtet sind und auch verschiedene Länge haben. . In Fig. 1 b stellt er eine Form aus dem Malayischen Archipel dar, bei der der dorsale Fortsatz mit dem ventralen ungefähr einen Winkel von 82° bildet. Ersterer ist auch etwas länger als letzterer. Beide sind schmal und schlank. Ostenfeld & Schmidt bezeichnen die Form als forma indica (Vidensk. Meddels. f. naturh. Foren. Kbhvn. 1901, pag. 170). In seiner Fig. 1 a zeichnet Cleve eine andere Form, die von Ostenfeld & Schmidt (l. c.) als forma Maris Rubri benannt wird. Sie ist gegen die vorige von mehr gedrungener und kleinerer Gestalt. die Fortsätze der Hinterhälfte sind kürzer und breiter, der Abweichungswinkel nahezu der gleiche. Der dorsale Fortsatz ist bei forma indica erst am Ende leicht umgebogen, sonst gerade, dagegen ist derselbe bei forma Maris rubri gleich von Anfang schwach gebogen. Die Form, die Forti aus dem Meere bei Saigon abbildet (Ber. d. Deutsch. Bot. Gesellsch., Bd. 19, pag. 6, fig. I. II.), ebenso diejenigen Formen, die ich in der Bankastrasse, im Chinesischen Meere und den japanischen Gewässern fand, gehören sämtliche zu forma indica. Ausserdem sah ich zweimal Formen von D. miles in Proben aus dem Jonischen Meere. Ich möchte sie wegen ihrer kurzen und dicken Fortsätze als forma Maris jonii bezeichnen. Der dorsale Fortsatz war noch mehr als bei der Cleveschen Abbildung auf den ventralen zu gekrümmt, so dass der Abstand der beiden sich gegen denjenigen der forma Maris rubri bei Cleve bedeutend verringert. Eine Form aus dem Indischen Ocean südlich von Ceylon, die ich noch zur forma indica rechne, bildet gleichsam den Uebergang zwischen den beiden Formen von Ostenfeld. & Schmidt.

Dinophysis Pavillardi nov. spec.

In den Proben aus der Adria sah ich mehrfach die von Pavillard zuerst beobachtete Form von Dinophysis, die als Dinophysis acuminata Clapar. & Lachm. forma reniformis Pavillard, in: Flore pélag. de l'étang de Thau, pag. 59, tab. 3, fig. 10, bezeichnet wird. Dieselbe dürfte eine durch ihre längliche und nierenförmige Gestalt gut charakterisierte Art sein, die zu Ehren ihres Entdeckers benannt sein mag.

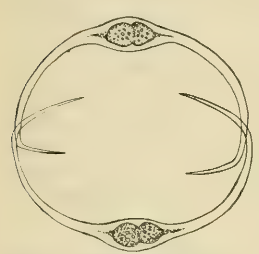
Dinophysis acuta Ehrb.

D. acuta Ehrb. hatte ich früher (Mitt. a. d. Zool. Station Neapel, Bd. 14, pag. 20), als von Dadey im Golfe von Neapel gefunden, angegeben. Ich selbst habe sie dort im Sommer 1898 nicht beobachtet. Cleve meint (Seasonal distrib. of Atlant. Plankt. Org. 1901, pag. 239), dass das Vorkommen daselbst sehr zweifelhaft („very strange") sei. Demgegenüber betont aber Pavillard (Flore

pélagique de l'étang de Thau pag. 59), dass sich D. acuta Ehrb. wirklich im westlichen Mittelmeer findet, da er sie auch in dem von ihm untersuchten Meeresteile vom Januar bis März allerdings immer als sehr selten vorkommend konstatierte.

Amphisolenia bidentata Schröder.

Von Cleve wird (Arkiv för Zoologie, Band 1, pag. 339, 1903) meine Amphisolenia bidentata zu A. globifera Stein gezogen, doch mit Unrecht. Es ist ihm dabei ein Versehen unterlaufen; eigentlich hat er wohl meine Art mit A. palmata vereinigen wollen, denn A. globifera ist unten kugelig, A. palmata trägt unten drei Stacheln, A. bidentata deren zwei. Nun hat aber Stein (Organism. d. Infus III. 1, tab. 21) die Fig. 15, die zu A. palmata gehört und das Fusstück darstellt, nicht rechts unten neben diese, sondern links oben neben A. globifera gezeichnet, sodass ein nur flüchtiger Blick verleiten kann, diese Figur zu letztern zu rechnen. Ich halte A. bidentata durch die 2 Stacheln und die schmalen langen Zellen gut von A. palmata unterschieden. Auch Ostenfeld & Schmidt haben später meine Art als eine selbständige aufgeführt (siehe: Vidensk. Meddels. f. d. naturh. Foren. Kbhvn. 1901, pag. 162, und: Botanisk Tidsskrift Vol. 24, 1901, pag. 138).



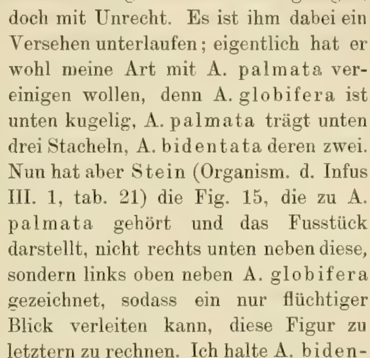


Fig. 45. Pyrocystis hamulus var. semicircularis. 120/1 Enoshima. Nr. XXIX.

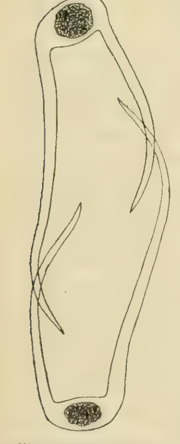


Fig. 46. Pyrocystis hamulus var. inaequalis. 120/1. Nr. XV.

Pyrocysteen.

Pyrocystis hamulus Cleve var. semicircularis nov. var.

Zellen halbkreisförmig gebogen, Enden umgeknickt und mit den Spitzen auf einander zugerichtet. Fig. 45.

Pyrocystis hamulus var. inaequalis nov. var.

Hörner im Winkel von der Zelle abstehend, mehrfach gebogen, ungleich lang, scharf zugespitzt. Fig. 46.

III. Zusammenfassung.[1])

Die Florenreiche der Hochsee lassen sich auf Grund ihrer Flora im allgemeinen unschwer in zwei Gebiete trennen, nämlich in das Kaltwasser- und das Warmwassergebiet. Beide gehen durch Grenzgebiete in einander über. Das Phytoplankton des Nördlichen Eismeeres und das der kälteren Teile des Atlantischen Ozeans war wiederholt Gegenstand hydrobiologischer Untersuchungen und Erörterungen, die uns eine eingehendere Kenntnis des Floracharakters dieser kalten Gewässer vermittelten. Dagegen ist über die Eigenart der Flora des Phytoplanktons subtropischer und tropischer Meere nur wenig bekannt. Über das Warmwassergebiet des Atlantik hat Schütt (1), und über das westliche Mittelmeer haben Pavillard (2) und der Verfasser (3) Angaben gemacht. Seitdem sind eine Anzahl spezieller systematischer Arbeiten über Schwebepflanzen des Warmwassergebietes erschienen, besonders von Cleve (4), Ostenfeld und Schmidt (5—8), Lemmermann (9), Okamura und Nishikawa (10 und 11) und anderen.

Unter Berücksichtigung der Angaben der genannten Autoren über Schwebepflanzen des Warmwassergebietes und an der Hand der Ergebnisse meiner eigenen Beobachtungen will ich versuchen, einen kleinen Beitrag zur Charakteristik des Phytoplanktons warmer Meere zu geben, der allerdings nach Lage der Dinge zurzeit noch manche Lücken aufweist.

Das Phytoplankton des Warmwassergebietes muss als vorwiegend polymiktes Plankton bezeichnet werden, denn es weist fast ausschliesslich viele Arten auf,[2]) von denen aber meist nur wenige Individuen vorhanden sind, so dass man nur in gewissen Fällen von dem Dominieren einer Art oder von dem massenhaften Vorkommen mehrerer Arten sprechen kann. Wie gross mitunter die Artenzahl innerhalb einer Florenprovinz ist, geht am besten aus meinen Proben aus dem Indischen Ozean hervor, welche sich aus 118 Arten zusammensetzen, während sich die japanischen Gewässer mit sogar 147 Arten noch reicher erwiesen. Dabei ist es auffallend, dass in diesen Proben entweder die Peridiniaceen vorherrschen und die Bacillariaceen gegen sie weit zurücktreten oder umgekehrt; niemals fand ich beide in einigermassen gleicher Artenanzahl. Die Pyrocysteen, Schizophyceen und Halosphaereen traten in den zur Durchsicht gelangten Proben immer nur ganz vereinzelt auf, oder sie fehlten gänzlich.

[1]) Zugleich mit geringen Abänderungen abgedruckt in den Berichten der Deutschen Botanischen Gesellschaft, Jahrgang 1906, Band XXIV, pag. 260.

[2]) Siehe: Karsten, G., Über das Phytoplankton der Deutschen Tiefsee-Expedition, in: Archiv f. Hydrobiologie und Planktonkunde, Bd. 1, pag. 383, 1906.

Von den Fällen eines massenhaften Vorkommens von Arten im Warmwassergebiete seien folgende erwähnt. Schütt (10, S. 96) und ich (l. c. 3, S. 34) haben bereits früher das reichliche Auftreten von *Chaetoceras Schütti* Cleve (syn. *Ch. angulatum* Schütt) in den Herbstmonaten im Golfe von Neapel festgestellt. Das Dominieren von *Chaetoceras curvisetum* Cleve im *l'étang de Thau* beschreibt Pavillard (2, S. 41). In der nördlichen Adria bei Triest wies schon 1872 Syrski (9) auf von ihm gefundene schleimige Diatomaceenmassen („masse glutinose") hin, ohne indessen die Art der betreffenden Bacillariacee genauer anzugeben. Ebenso fanden Cori und Steuer (10) im Winter 1899/1900, dass *Chaetoceras* im Golf von Triest eine „flockige, dickliche, gelbe Masse" bildete, die von den Marinaris als „limonata" bezeichnet wurde. Ein ähnliches massenhaftes Vorkommen von *Ceratium volans* Cleve und anderen Ceratien bemerkte ich im Indischen Ozean. Ich schrieb seinerzeit an Hundhausen, der dort gefischt hatte, dass seine Proben (namentlich die vom 1.—4. November 1901) reich an Ceratien seien, worauf er mir brieflich mitteilte, dies sei im Indischen Ozean „nach den grossen, braunpurpurigen Flecken, mit denen die Oberfläche seines schwarzblauen Wassers ununterbrochen bedeckt war, zu erwarten", wiesen doch auch die in Formol fixierten diesbezüglichen Planktonproben Hundhausens eine dunkelbraune Farbe auf. Weitere Angaben über massenhaftes Vorkommen von Peridiniaceen (Gonyaulax, Peridinium sanguineum, Glenodinium u. a., die die Farbe des Seewassers abnorm verändern, finden sich bei Nishikawa (10).

Durch diese Tatsachen ist der Nachweis gegeben, dass auch im Warmwassergebiete zu gewissen Zeiten ausnahmsweise ein monotones Plankton von Bacillariaceen oder von Peridiniaceen auftreten kann. Von Schizophyceen, z. B. von *Trichodesmium erythraeum* (Ehrb.) Gomont, ist dies aus dem Roten Meere (Schütt 1, S. 63) und durch Cleve aus dem Atlantischen Ozean vom 28° s. Br. und 42° w. L. (Cleve 4d, S. 367) sowie aus dem Indischen Ozean (Cleve 4c, S. 12) nachgewiesen, ebenso von der Chlorophycee *Halosphaera viridis* Schmitz durch Falkenberg (13).

Als häufige und teilweise charakteristische Pflanzen des Warmwasserplanktons sind zu nennen:

a) aus dem **warmen atlantischen Ocean und dem Mittelmeer** z. B. *Bacteriastrum varians* Lauder, *Chaetoceras coarctatum* Lauder, *Ch. diversum* Cleve, *Ch. furca* Cleve, *Ch. longicrure* Ostenf., *Ch. Lorenzianum* Grun., *Ch. peruvianum* Btw., *Climacodium Frauenfeldi* Grun., *Coscinodiscus gigas* Ehrb., *Hemiaulus Hauckii* Grun., *Planktoniella* Sol. (Wall.) Schütt, *Rhizosolenia imbricata* var. *Shrubsoli* (Cleve) Schröder, *Rh. robusta*

Normann, *Rh. Stolterfothi* Perag., *Thalassiothrix Frauenfeldi* (Grun.) Cleve und Grun., *Ceratium arcuatum* Gourr., *C. candelabrum* (Ehrb.) Stein, *C. contortum* (Gourr.) Cleve, *C. curvicorne* (Dadey) Cleve, *C. flagelliferum* Cleve, *C. gracile* Pavillard, *C. volans* Cleve, *Dinophysis homunculus* Stein, *Pyrophacus horologicum* Stein.

b) aus dem **indo-malayischen** Meere z. B. *Biddulphia chinensis* Grev., *B. mobilensis* Bail., *Chaetoceras diversum* Cleve, *Ch. laeve* Leud.-Fortmor., *Ch. Lorenzianum* Grun., *Ch. Schütti* Cleve, *Ditylium Pernodi* Schröder, *D. Sol* Van Heurck, *Stephanopyxis turris* (Grev.) Ralfs, *Thalassiosira monile* Cleve, *Thalassiothrix nitzschioides* Grun., *Amphisolenia bidentata* Schröder, *Ceratium volans* Cleve, *C. vultur* Cleve, *Dinophysis miles* Cleve.

c) aus dem **westlichen pacifischen Ocean** (Süd- und Ostchinesisches Meer und Japanisches Meer), z. B. *Chaetoceras compressum* Lauder, *Ch. denticulatum* Lauder, *Ch. furca* var. *macroceras* Schröder, *Ch. Lorenzianum* Grun., *Ditylium Sol* Van Heurck, *Eucampia zodiacus* forma, *Hemiaulus chinensis* Grev., *Rhizosolenia alata* var. *cochlea* (Brun) Ostenf. et var. *indica* (H. Perag.) Ostenf., *Rh. crassispina* Schröder, *Rh. styliformis* var. *latissima* Btw., *Stephanopyxis Palmeriana* (Grev.) Grun., *Ceratium filiforme* (Okam.) Schröder.

Bemerkenswert ist ausserdem, dass manche Arten, die auch im Kaltwassergebiete vorzukommen pflegen, im warmen Wasser gewisse Abweichungen zeigen, die sie als Warmwasserformen charakterisieren. *Eucampia zodiacus* Ehrb. und *Climacodium Frauenfeldianum* Grun. weichen in wärmeren Meeren dadurch vom Kaltwassertypus ab, dass ihre Zellen weit grösser werden und viel weitere Fensterchen bekommen. Ein ähnliches luxurierendes Wachstum weisen einzelne *Rhizosolenia*-Arten auf. Die oben aus dem pacifischen Ocean genannten *Chaetoceras furca* Cleve und *Ch. diversum* Cleve bilden im Warmwassergebiete nicht nur ein Paar starke Stacheln an der Kette, sondern deren mehrere Paare. Schärfer noch tritt das luxurierende Wachstum der Warmwasserformen bei den Peridiniaceen auf, besonders bei der Gattung *Ceratium*. Eine Form mit sehr weit ausgebreiteten Hörnern wird bei Chun (14, S. 71 Fig. *a)* abgebildet; eine derselben nahe verwandte Form beschreiben Ostenfeld und Schmidt als *Ceratium patentissimum* aus dem Roten Meere (5, S. 169). Andere ebenfalls verwandte Formen aus dem Indischen Ocean sind die von mir gefundenen: *Ceratium elegans*, *C. Hundhauseni* und *C. ceylanicum* mit abnorm langen Antapicalhörnern. Ungewöhnlich verlängerte Apicalhörner zeigen *C. japonicum* Schröder und *C. pacificum* Schröder. Auch *Ceratium volans* Cleve bringt es mitunter zu recht erheblich verlängerten Hörnern, je wärmer das Wasser wird; das

gleiche gilt von *C. extensum* (Gourr.) Schröder. Hinsichtlich weiterer Warmwasserformen der Gattung *Ceratium* möchte ich auf meine demnächst erscheinende ausführlichere Arbeit über dieses Gebiet verweisen. Die wunderbarsten luxurierenden Peridiniaceen sind jedenfalls die gänzlich dem Warmwassergebiete angehörenden Arten *Amphisolenia*, *Ornithocercus* und *Histoneïs*, von der *Histoneïs Dolon* Murr. et Whitt. am kompliziertesten ist.

IV. Literaturnachweis für die Zusammenfassung.

1. Schütt, F., Das Pflanzenleben der Hochsee. Leipzig und Kiel 1893.
2. Pavillard, J., Recherches sur la flore pélagique de l'étang de Thau. Montpellier 1905.
3. Schröder, B., Das Phytoplankton des Golfes von Neapel, in: Mitt. d. zool. Station Neapel, Bd. 14, Leipzig 1900.
4. Cleve, P. T., Plankton from the Southern Atlantik and the Southern Indian Ocean, in: Öfv. K. Sv. Vet.-Akad. Förhandl. 1900, Nr. 8. Stockholm 1900; b) Plankton from the Red Sea, in: Ebenda Nr. 9; c) Plankton from the Indian Ocean and the Malay Archipelago, in: K. Sv. Vet.-Akad Handl. Bd. 35, Nr. 5. Stockholm 1901; d) Seasonal distribution of atlant. plankton organisms. Göteborg 1901; e) Derselbe, Additional notes, Göteborg 1902; f) Report on Plankton coll. b. Mr. Thorild Wulff during a voyage to and from Bombay, in: Arkiv för Zoologi utgif. af K. Sv. Vet.-Akad. Bd. I, Stockholm 1903.
5. Ostenfeld, C., Lidt tropiskt og subtropiskt Phytoplankton fra Atlanterhavet, in: Vidensk. Meddels. fra d. naturh. Foren. i. Kjöbenhavn. 1899.
6. Ostenfeld, C. und Schmidt, J., Plankton fra det Röde Hav og Adenbugten, in: Ebenda, 1901.
7. Schmidt, J., Peridinales. Flora of Koh Chang. Part IV, in: Bot. Tidsskrift, Vol. 24, Copenhagen 1901.
8. Ostenfeld, C., Marine Plankton Diatoms. Flora of Koh Chang. Part VII, in: Ebenda, Vol. 25. 1902.
9. Lemmermann, E., Die Algenflora der Sandwichs-Inseln, in: Engler, Bot. Jahrb., Bd. XXXIV, Berlin 1904.
10. Nishikawa, T., Gonyaulax and the discolored water in the Bay of Agu, in: Annotationes Zoologicae Japonenses Vol. IV, Part. 1, pag. 31—34.
11. Okamura, K. and Nishikawa, T., A list of the species of Ceratium in Japan, in: Ebenda, Vol. V, Part 3, 1904.
12. Schütt, F., Analytische Plankton-Studien, Kiel und Leipzig 1892.
13. Syrski, Sulle masse glutinose (Diatomee) oss n. part. settentr. dell' adriatico. Trieste 1872.
14. Cori, J. C., und Steuer, A., Beobachtungen über das Plankton des Triester Golfes in den Jahren 1899 und 1900, in: Zoolog. Anzeiger XXIV, 1901.
15. Falkenberg, P., Die Algenflora des Golfes von Neapel, in: Mitt. d. Zool. Station Neapel, Bd. 1, Leipzig 1879.
16. Chun, C., Aus den Tiefen des Weltmeeres, Jena 1900.

V. Erklärung der Abbildungen.

Sämtliche Figuren sind mit Hilfe eines Abbeschen Zeichenapparates von mir gezeichnet worden.

Fig. 1. *Asteromphalus Schröterianus* nov. spec. a) obere, b) untere Schalenseite, beide in ihrer Zeichnung etwas verschieden. 500/1.

Fig. 2. *Asteromphalus ovatus* nov. spec. 500/1.

Fig. 3. *Corethron pelagicum* Brun. Gürtelansicht. a) Zelle in Teilung mit Chromatophoren in Kern. 250/1. b) Stachel stärker vergrössert. 180/1.

Fig. 4. *Detonula Schröderi* (P. Bergon.) Gran. Auxoporenbildung. 350/1.

Fig. 5. *Rhizosolenia crassispina* nov. spec. a) Aeltere Zelle mit Chromatophoren 180/1, b) junge Zelle gleich nach der Teilung 180/1, c) Endstachel stärker vergrössert 500/1.

Fig. 6. *Rhizosolenia styliformis* var. *latissima* Btw. a) Ganze Zelle mit Chromatophoren und Kern, 180/1, b) Membran mit Zwischenbändern, 180/1.

Fig. 7. *Rhizosolenia calcar-avis* Schultze. a) Schmälere, b) breitere Form. 250/1.

Fig. 8. *Rhizosolenia imbricata* Btw. Zelle mit Chromatophoren. 360/1.

Fig. 9. *Rhizosolenia alata* var. *indica* (H. Perag.) Ostenf. 180/1.

Fig. 10. *Bacteriastrum hyalinum* Lauder. 250/1. Mit Gallerthülle.

Fig. 11. *Bacteriastrum varians* var. *hispida* nob. 330/1. Ende einer Stachelkette, von den feinen Gabelstacheln sind nur zwei gezeichnet.

Fig. 12. *Chaetoceras neapolitanum* Schröder. Zellen mit Zentralstachel. 360/1.

Fig. 13. *Chaetoceras polygonum* Schütt forma 500/1.

Fig. 14. *Chaetoceras denticulatum* Lauder. a) schmale Form mit Chromatophoren. 360/1, b) breitere Form. 360/1.

Fig. 15. *Chaetoceras furca* var. *macroceras* nov. var. F. 330/1.

Fig. 16. *Chaetoceras Ralfsi* Cleve. Zellen mit Chromatophoren. 330/1.

Fig. 17. *Schmidtiella elongata* nov. spec. a) Gürtelseite, b) Schalenseite, c) von oben gesehen (Sagittalansicht), d) Sagittalansicht im optischen Querschnitt, 360 1.

Fig. 18. *Eucampia zodiacus* Ehrb. Kette mit weiten Fensterchen. 500/1.

Fig. 19. *Climacodium japonicum* nov. spec. a—d. 4 Formen mit verschiedenen grossen Zellen und Fensterchen. Im Zellplasma neben den Chromatophoren verhältnismässig grosse Oelkugeln. a) 330/1, sonst sämtl. 500/1.

Fig. 20. *Climacodium Frauenfeldianum* Grun. a—c. Abweichende Formen nach Länge und Breite der Zellen und Weite der Fensterchen verschieden. Sämtl. 180/1.

Fig. 21. *Biddulphia hyalina* nov. spec. Zellen mit Chromatophoren: Membranstruktur in der Gürtelansicht. 500/1.

Fig. 22. *Ditylium Brightwelli* (West) Grun. a) Zelle in Gürtelansicht mit Membranstruktur, 250/1, b) abnorm schmale Form, 250/1, c) Schalenansicht mit Membranstruktur, 360/1.

Fig. 23. *Ditylium Sol* Van Heurck. a) Gürtel-, b) Schalenansicht, 250/1.

Fig. 24. *Ditylium Pernodi* nov. spec. a) Gürtelansicht, 250/1, b) Schalenansicht 180/1.

Fig. 25. *Ditylium trigonum* nov. spec. a) Gürtelansicht, 250/1, b) Schalenansicht mit Kern und Chromatophoren, 250/1.

Fig. 26. *Triceratium orbiculatum* var. *elongata* Grun. 200/1.

Fig. 27. *Ceratium pulchellum* nov. spec., 180/1.
Fig. 28. *Ceratium subcontortum* nov. spec. a)—c). Drei verschiedene Formen, 160/1.
Fig. 29. *Ceratium saltans* nov. spec., 160/1. a) und b) verschiedene Formen, c) von der Seite gesehen.
Fig. 30. *Ceratium Okamurai* nov. spec., 160/1.
Fig. 31. *Ceratium robustum* Ostenf. & Schmidt Forma, 160/1.
Fig. 32. *Ceratium aequatoriale* nov. spec., 120/1.
Fig. 33. *Ceratium japonicum* nov. spec. a), b) und c) verschiedene Formen, a) und c) 160/1, b) 120/1.
Fig. 34. *Ceratium volans* Cleve. a) und b) verschiedene Formen, 120/1.
Fig. 35. *Ceratium ceylanicum* nov. spec., 60/1.
Fig. 36. *Ceratium elegans* nov. spec., 80/1.
Fig. 37. *Ceratium Hundhauseni* nov. spec., 60/1.
Fig. 38. *Ceratium palmatum* Schröder Forma, 60/1.
Fig. 39. *Ceratium reflexum* Cleve forma, 250/1.
Fig. 40. *Ceratium recurvatum* nov. spec., 160/1.
Fig. 41. *Ceratium belone* Cleve. a) von vorn, b) und c) von den Seiten gesehen. 400/1.
Fig. 42. *Ceratium Schröteri* nov. spec. a)—d) verschiedene Ansichten, 500/1.
Fig. 43. *Ceratium pacificum* nov. spec. a) Vorder-, b) Seitenansicht, 160/1.
Fig. 44. *Ceratium gravidum var. hydrocephala* nov. var., 250/1.
Fig. 45. *Pyrocystis hamulus* var. *semicircularis* nov. var., 120/1.
Fig. 46. *Pyrocystis hamulus* var. *inaequalis* nov. var., 120/1.

Geologische Nachlese.

Von

Albert Heim.

Nr. 16.

Geologische Begutachtung der Greinabahn, Projekt des Herrn Oberingenieur Dr. R. Moser.

(Hiezu Tafel III.)

Der Regierungsrat des Kantons Tessin hatte mich im Sommer 1904 beauftragt, das Projekt Moser der Greinabahn geologisch zu begutachten. Im Dezember 1904 reichte ich mein Gutachten samt Beilagen (Geologische Karte des Bahngebietes in $^1/_{50\,000}$, Profile in gleichem Masstabe) ein. Dasselbe hat fast nur in den Kreisen der Techniker und der Behörden Verbreitung erhalten. Es dürfte aber auch solchen angenehm sein, dasselbe zu kennen, die sich für die Geologie unseres Landes interessieren. Ich habe mich deshalb entschlossen, das Gutachten — teils im Auszug, teils ergänzt — als eine meiner „Nachlesen" erscheinen zu lassen. Wir betrachten zuerst den Greinatunnel, dann die nördliche, dann die südliche Zufahrtslinie.

I. Geologie des Greinatunnels.

a) Gesteine und ihre Lagerung.

Die mittlere, die Hauptwasserscheide in den Alpen tragende Zone, wird von einer Anzahl sogenannter Zentralmassive gebildet. Dies sind Massen aus kristallinischen Schiefern und alten Eruptivgesteinen von im Grundriss elliptischer Gestalt. Ihre Längsaxe streicht in der Regel wie die Alpen, in der Mittelregion also WSW-ENE. Bald zeigen sie durchgreifend steile Plattenstellung und dabei oft Fächerbau (Mont-Blancmassiv, Aiguilles rouges, Aarmassiv, Gotthardmassiv, Silvrettamassiv), bald flachliegende Schichten mit enorm verwickelt liegendem Faltenbau (Simplonmassiv, Adula, Suretta-Splügen etc.). Der Greinatunnel durchsticht den östlichen Teil des Gotthardmassives mit beiderseits anliegenden Muldenzonen jüngerer Gesteine, und ausserdem noch ein kleines nördliches Nebenmassiv. Der Tunneleingang Nordseite ist zwischen Reits und Surrhein bei 900 m Meereshöhe gelegen. Die Tunnelaxe verläuft fast genau N-S. Die Tunnellänge beträgt 20 350 m. Der

Südausgang, abermals 900 m über Meer, liegt gleich hinter Dorf Olivone-Lavorceno.

Das Streichen der sämtlichen vom Tunnel durchstochenen Schichtungen und Schieferungen, d. i. die horizontale Erstreckung der Gesteine und Gesteinsgrenzen, steht quer zum Tunnel. Manchmal bildet die Tunnelrichtung mit dem Gesteinsstreichen einen völlig rechten Winkel, manchmal einen Winkel von 80°, 70°, erst im südlichsten Teil kommen hie und da noch stärkere Abweichungen, Winkel bis 50°, vor. Die Gesteinszonen streichen WSW-ENE.

In dieser Region am Ostende des Gotthardmassivs sehen wir vielfach den Anfang von flacher Überwölbung des kristallinischen Zentralkernes und das allmähliche Untertauchen desselben gegen Osten. Allein schon in den tiefen Taleinschnitten treffen wir durchweg die Gesteine regelmässig streichend und steil gestellt und in der Tiefe des Tunnels werden wir auf durchweg steil gestellte Plattung, Schieferung und Schichtung treffen. Von den Faltenumbiegungen liegen die Gewölbe zum Teil oben in der Gipfelregion (Piz Rentiert, Piz Caziraups, Piz Cavel etc.); die Mulden können im Tunnelniveau noch nicht umbiegen, vielmehr erst viel tiefer, und der Tunnel sticht durch die steilen, meist ebenen Schichtschenkel der grossen Falten.

Im einzelnen wechselt das Fallen der Platten, Schiefer und Schichten im Tunnel wie folgt:

Nordportal 40 bis 50° S-Fall der Schieferung, weiter südlich allmählich steiler. Bei zirka 7 bis 8 km vom Nordportal senkrecht. Bei zirka 10 bis 12 km vom Nordportal steiles Nordfallen (70°, 80° etc.). Soweit stellt also der Schichtenbau einen steilen, nach oben offenen Fächer dar. Bei zirka 14 km vom Nordportal folgt wieder annähernd senkrechte Plattung und gegen den südlichen Ausgang stellt sich allmählich südliches Abfallen der Schichten mit enormer Zerknitterung und Fältelung im Einzelnen ein. Am südlichen Tunnelportal fallen die Schichten im Durchschnitt nur noch 45° gegen Süden. Die 45 bis 50° Südfall am Nordportal und die 45° Südfall am Südportal sind die flachsten Schichtlagen im ganzen Tunnel, dazwischen haben wir steilere bis senkrechte und steil N-fallende Plattung.

Die beiden Umstände, die sich ganz sicher im voraus erkennen lassen:

Streichen quer, annähernd senkrecht zur Tunnelaxe und durchweg steile Schichtstellung von 45 bis 90° Fallen (Neigungswinkel), sind als sehr günstig zu bezeichnen, sowohl für den Ausbruch als auch für die Standfestigkeit und auch für die Temperaturverhältnisse im Tunnel. Durch die durchweg steile Schichtstellung sind die Verhältnisse bedeutend günstiger als in manchen Teilen des Simplontunnels und durch das konsequente Querstreichen

viel günstiger als im Splügentunnel, wo die Gesteine oft mit dem Tunnel streichen oder ihn in ganz spitzem Winkel schneiden. Endlich ist diese allgemeine steile Schichtstellung mit Streichen quer zum Tunnel auch noch in dem Sinne angenehm, dass sie eine viel sicherere Voraussicht der im Tunnel zu treffenden Gesteine ermöglicht, als dies bei anderer Schichtlage der Fall wäre. Beim Splügentunnel, tieferes Projekt, bleibt die Vorausbestimmung der Gesteine auf mehr als der Hälfte des Tunnels eine ganz unsichere. Es ist überhaupt nicht vorauszusagen, was sich dort zeigen wird. Für den Greinatunnel bleiben nur ganz untergeordnete Unsicherheiten, im allgemeinen können wir klar sehen. Diese Differenz bei Splügen- und Greinatunnel liegt in der Anatomie des Berges und in der Richtung der Tunnelaxe objektiv begründet, nicht etwa in der Fähigkeit oder Unfähigkeit der Geologen.

Das Greinasüdportal liegt nach der ab Bahnhof Biasca gehenden Kilometrierung des Moserschen Projektes bei 26,8. Wir setzten dies für die Besprechung des Tunnels = 0 und beginnen die Strecken der Tunnelgesteine ab dem Südportal zu zählen.

Es wäre schön gewesen, den Tunnel etwa 40 m östlich des Tunnels nach Projekt Moser gleich in der anstehenden Felswand von „Sostoschiefer“ ansetzen zu können. Er wäre dadurch auch noch fast 100 m kürzer geworden. Allein gerade vor dieser Wand kreuzt eine grosse Lawine. Um dieser Gefahr und Störungen auszuweichen, muss der Tunnel etwas früher westlich in den Berg hinein, und hier erst Gehängeschutt durchsetzen. Eventuell könnte noch geprüft werden, ob vielleicht eine gute Verbauung im Sammelgebiete des wilden Lawinenzuges genügende Sicherung bieten und dann doch die östlichere Tunnellage genommen werden dürfte.

Der Bahnhof liegt auf der dazu vortrefflich geeigneten Terrassenfläche hinter Olivone-Lavorceno, die durch den Tunnelschutt erhöht und ausgeebnet wird. Unmittelbar ob dem Bahnhof folgt der Tunneleingang. Von S nach N fortschreitend werden wir im Tunnel folgendes Gesteinsprofil treffen, wobei freilich für die von uns gegebenen Kilometerzahlen stets noch eine gewisse Unsicherheit bleibt, manchmal von bloss ± 20 m, manchmal vielleicht auch ± 100 m.

Vom Südportal 0 km bis höchstens 0,1 Gehängeschutt.

Von km 0,1 bis zirka 3,75 Kalkglimmerschiefer, sogenannter „Sostoschiefer“ mit einzelnen dolomitischen Einlagerungen. Als „Sostoschiefer“ haben wir nach dem Vorkommen am Sosto die liasischen Bündnerschiefer bezeichnet, welche durch spätere, durch die Gebirgsstauung bedingte Umwandlungen wie hier zu kalkführenden Glimmerschiefern mit Quarzlagen geworden sind. Hie und da enthalten sie

Granat, Sericit, Zoisit, gelegentlich auch Marmorstreifen, und fast durchweg sind sie enorm gefältelt. Ich kenne keine Region in den Alpen, wo die Fältelung der Gesteine im kleinen diese enorme Entwicklung angenommen hat, wie bei den Kalkglimmerschiefern in der Gola di Sosto, der Schlucht von Olivone nach dem Camadratal hinauf. Die Ursache liegt darin, dass die Schiefer hier nördlich am Gotthardmassiv festen Widerhalt hatten, während bei der Stauung des Adulamassivs die ganze Gneissmasse des letzteren von S nach N über und in diese relativ weichen Kalkton- und Kalkglimmerschiefer hineingestossen worden ist und sie vor sich her ausschürfen musste.

Die Sostoschiefer mit ihren zahllosen Abänderungen wechselnd von einem Punkte zum andern und mit ihrer Verfältelung werden im Tunnel genau in der gleichen Beschaffenheit sich zeigen wie am durchgebrochenen Strässchen von Campo nach Olivone. Zum Durchbohren sind sie so günstig wie die Gesteine in der nördlichen Hälfte, zum Teil auch in der Mitte des Simplontunnels; im Bruch werden sie sehr unregelmässig sein, im ganzen wohl standfest und meistens ziemlich trocken.

Die Sostoschiefer enthalten aber bei zirka km 2,5 vom S-Portal und vielleicht nochmals bei km 2,8 bis 2,9 70° bis 80° südfallende Einlagerungen teils zelliger, teils zerreiblicher zuckerkörniger dolomitischer Kalksteine und Dolomite. Ob es ein breiteres Schichtenpaket ist oder zwei schmälere, lässt sich aus Mangel an Aufschlüssen nicht bestimmen. Es kommt ein mächtiger Zug von solchen Gesteinen von über 150 m Dicke von Westen her aus Val di Campo; gerade in der Region des Tunnels verteilt er sich in zwei bis drei Schichtenzüge und an der Ostseite des Val Camadra ist nur der nördlichste der drei noch zu sehen. Auch die Lagerung zwischen Sostoschiefer und Dolomiten mag hier bei 2,5 bis 3 km etwas verworren und abweichend sein.

Aus den Dolomiten oder aus Gesteinsspalten in ihrer Nachbarschaft sind grössere Quellen wahrscheinlich.

Im Val Campo finden sich im Dolomitzug auch einzelne Gipsstreifen eingeschlossen. Im Val Camadra ist darin kein Gips mehr zu finden. Allein die Möglichkeit liegt doch vor, dass hier im Tunnel unten in schmalen Schichtpaketen auch das Muttergestein des Gipses, der Anhydrit, gefunden werde. Überall, wo ein Tunnel Anhydrit trifft, ist sofort der Tunnel mit Sohlengewölbe stark auszumauern, um der Tendenz des Anhydrites, allmählich zu quellen, erfolgreich entgegenzutreten.

Km 3,75 vom Südportal Dolomit steil nördlich fallend von unbestimmbarer Mächtigkeit. Wo er an der Aussenfläche des Gebirges

beobachtet werden kann, wechselt er von wenigen bis zu über 50 m Mächtigkeit. Er wird im Tunnel Quellen geben.

Mit diesem Dolomit schliessen die Sostoschiefer nach Norden ab.

Km $3{,}8$ bis $5{,}7$ folgen nun weitere Bündnerschiefer, die weit mehr den „Glanzschiefern" oder „Kalkphylliten" zum Beispiel der Viamala als den Kalkglimmerschiefern der Gola di Sosto ähneln, obschon Übergänge in allen Richtungen vorhanden sind. Es sind hier teils kalkführende, teils kalkfreie, dunkle, schillernde Tonschiefer mit spärlichen Quarzlinsen, hie und da mit Granat- und Zoisitknötchen. Sie sind dem ursprünglichen Material des Sostoschiefers fast gleich, aber lange nicht so stark mechanisch metamorphosiert worden, wie dieser. Schichtlage steil, im südlichen Teil 70 bis 80° südfallend, gegen den nördlichen Teil allmählich senkrecht. Diese Gesteinszone ist trocken und wird wahrscheinlich das am leichtesten zu durchbrechende Stück des Tunnels sein. Als einzige unwillkommene Abwechslung wird sich bei zirka km $4{,}1$ bis $4{,}2$ eine Einlagerung festen liasischen quarzitischen Sandsteines einstellen.

Ob bei km $5{,}7$ zwischen dem Glanzschiefer und dem Streifengneiss ein Schichtenpaket von Dolomiten liegt, ist unsicher. Eigentlich gehört es hierher, allein am rechten Gehänge des Val Camadra fehlt es; am linken ist es vorhanden. Im Tunnel kann es vorhanden sein oder fehlen. Wenn es da ist, wird es Wasser bringen.

Km $5{,}7$ bis zirka 10 oder $10{,}5$ Streifengneiss in wenig um das Senkrechte schwankender Schieferung. Es ist das der braun- oder schwarzglimmerige grobflaserige normale schöne Gneiss, der überall in der östlichen Hälfte dem Südrande des Gotthardmassives entlang streicht und auch in den Tessiner Alpen grosse Verbreitung hat. Auf der langen Passhöhe der Greina ist er in allen den Abänderungen zu beobachten, die auch im Tunnel sich einstellen werden.

Ich habe über die Wasserzügigkeit dieses Gesteines keine Anhaltspunkte finden können. Der Schichtlage entsprechend ist es wahrscheinlich, dass hier Wasser eher zerstreut als zu grossen einzelnen Quellen konzentriert erscheinen werde; wahrscheinlich wird hier aber nur wenig Wasser eintreten.

Im Val Ufiern, $3^1/_2$ km westlich der Tunnelaxe, tritt mitten im Streifengneiss ein Tiefenstock von Diorit auf. Es ist nicht wahrscheinlich, aber auch nicht undenkbar, dass dieser Dioritstock sich noch bis in den Tunnel östlich in der Tiefe verlängere, vielleicht auch noch da den Streifengneiss zu verworrener Lagerung bringe und auf eine Strecke von einigen hundert Metern unterbreche. Es wäre dies insofern unangenehm, als der Diorit zwar nicht ein härteres aber ein viel zäheres Gestein ist, als die Streifengneisse, und deshalb

grösseren Bohrwiderstand und namentlich grösseren Sprengwiderstand leistet.

Km 10 bis km 11 ist eine für den Tunnelbau keineswegs bedenkliche, aber für die Gesteinsvorausbestimmung sehr unsichere Region. Wir werden hier in annähernd senkrechter Plattung und vielleicht mehrfachem Wechsel Gneisse, Glimmerschiefer, vielleicht auch Amphibolite, Quarzporphyr, Serpentin treffen, bevor wir dann gegen Norden an den typischen „Cristalinagranit" stossen. Es muss nämlich erwähnt werden, dass eine sehr merkwürdige schmale Zone dieser wechselvollen Gesteine vom Piz Cavel über den Piz Valdraus und Piz Medel nach Piz Ufiern zieht. Die Platten stehen in der Region über dem Tunnel senkrecht. Die Zone dieser Gesteine verschmälert sich von E nach W und keilt westlich des Piz Ufiern ganz aus. Sie scheint aber auch an einigen Stellen in der Höhe fächerig erweitert, nach der Tiefe sich verengend. Es ist nach den vorhandenen Aufschlüssen ganz unmöglich, zu entscheiden, ob sie bis in den Tunnel hinabreichen werde oder nicht, und wenn sie hinabreicht, welche Breite sie unten haben werde und in welcher Ausdehnung dort ihre einzelnen Komponenten auftreten werden. Für die Tunnelarbeit wird aber keine wesentliche Veränderung zu beachten sein, höchstens dass eine kurze Strecke zäher Amphibolit möglich ist. Die andern Gesteine werden sich für Bohren, Brechen und Stehen voraussichtlich nicht wesentlich anders verhalten als der Streifengneiss.

Quellen auf dieser Zone sind möglich.

Km zirka 10,8 bis zirka 12,8 Granite, und zwar in der südlichen Hälfte den etwas feinkörnigeren Plagioklas und Hornblende führenden Granit von Val Cristallina, in der nördlichen Hälfte den grobkörnigen normalen Gneissgranit mit grossen weissen Orthoklaskristallen. Beide werden massig und geschlossen sein, die senkrechte Plattung ist meistens in der Tiefe nur schwach ausgeprägt. Diese Gesteine verhalten sich in Bohren und Brechen durchaus wie der Gneissgranit unter den Schöllenen im Gotthardtunnel oder in den meisten Tunneln bei Dorf Wasen.

Km zirka 12,8 bis zirka 15,0 Gneiss, meistens mit vertikaler Streckungsstreifung, ganz ähnlich dem Streifengneiss, aber viel weniger schön kristallinisch ausgebildet, stets steil, 90 bis 60° südlich fallend.

Km zirka 15,0 bis zirka 16,3 Sericitgneisse und Sericitschiefer ungefähr entsprechend dem „Urserengneiss", der im Gotthardtunnel südlich unter Andermatt getroffen worden ist. Am Simplon fehlt dieses Gestein. Wenig hart und auch wenig fest, aber etwas zähe, Schieferung 70 bis 50° südfallend, wahrscheinlich meistens trocken. Schwache Einlagerungen von Talkschiefer sind möglich.

Zirka $16{,}_3$ bis $16{,}_8$ km eng geklemmte *Mulde* jüngerer Gesteine, von Süden nach Norden bestehend aus Sericitgneiss-ähnlichem *Verrucano*, Kalktonschiefern, und zwar *Glanzschiefern*, vielleicht etwas *Dolomit* (Röthidolomit und Zellendolomit), möglicherweise etwas Anhydrit oder Gips, dann wieder *Verrucano* erst konglomeratisch, dann Sericitgneiss-artig.

Der Muldenzug, den wir hier schneiden, ist in der Höhe der Berge vortrefflich schön aufgeschlossen. Wir treffen ihn auf Alp Soliva, an der Carvera auf der Alp Nadels. Überall, wo die Mulde in die Tiefe hinab verfolgt werden kann, wie beim Tenigerbad, bei Curaglia etc. erweist sie sich dort als mehr und mehr zusammengedrückt. In der Längserstreckung habe ich sie von Alp Noal bis über das Zafragiatobel auf 24 km verfolgt. Sie ist also doch ein tiefgreifender Zug im Gebirge und es ist deshalb, wie ich oben angenommen habe, *sehr wahrscheinlich*, dass diese Mulde nicht höher schon sich abschliesst, sondern bis unter das Tunnelniveau hinabgeht. Allerlei kleine Unregelmässigkeiten könnten sie begleiten. Der Röthidolomit setzt im nördlichen Flügel in der Regel aus, im südlichen ist er bald da, bald fehlt er, und so können wir auch das genaue Profil der Mulde und ihre Breite im Tunnel unten nicht voraussagen. Im Röthidolomit oder auf der ihm entsprechenden Schichtfuge wird wohl Wasser kommen.

Km $16{,}_8$ bis Nordportal km $20{,}_{35}$ stets *Sericitgneiss* und *Sericitschiefer* mit 45 bis 55° Südfall — vielleicht ein oder mehrere schwache Einlagerungen (1 bis 3 m) von Ofenstein (Talkschiefer), jedenfalls nicht so viel dieses Guten, wie wir wünschen möchten! Der Tunnelausgang liegt an steilem Sericitschieferabhang mit Schichten bergeinwärts fallend fast ohne nennenswerte Mengen von Gehängeschutt. Ausserhalb schliesst sich die weite offene Kiesebene des Rheintales an.

Die Zusammenstellung ergibt also als Wahrscheinlichstes:

km vom S-Portal:	ungefähre Erstreckung:	Gestein:
0, $0{,}_1$	50—100 m	Gehängschutt;
$0{,}_1$—$3{,}_{75}$	3700 „	Sostoschiefer (gefältelte metamorphosierte Kalkglimmerschiefer mit Quarz). Davon bei zirka $2{,}_5$ oder $2{,}_8$ Einlagerung von Dolomiten;
$3{,}_{75}$	5—50 m	Dolomit;
$3{,}_8$—$5{,}_7$	1900 „	Glanzschiefer (Tonschiefer);
$5{,}_7$		vielleicht Röthidolomit, Zellendolomit, vielleicht fehlend;
$5{,}_7$—$10{,}_0$	4300 „	Streifengneiss;

km vom S-Portal:	ungefähre Erstreckung:	Gestein:
10,0—11,0	1000 m	nicht bestimmbar, vielleicht Streifengneiss, vielleicht Einlagerungen von Glimmerschiefer, Quarzporphyr, Amphibolit, Serpentin etc.;
10,8—12,8	2000 „	Granite;
12,8—15,0	2200 „	Gneiss;
15,0—16,3	1300 „	Sericitgneiss und Sericitschiefer;
16,3—16,8	500 „	Verrucano, Glanzschiefer, Röthidolomit? Verrucano;
16,8—20,35	3350 „	Sericitgneiss und Sericitschiefer.

Von den hier in grösseren Mengen in Betracht fallenden Gesteinen werden die Granite die widerstandsfähigsten sein; sie werden sich aber nicht schlechter verhalten als der Schöllenengranit im Gotthardtunnel und sie sind bloss auf 2 km im Tunnel zu durchbrechen. Alle anderen Gesteine werden eher geringere Mühe machen. Am nächsten den Graniten stehen in Brechbarkeit die Gneisse, bedeutend leichter durchbohrbar werden die Sericitgneisse und die Sostoschiefer sein, noch leichter die Glanzschiefer. Von Gesteinen, die besonders mühsam sein werden, sind einzig die Amphibolite zu nennen, die aber höchstens in ganz untergeordneten Mengen auftreten, und zwar vielleicht in einzelnen Streifen zwischen km 10 und 11 und vielleicht, aber unwahrscheinlich, als Fortsetzung des Diorit von Ufiern in der Nähe von km 8. Möglicherweise treten Amphibolite im Tunnel gar nirgends auf.

Die Dolomite, deren ich im Tunnel an 3 bis 5 Stellen erwarte, werden nicht mächtig sein. Sie sind leicht zu bohren, in der zelligen Abänderung aber etwas schlecht zu sprengen und können, wie der Albulatunnel gezeigt hat, vorübergehend sehr hinderlich werden durch ausgelaugte, mit Wasser und Dolomitsand gefüllte Höhlen („Zellen"). Das beste Mittel, dieses Hindernis zu überwinden, besteht darin, die Zellen mit ihrem Dolomitsand und Wasser einfach auslaufen zu lassen. Ihr Inhalt ist beschränkt und spätere Nachstürze sind nicht zu fürchten. Ferner ist es nicht ganz ausgeschlossen, dass mit den Dolomiten auch etwas Anhydrit sich zeige, jedenfalls nur sehr wenig.

Irgend ein *besonderes* Hindernis wie etwa lockere Schuttmassen, kaolinisierte Gesteine, mächtige dichte Amphibolite ist nicht vorauszusehen. Die Wasserinfiltrationen werden nicht ausbleiben, aber es sind auch keine ganz grossen Wassereinbrüche zu erwarten; solche müssten allenfalls aus ganz unvorherzusehenden grossen Spaltenzügen erscheinen; der Schichtenbau gibt dazu nicht Veranlassung wie es am Simplon war. Glücklicherweise schliesst sich die Mulde der Greinapass-

höhe in ihrem Zellendolomit hoch über dem Tunnel und hat im Muldentrog Gefälle nach Osten. Würde diese Mulde durch den Tunnel angebohrt, so könnte sie eine gewaltige Flut ergeben. Das ist nicht der Fall.

Druckhafte Stellen sind bei einem grossen Alpentunnel stets möglich. Sie sind nicht an ein bestimmtes Gestein gebunden, sie können als Stellen innerer Zermalmung durch die Gebirgsbildung gelegentlich in jedem Gestein auftreten. Sie sind aber auch nicht notwendig vorhanden und sie sind absolut nicht im voraus zu erraten. Auf solche muss man sich in jedem Falle gefasst halten.

Im Vergleiche mit dem Simplon- und dem Splügentunnel müssen wir sagen, dass die geologische Voraussicht für den Greinatunnel entschieden weniger Möglichkeiten zu nicht vorauszusehenden Schwierigkeiten offen lässt, dass die Gesteine fast durchweg günstiger stehen, ferner im Vergleich mit dem Splügen, dass sie ausserdem auch weniger schwierig zu durchbrechen sind. Um ein noch deutlicheres Bild zu haben, ordnen wir die Gesteine so gut es geht, nach ihrem Widerstand gegen Bohren und Brechen in folgende vier Gruppen, von den widerstandsfähigeren I zu den leichter bohr- und brechbaren IV:

I Amphibolite, Granite, Rofnaporphyroid, Porphyr, Antigoriogneiss,
II Gneisse,
III Sericitgneisse, Glimmerschiefer, Kalkglimmerschiefer,
IV Glanzschiefer, Kalksteine, Dolomite.

Dann finden wir Gesteine von den vier Typen:

Tunnel:	Simplon	Splügen höherer	Splügen tieferer	Greina	Gotthard
	m	m	m	m	m
I	4325	11700	9000 bis 14000	2000 bis 2500	6500
II	11655	4200	3000	ca. 7500	3300
III			9000 bis 14000	8850	4500
IV	3750	1800	100 bis 400	2200	500
Tunnellänge	19730	17750 (50 m Schutt)	26000	20350	14800

Es ist hieraus deutlich, dass auch in Beziehung auf den Widerstand der Gesteine der Greinatunnel günstiger steht als der Splügen.

Daran ändert sich nichts, wenn auch die Fehler in der Vorausbestimmung der Gesteinsgrenzen im Greinatunnel grösser als angenommen sein würden.

b) Die Gesteinstemperaturen.

Unsere Temperaturbestimmungen für das Gebirgsinnere konnten sich früher einzig auf einen Vergleich mit dem Gotthardtunnel beziehen. Seither hat uns der Simplontunnel neue Erfahrungen gebracht, indem er uns die Abhängigkeit der Temperaturzunahme nach dem Innern von der Wasserinfiltration und besonders von der Gesteinslagerung gelehrt hat, zu bemessen. Der unsicherste Punkt bei solcher Vorausbestimmung bleibt immer noch die Ausgangstemperatur an der Oberfläche in geringer Tiefe im Jahresmittel. Selbstverständlich kann es sich nicht um eine genaue Berechnung, sondern nur um eine Schätzung handeln.

Für den Greinatunnel komme ich als wahrscheinlichste Temperaturen auf folgende Zahlen vom Südportal an gerechnet:

Südportal	8—9 °	Gesteinstemperatur
0,7 km	20 °	"
5,0 "	25 °	"
6,0 "	30 °	"
9,0—10,5 "	40 °	"
12,0 "	35 °	"
17,0 "	30 °	"
17,5 "	30 °	"
19,5 "	20 °	"
Nordportal	7 °	"

Wenn wir für den Greinatunnel die Temperaturverhältnisse so ungünstig annehmen wollten wie im Simplon Mittelregion, so würde die maximale Gesteinstemperatur in der Mitte auf etwa 50 ° steigen, aber die maximale Simplontemperatur mit 54 ° noch nicht erreichen. Nun stehen aber im Greinagebirge die Schichten und Schiefern durchweg steil, was einer erleichterten Gebirgsabkühlung nach aussen entspricht und unter den zirka 3000 m aufragenden Gräten eine mittlere Temperaturzunahme von 1 ° mit zirka 45 bis 50 m Tiefenzunahme, nicht aber wie am Simplontunnel bei flacher Schichtlage 1 ° für 36 bis 40 m Tiefenzunahme erwarten lässt. Es ist nach allen bisherigen Erfahrungen höchst wahrscheinlich, dass in der Mitte des Greinatunnels die Temperatur 12 bis 15 ° niedriger bleibe als im Simplon, während sie etwa 8 bis 10 ° höher als im Gotthard sein wird. Beim Splügentunnel altes Projekt schätze ich nach den neuen Erfahrungen am Simplon auf 40 bis 42 °, beim tieferen Tunnel von 26 km komme ich auf gleicher Grundlage auf 45 ° Maximalwärme.

Dass bei allen diesen Bestimmungen durch uns noch unbekannte Faktoren ein Fehler von einigen Graden möglich ist, versteht sich von selbst. Der vergleichende Wert wird aber dadurch nicht verschoben.

II. Die nördliche Zufahrtslinie.

Die nördliche Zufahrtslinie zum Greinatunnel ist so einfach, dass vom geologischen Gesichtspunkte aus wenig darüber zu berichten ist.

Von Chur bis Reichenau geht die Bahn auf alten Alluvionen. Die beiden Wildbäche von Süden sind bereits von Strasse und Rhätischer Bahn überwunden.

In Reichenau trifft die Bahn auf die alt gelagerten Bergstürze und Moränenterrassen. Sie nimmt mit einer Rheinbrücke unterhalb Reichenau vorlieb. Gleich oberhalb Reichenau trifft sie auf hervorstehende Felsklippen von Röthidolomit (Steinbruch der Rhätischen Bahn), und tritt dann in die Schlucht ein, welche der Rhein durch den interglacialen gewaltigen Bergsturz von Flims geschnitten hat. Ich habe bei früherer Gelegenheit diesen Durchpass für die Rhätische Bahn begutachtet und ich darf wohl sagen, dass jene Voraussicht sich vollständig bestätigt hat; sie ging dahin, dass der Rhein hier nicht mehr die Tendenz hat, tiefer einzuschneiden, sondern nur etwa seine Bogen horizontal auszukrümmen, dass also die Nachstürze an den Gehängen aufhören, wo das Ufer gegen den Rhein gesichert ist, und dass diese Flimser Bergsturzbreccie im allgemeinen für Einschnitte und Tunnelbau ein günstiges, leicht zu brechendes, trockenes und ziemlich standhaftes, durchaus nicht druckhaftes Material ist. Der Tunnel ist da freilich stets das sicherste, und wo er so leicht wie hier auszuführen ist, braucht man ihn nicht allzusehr zu sparen.

Oberhalb des Bergsturzes von Flims folgt weiter Talgrund auf alten Anschwemmungen von Glenner, Rhein und Seitenbächen. Beiläufig sei noch erwähnt, dass gute Röthidolomite zum Bau sich vom Ausgang der Glennerschlucht beiderseits mit zirka 30° Südfall in die Höhe ziehen und dass die ganze Terrasse von St. Martin und auch diejenige unterhalb Seewis altes Delta des Glenner in den früheren Bergsturzsee sind und Kies und Sand gewinnen lassen.

Bis Tavanasa haben wir flachen Talboden zwischen stabilen Gehängen aus stets flach südlich fallendem Verrucano. Nur die Wildbäche von Schnaus und Ruis erfordern einige Sorgfalt.

Von Tavanasa bis nahe unter Rinkenberg ist das Tal enger. Das nördliche Gehänge ist zwar sanfter, hat aber ziemlich viel Moränenschutt auf wasserzügigem Untergrund und zeigt an mehreren Orten

die Spuren von Rutschungen. Das südliche Gehänge ist zwar steiler und auch schattiger. Allein hier hat man es fast nur mit trockenem, kantigem, stabilem, altem Gehängeschutt aus Verrucano zu tun. Es ist hier deshalb doch wohl für die Bahnanlage, wie es auch für die Strasse gehalten worden ist, das südliche Gehänge vorzuziehen.

Einer der schlimmsten Bäche des Bündneroberlandes war der Bach des Zafragiatobels, auf dessen mächtigem Schuttkegel Rinkenberg (Zignau) steht. 1868 ist die Hälfte des Dorfes zerstört worden. Der Bach staut mit seinem Schutte den Rhein, so dass er oberhalb sich flach auf seinem Aufschüttungsboden verteilt, unterhalb aber eine Schnelle von einigen 100 Metern Länge bildet. Gerade unter der jetzigen Bachmündung in den Rhein steht die Strassenbrücke. Sie hat sich nun seit vielen Jahrzehnten gut gehalten. Der Bach von Zafragia hat hier den Rhein so sehr nach Norden gedrängt, dass nördlich aller Schuttboden abgerutscht ist und linksseitig bei der Brücke und von da an noch ein Stück aufwärts der steil südöstlich abfallende Fels, ein schiefriger, granatführender Sericitgneiss, entblösst ist. Dieser Fels ist jedenfalls sicherer Grund und mir scheint, das Bahnprojekt tut damit gut, dass es den Rhein dicht unterhalb der Strassenbrücke übersetzt und dann sich des Felsvorsprunges in einem 105 m langen Tunnel bedient, um oberhalb gleich bei Darwela flachen und freien Boden zu gewinnen.

Gewiss ist es auch denkbar, dass der Zafragiabach sich einmal rechts wende, um unterhalb der Strassenbrücke die Strasse zu kreuzen und sich dort gegen den Rhein zu werfen. Der Eisenbahndamm stände ihm hier im Wege und würde eine Aufschüttung und ein Abfliessen links zwischen Widerlager der Bahnbrücke und der Strassenbrücke oder durch den Strassendurchlass bedingen. Im oberen Teil seines Schuttkegels ist der Zafragiabach tief eingeschnitten, dort kann er noch nicht ausweichen, wohl aber im unteren Teil des Dorfes. Die früher so gefährlichen Abrisstellen im Sammelgebiete sind nun aber kräftig verbaut und seit 1868 hat der Zafragiabach keine neuen Verheerungen gemacht. Noch grössere Sicherheit für die Bahn könnte nur erreicht werden durch wesentliche Verlängerung des Tunnels bei Darwela talabwärts und Überbrückung des Rheines erst 200 bis 300 m weiter talwärts; vielleicht würde man damit in der Vorsicht zu weit gehen.

Von Darwela über Truns und unter Rabius durch geht die Bahn auf alten bewachsenen Schuttkegeln und zum Teil Rheinalluvionen. Stellenweise, z. B. unter Rabius, muss sie zugleich die Rolle einer linksufrigen Rheinkorrektion übernehmen. Der Grund ist gut, die Linie leicht zu führen. Die Bäche, die sie hier überschreiten muss, haben verschiedenen Charakter:

Der Bach aus Val Zinzera kann schwere Muhrgänge bringen.

Der Bach von Puntaiglas ist merkwürdig gleichmässig im Ertrag, er hat nach menschlichem Wissen noch niemals einen Muhrgang geliefert, schwillt aber alljährlich im Juli, oft bei schönstem Wetter, für zirka drei Tage an und wird dann trübe, während er sonst fast immer klares Wasser hat.

Der Bach aus Val Rabius hat früher hie und da schwere Muhrgänge geliefert, scheint aber seit Jahrzehnten sich beruhigt zu haben; ähnlich der Bach von Val Mulineun.

Von diesem Bach weg geht die Bahn unter dem Dorf Somvix über den Rhein zur Station auf der Ebene vor Suhrrhein und zum Tunnel-Nordportal zwischen Reiz und Surrhein.

Bei dieser Gelegenheit habe ich vom geologischen Gesichtspunkte einiges zu sagen über die Wahl des nördlichen Tunneleinganges. Frühere Projekte haben hier mit weiter Entwicklung grössere Höhe gewonnen und sind dann ein Stück weit in die Schlucht des Val Somvix hineingefahren, um erst dort, entfernt von der Station, den grossen Tunnel zu beginnen. Der Zweck war offenbar nur etwelche Kürzung des Tunnels. Dagegen mussten sie Verlängerung der Linie, grosse Steigung zwischen Station und Tunneleingang, höhere Kulmination der Bahn und ein schwieriges Bahnstück in das Somvixertal mit in den Kauf nehmen. Seit jenen Projekten haben sich im Somvixertobel Veränderungen vollzogen. 1881 ist ein grosser Felsbruch an der Ostseite gegenüber von Portas erfolgt. Derselbe hat den Somvixerrhein zu einem kleinen See gestaut. Die Bahn, wenn nach den älteren Projekten bestehend, wäre auf eine Strecke von einigen 100 m zugedeckt worden. Später ist der See durchgebrochen und der Bach hat unterhalb Surrhein einen grobblockigen Schuttkegel gebildet und seinen Lauf geändert. Diese Erscheinungen sind aber nicht abgeschlossen. Alljährlich fast erfolgten kleinere Nachbrüche, und nachdem ich den oberen Rand jenes Gehänges begangen habe, halte ich dafür, dass ähnliche Abbrüche wie 1881 sich in Zukunft noch vielfach wiederholen können.

Wenn man die Schwierigkeiten und Gefahren einer Bahnführung in das Somvixertobel hinein noch mit in Erwägung zieht, so wird man die Tunnellage nach dem Moserschen Projekt als die weitaus beste erkennen müssen. Sie ermöglicht zugleich gute Ablagerungsplätze für den Tunnelschutt, guten Raum für alle Bauinstallationen und eine gute Station unmittelbar vor dem Tunneleingang.

Es muss hervorgehoben werden, dass die nördliche Zufahrtslinie von Chur bis zum Tunneleingang im ganzen sehr leicht und günstig sich gestaltet und sich fast derjenigen zum Nordportal des Simplon-

tunnels vergleichen lässt. Keine Rampe wie am Gotthard mit den enormen Brücken über grosse Schluchten, über Kerstelenbach und Reuss, Meyenreuss etc. und mit den Entwicklungen von Gurtnellen und Wasen und auch keine Via Mala. Für die Nordrampe Greina ist keine einzige ausgeprägte Stromschnelle zu überwinden. Nur wenige kleine Tunnels in Flimserbreccie und einer im Granatgestein von Darwela sind notwendig. Und damit wird ein Tunnelnordportal von bloss 900 m Meerhöhe erreicht. Das Gefälle im Tunnel kann symmetrisch genommen werden, indem das Südportal fast exakt auf gleiche Meerhöhe fällt.

III. Die südliche Zufahrtslinie.

Das Val Blegno, das Tal des Brenno, ist ein viel milderes, weiteres und reicher mit Vegetation und Ansiedelung gesegnetes Tal als das Leventinertal. Dort muss die Gotthardbahn mehrere sehr harte Stromschnellen mit im ganzen vier Kehrtunnels überwinden, um zum Tunneleingang auf 1145 m hinaufzukommen. Das Greinabahnprojekt erreicht mit zwei kurzen Kehrtunnels und im ganzen nur noch fünf kleinen Tunnels den Tunneleingang um 245 m tiefer, bei 900 m über Meer. Auch für eine Splügenbahn ist die Südrampe unvergleichlich schwieriger und weitläufiger als bei der Greinabahn.

Gehen wir von Biasca aufwärts:

Das Projekt Moser vermeidet es, das Dorf Biasca zu durchschneiden, indem es vom jetzigen Bahnhof der Gotthardbahn abzweigend östlich an den Fuss des Berges hält und unter dem obersten Dorfteil zwischen der alten hochgelegenen und der neuen tieferen Kirche mit 180 m Tunnel durch geht. Der südliche Tunneleingang kommt in den flachgeschieferten Gneiss bei den Steinbrüchen zu liegen. In dem eingemauerten Bachbett im Oberdorf steht der Gneiss ca. 20 m oberhalb der neuen Kirche mit 15° Nordfallen an. Der Tunnel geht 5 m unter dem Bachbett durch und wird unter dem Dorf ganz im Felsen bleiben. Da wo er nördlich hinter dem Oberdorf heraustritt, trifft er vielleicht noch auf kurze Strecke in Bachschutt. Eventuell könnte er vielleicht noch etwas östlicher gelegt werden, um um so sicherer im Fels zu bleiben. Dann folgt Linie auf altem Bachschutt und Flusskies.

Bei km ca. $2{,}_{75}$ folgt kurzer Tunnel in dem Schutte des Bergsturzes von 1512. Die Linie weicht dadurch den zum Teil gefährlichen Bächen aus, die sich auf dem Schutthaufen gebildet haben; diese letzteren gehen dann über den Tunnel hinab in den Brenno.

Die Bahnlinie benutzt von km $3{,}_{5}$, wo sie den Brenno überbrückt, bis hinauf zu km 19 das westliche Talgehänge. Es ist dies sehr

wohl begründet dadurch, dass das westliche Talgehänge fast überall ruhig ist und keine bedeutenden Wildbäche aufweist, während an der Ostseite eine ganze Anzahl solcher vorhanden sind, und zudem das östliche, viel steilere Gehänge zu Steinschlägen und zum Teil sogar zu Lawinen und Felsbrüchen geneigt ist.

Der kleine Wildbach bei km 2,5 bis 3 hat Loderio im Jahre 1868 grösstenteils zerstört. Seither sind keine bedeutenden Veränderungen mehr eingetreten. Die Bahn kann hier, sei es durch Ablenkung des Baches und Schutzbauten unten, sei es durch Verbauung und Bepflanzung des Sammelgebietes geschützt werden.

Im Gebiete von Montasco steht oben der Fels an, darunter unregelmässig angelagerter Gehängeschutt. Der letztere stützt sich auf den Talboden. Die Bahnlinie tritt bald auf oder in den Fels, bald liegt sie auf dem Gehängeschutt. Besondere Schwierigkeiten sind nicht vorauszusehen. Nahe bei Montasco sind die Quellen für die Wasserversorgung von Biasca gefasst worden. Ohne genauen Detailplan kann ich nicht wissen, ob eventuell durch Bahnanschnitt die Quellenfassungen und Ableitungen gestört und infolge davon dann etwas anders ausgeführt und verlegt werden müssten. Dass die Quellen durch den Bahnbau abstehen würden, ist nicht denkbar.

Der Fels, mit welchem man es hie und da an der Bahnlinie hier zu tun haben wird, anstehender Fels wie Gehänge und Bergsturzschutt, ist ein Gestein, das zwischen Gneiss und Glimmerschiefer schwankt. Wo es als Fels auftritt, zeigt es sonderbar wechselnde Stellung. Im grossen ganzen fällt es normal gegen SE oder SSE. An einer Stelle bei Seminone fand ich es S-N streichend und 70° östlich fallend, dann wieder ganz flach.

Überall ist der Baugrund altgelagert und fest. Vor Ludiano tritt die Linie in Fels, dann auf Felsterrasse und nachher wieder auf alten Bergsturz.

Bei km 9 ist ein kurzer Tunnel (100 m) durch einen Bergvorsprung vorgesehen. Das Gestein ist ein Gneiss mit Feldspathaugen. Seine Schieferung streicht WSW-ENE, schneidet die Tunnelaxe unter etwa 50° und fällt mit 35° gegen SSE.

Es folgen Gehängeschutt, stabile Schuttkegel, Felsterrassen, alles stabil, die Felsen stets ungefähr SW-NE streichend und flach, z. B. bei Camprovasco nur 15° S fallend, bald frei zutage liegend, bald wenig tief mit Gehängeschutt überstreut.

Kurz nach Prugiasco verlässt die Bahn den 15° bis 20° östlich fallenden Gneissfels und tritt auf die Schuttgehänge hinaus. Nirgends sind Spuren alter Rutschungen zu finden, die Schutterrassen und Schuttkegel sind stabil wie die Felsterrassen.

Nach Castro tritt der hellgelbe Dolomit, oft zuckerkörnig brüchig, oft fester und zellendolomitisch an die Strasse heran und reicht, dem Gneisse und Glimmerschiefer aufliegend, in einzelnen Lappen höher an das westliche Gehänge hinauf. Die Bahn trifft mit kleinen Einschnitten und kleinen Dämmen unter Ponte Valentino auch auf den Dolomitfels, und nach Überbrückung der Bachschlucht, die vom obersten Dorfteil sich hinabzieht, geht sie bei km $16,_7$ bis $16,_{85}$ mit Tunnel von 150 m Länge durch einen scharfen Dolomitvorsprung. Die Schichten fallen ca. 30° SE und haben guten Fuss, der Tunnel schneidet sie allerdings unter spitzem Winkel. Das Gestein kann stellenweise zellig, stellenweise etwas brüchig sein, ist aber trocken und zu grösseren Bewegungen nicht geneigt.

In der Region unter km $17,_5$ hat der Brenno in den unter dem Dolomit anstehenden und mit ca. 25° SE fallenden Granatglimmerschiefer eine wunderschöne Felsschlucht eingeschnitten. Die Bahn liegt höher und tritt bei km $17,_5$ dicht an die Felsoberkante der Schlucht heran. Das Gehänge ist auch gegenüber der Mündung des Baches von Val Soja felsig und fest.

Nun folgt die Entwicklung von Aquila, bedingt durch die einzige typische Stromschnelle und eine alte Talverlegung des Brenno. Auch alle früheren Projekte sahen hier Kehrtunnels vor, legten sie aber mehr oder weniger verschieden. Von allen diesen Lösungen ist, was die Gesteinsverhältnisse und die Sicherheit des Geländes von oben und unten betrifft, wie mir scheint, das Moser'sche bei weitem das beste. Es legt die beiden Kehrtunnel ganz in zuverlässiges, festes Gestein, es weicht einer Überbrückung des Sojabaches aus und es benützt die sicheren Teile der Bachschutt- und Gehängeschutterrassen zu offener Linie und Bahnhof und hat in dieser Region nur eine Überbrückung des Brenno.

Zunächst der untere Kehrtunnel der Schleife von Aquila km $18,_2$ bis $19,_8$ liegt ganz im anstehenden Fels. Die Schieferungsplatten fallen überall mit 30° bis 40° gegen SSE. Der sich um etwas über 180° wendende Tunnelbogen geht an seinen Enden fast im Streichen, in der Mitte fast quer zum Streichen der Gesteine. Diese gehören dem Komplex der westlichen Glimmerschiefer an, sind aber sehr wechselvoll. Ich fand hier Glimmerschiefer, Gneissglimmerschiefer, granat- und hornblendeführende Glimmerschiefer und dunkle Hornblendeschiefer. Aus vielen Spältchen treten ein Stück oberhalb der Brücke von Crumarone zahlreiche Quellen hervor; wahrscheinlich trifft man auch solche im untern Teile des Kehrtunnels. Besondere Schwierigkeiten sind nicht vorauszusehen.

Km 19,8 bis 21,5, hohe alte Terrasse des Schuttkegels von Val Soja. Der Bach selbst hat sich, Hand in Hand mit dem Durchsägen der Schlucht des Brenno in seinen alten Schuttkegel um 50 bis 60 m eingeschnitten. Die alte Schuttkegelfläche kann nie mehr vom Bache überströmt werden. Die Bahnlinie benutzt zum Mittelstück der Schlinge in vortrefflicher Weise gerade das talauswärts ansteigende Gegengefälle der schönen Schuttkegelterrasse und legt hierhin die Schlingenwende und zugleich in ihr gerades Mittelstück die Station Aquila-Dangio.

Nun tritt sie an das Gehänge des jüngeren Bachanschnittes, aber hält sich nördlich vom Bach und tritt gerade da als Tunnel östlich in das Gebirge, wo der Bachterrassenschutt dem Felsgrunde aufliegt.

Bei meiner Prüfung der Stelle stunden mir Detailpläne nicht zur Verfügung und das Terrain ist vielfach verbaut und verdeckt. Allein ich konnte doch feststellen, dass höchstens am Tunneleingang noch etwas grobblockiger alter Bachschutt zu durchbrechen sein wird, während schon unter der Landstrasse der Tunnel im Fels liegt.

Von zirka km 21,4 bis zirka km 22,9 folgt der obere Kehrtunnel der Aquila-Dangio-Entwicklung. Er fällt wiederum ganz in festen Fels, und zwar in Bündnerschiefer, der hier als Kalkglimmerschiefer vom Typus der früher beschriebenen Sostoschiefer entwickelt ist. Hier hat sich das Streichen der Schichten gewendet, es wird im Tunnel fast genau nach N-S sein mit einem Schichtenfall von 25 bis 40° gegen Osten und zum Teil wird verworrene Fältelung sich einstellen. Den etwas weiter östlich in den Berg hinein fallenden Röthidolomit der Sojaschlucht und den Gneissglimmerschiefer wird der Tunnel nicht mehr anstechen. Der Kalkglimmerschiefer ob Dangio-Aquila ist ein Stück der flachen Bündnerschiefermulde, welche östlich unter das ganze Adulamassiv hinabsticht.

Von km 22,9 hinter Dorf Aquila bis 24,7 folgen Gehängeschutt, Bergsturz, schuttkegelartig verschwemmter Bergsturz in alten festgelagerten Massen. Moränen und Moränenlehme, die so leicht zu Rutschungen Veranlassung geben, sind im Gebiete des Bahnprojektes glücklicherweise nirgends zu finden und die Stelle — der Vorsprung zwischen Torre und Dangio — wo Moränen stark entwickelt sind, bleibt ganz ausserhalb der Bahnlinie.

Die älteren Projekte blieben von Aquila bis zum Haupttunnel meistens östlich des Brenno. Heutzutage würde eine solche Führung nach dem Tunneleingang sehr schwierig. Nicht nur hätten wir Einschnitte in Schutt und Wildbachübergang, sondern das Dorf Olivone hat sich hier wesentlich vergrössert und eine Menge guter Gebäude versperren den Weg. Sehr schön und einfach wird dagegen die Linie,

wenn nach dem Moser'schen Projekte schon bei zirka 24,7 km die Bahn den Brenno übersetzt. Sie geht dann auf kurze Strecke an einem Gehänge, wo aus wenig dickem Gehängeschutt stets anstehende feste Felsrippen hervorschauen, die am Gehängefuss Sporne im Brenno bilden. Das Gestein ist ein Gneissglimmerschiefer mit 30 bis 45° Fall gegen SE.

Dann kommt ein schöner Boden mit ausgezeichneten, ohne Zweifel durch frühere Brennostauungen durch den unterhalb gegenüberliegenden Bergsturz und das spätere Wiedereinschneiden entstandenen Terrassen. Die Bahnlinie benützt dieselben.

Noch steht bei 25,7 ein Bergkopf als grosser Sporn ins Tal hinaus. Ein Tunnel von 290 m durchsticht ihn. Die Schichten streichen etwas schwankend im ganzen quer zur Tunnelaxe und fallen im Mittel 40° gegen Süden. Der Tunnel trifft in seinem ersten Dritteil Gneissglimmerschiefer, dann im mittleren Dritteil Dolomit. Zuckerkörnige, dichte und im unteren Teil zellendolomitische Bänke wechseln ab. Endlich folgt im nördlichen Dritteil noch Sostoschiefer.

Nach dem Tunnel folgt sofort die Brücke über den Lukmanierbach und nun der ebene Boden aus Alluvionsterrassen hinter Olivone-Lavorceno mit westlich darauf sich stützendem Gehängeschutt bis zur Wand aus Sostoschiefer, die sich weitaus am passendsten zum Tunneleintritt bietet.

Diese Bahnführung von km 24 bis zum Tunneleingang bei km 27 verlangt eine Brennoüberbrückung bei km 24,7, die sonst etwas weiter talauf doch hätte kommen müssen. Sie führt die Bahn von Wildbach und Bergsturzgebiet weg für kurze Zeit auf felsiges Gehänge, dann durch Wiesenterrassen, die weder mit Häusern noch Strassen schon belegt sind, und sie erfordert fast keine Krümmungen. Auch für den Tunnelausbruch bieten sich auf diesem Wege viel günstigere Ablagerungsplätze. Alle diese Vorteile wiegen reichlich den 290 m langen Tunnel auf.

Im gesamten muss ich erklären, dass das Studium des Terrains besonders entlang der Linie des Moser'schen Projektes mich an keiner einzigen Stelle veranlasst hat, aus Gründen der Gesteinsbeschaffenheit oder Bodensicherheit eine Abänderung zu wünschen. Im Gegenteil fand ich durchweg, soweit ich es von meinen Gesichtspunkten aus beurteilen kann, die Lösungen wunderschön den Besonderheiten der Terraingestaltung angepasst und überraschend durch ihre Natürlichkeit und Einfachheit.

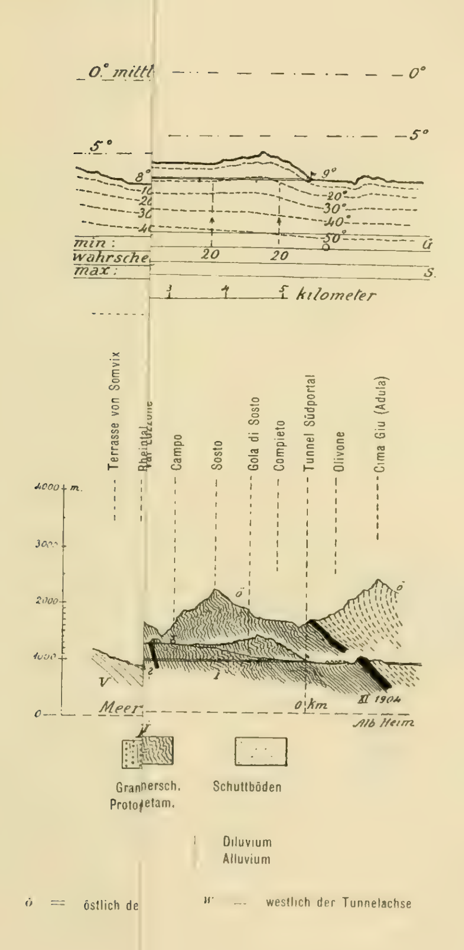
Soweit geologisch-technische Fragen in Betracht fallen, muss zugestanden werden, dass die Greinalinie und der Greina-

tunnel unbedingt günstiger sind als Gotthardbahn, Simplontunnel und Splügenbahn.

Im vorstehenden hoffe ich zur Abklärung dieses einen Faktors in vollster Unbefangenheit das mögliche beigetragen zu haben. Die Abwägung der anderen Faktoren, von denen das Zustandekommen einer Greinabahn vielleicht noch viel wesentlicher abhängen wird, entzieht sich nicht nur meinem Auftrag, sondern auch vollständig meiner Kompetenz.

Taf. III.

Alb. Heim, Geolog. Nachlese Nr. 16.



Grannersch.
Protoletam.

Diluvium
Alluvium

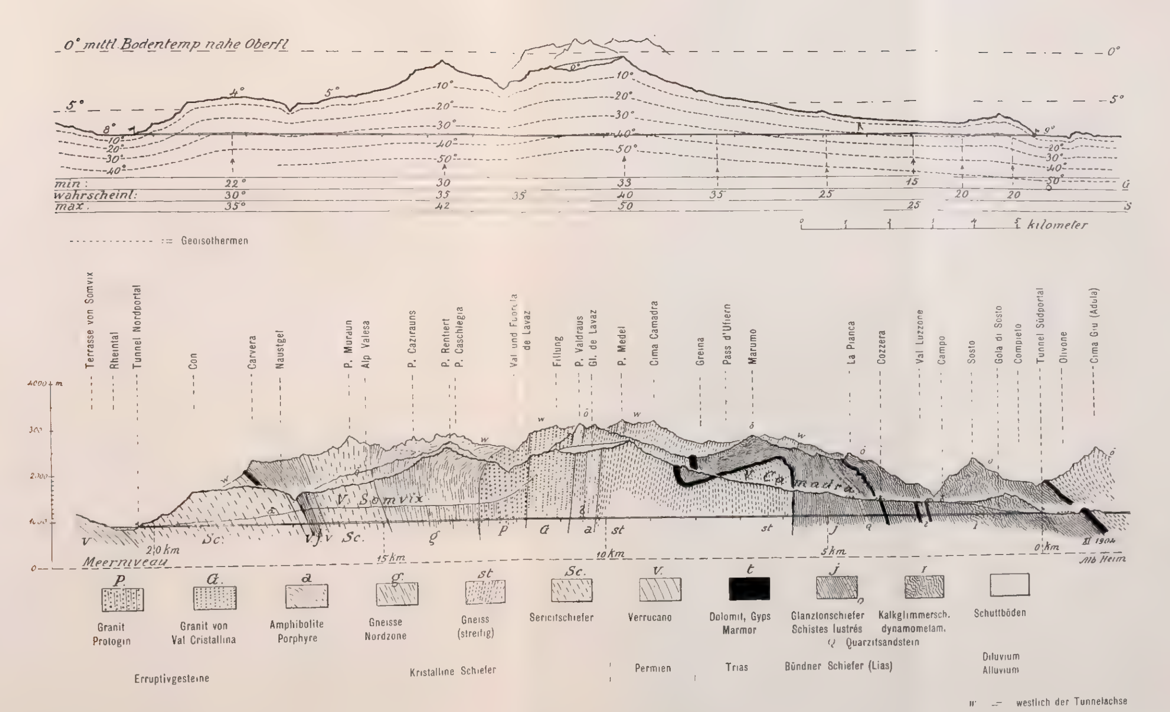
ö = östlich de w = westlich der Tunnelachse

Greina-Tunnel

1 : 100 000

Taf. III.

Alb. Heim, Geolog. Nachlese Nr. 16.



ö = östlich der Tunnelachse

Geologische Nachlese.

Von

Albert Heim.

Nr. 17.

Über die nordöstlichen Lappen des Tessinermassives.

(Hiezu Tafel IV.)

Vor 20 und 30 Jahren — das tritt mir recht oft vor die Augen — arbeiteten wir unter viel ungünstigeren inneren wie äusseren Verhältnissen an der geologischen Karte des Alpenlandes, als dies heute geschehen kann. Damals hatten wir zum Teil nur die Karte in 1:100,000, jetzt durchweg in 1:50,000, vielfach in 1:25,000 als Grundlage. Eine Menge neuer Bahnen, neuer Poststrassen führen uns rascher ins Untersuchungsgebiet, Klubhütten und Berggasthäuser bieten Schutz und Ausgangspunkt, wo früher kein Obdach zu finden war; früher fast unzugängliche Stellen sind zugänglich geworden. Eis und Schnee sind gewichen und haben uns den Fels entblösst.

Dazu hat unsere Wissenschaft grosse Fortschritte gemacht, ihre Hülfsmittel haben sich vermehrt, neue Gesichtspunkte sind gefunden, und der Boden, von dem wir ausgehen, erscheint um einige Stufen höher gestellt. Man verlangt nicht mehr vom arbeitenden Feldgeologen, dass er ein Blatt der schweizerischen $^1/_{100\,000}$ Karte (ca. 3300 km²) in 3, höchstens 4 Sommerferien geologisch kartiere. Nachdem nun die Übersicht wieder um einen Grad weiter gereift ist, leistet die sorgfältige Vertiefung der Erkenntnis mehr, und man wünscht vom aufnehmenden Geologen nicht die grosse Fläche, sondern die möglichst eingehende Untersuchung.

Wir müssen heute, wenigstens unter den Alpengeologen, kaum mehr kämpfen für die Erkenntnis von der Jugendlichkeit der Alpen, von der Einheitlichkeit ihrer Geburt, der Passivität ihrer Eruptivgesteine. Wir müssen nicht mehr kämpfen für die Erkenntnis von liegenden Falten, Falten mit ausgewalzten, mit zerrissenen Mittelschenkeln, Falten, die zu Überschiebungen geworden sind, Falten, die nochmals gefaltet sind, und nicht mehr für die mechanischen Deformationen der Gesteine bei der Gebirgsbildung. Alle diese Dinge sind Gemeingut unserer Wissenschaft geworden. Wir verstehen sie, sie hemmen

uns nicht mehr, und wir können weiteren Fragen unsere Aufmerksamkeit widmen. Es hat sich dabei stetsfort erwiesen, dass die Verfaltungen und Dynamometamorphosen im Alpengebirge noch viel gewaltiger sind, als wir sie vor 20 und 30 Jahren beschrieben haben und die vielen Unvollkommenheiten und Fehler, die jetzt in unsern früheren Beobachtungen und Darlegungen gefunden werden, sind meist von dem Sinne, dass der Verwicklungen noch viel mehr und viel unerhörtere vorhanden sind, als wir damals anzuerkennen gewagt haben. Alle unsere bisherigen geologischen Aufnahmen in $^1/_{100\,000}$ sind als provisorische Übersichtsaufnahmen zu betrachten, alle sind zu revidieren, zu verbessern, zu vertiefen. Das ist klar!

Im Besonderen scheint mir für die Geologie der Alpen eine neue Aera aufgegangen zu sein durch die genialen Beobachtungen und Darlegungen unserer beiden Freunde H. Schardt und M. Lugeon — nicht dadurch, dass sie uns widerlegt hätten, sondern dadurch, dass ihr Blick weit über uns hinausgereicht hat. Wie Schuppen fällt es uns von den Augen. Unbegreiflich scheint es oft, wie wir hart an der Grenze der richtigen Erkenntnis anhalten konnten. Reichte der Atem der Erkenntnis nicht mehr aus? Waren wir schon ermüdet vom vorangegangenen Lauf? Ich stelle mich unter die Schaar der Fachgenossen, welche an der weiteren Durchführung der neuen Auffassung mitarbeiten. Da ich leider nicht noch einmal jung werden kann, um alles, was ich beobachtet und dargelegt habe, zu verbessern und zu vertiefen, muss ich mich darauf beschränken, einzelne Dinge zu überprüfen, zum Belege dafür, dass sie verbesserungsfähig und verbesserungswürdig sind. Die Hauptarbeit wird die jüngere Generation leisten.

In dieser und einigen der folgenden „Nachlesen" gedenke ich, eine Anzahl meiner früheren Beobachtungen und Darstellungen, welche auf den ersten Blick der Schardt-Lugeon'schen Auffassung zu widersprechen scheinen, auf die neue Auffassung hin zu prüfen, und wenn sich der Widerspruch durch die genauere Beobachtung lösen lässt, „umzuprägen" in die neuen Gedankenreihen. Ich beginne mit einem recht einfachen Fall, den nördlichen Ausläufern des Tessinermassives.

Sodann soll auf Grundlage meiner neuen Beobachtungen im August und September 1906 als Nachlese Nr. 18 das früher im Griesstock-Schächental vermeintlich gesehene „südliche Umbiegungsknie des Nordflügels der Glarner Doppelfalte" aufgeklärt werden. Daran schliessen sich eine Anzahl neuer Beobachtungen aus der Südwurzel der Glarnerüberfaltungen. Eine weitere Gruppe von Ergänzungen und Verbesserungen aus dem Linthgebiete wird in Karte und Text von Herrn J. Oberholzer und mir zusammen in den „Beiträgen zur

geologischen Karte der Schweiz" demnächst zur Veröffentlichung gelangen. An letzteren arbeiten wir schon eine ganze Reihe von Sommern.

In den „Beiträgen zur Geologischen Karte der Schweiz" 25. Lieferung, Seite 345 bis 351, habe ich die Stellung des Adulamassives zu charakterisieren versucht als eines Ausläufers des grossen Tessiner-Gneissmassives, wie seine westlichen und östlichen Nachbarn am Nordrande im Streichen der Alpen rasch mit Knie gegen Norden zur Tiefe abgebogen, westlich und östlich dagegen von guten streichenden Muldenzügen aus Röthidolomitischen (Trias) und Bündnerschiefer (Lias) -Gesteinen begleitet. Der westlichere Massivlappen taucht jeweilen unter seinen östlichen Nachbarn. Brüche konnte ich keine finden, es schien aber hier mitten im WSW-ENE streichenden Alpenkörper eine Querfaltung aufzutreten.

Bei Gelegenheit einer erneuerten Begehung dieser Gebiete zum Zwecke der Gesteinsbestimmungen für die Splügentunnelprojekte und das Greinatunnelprojekt habe ich die sedimentären N-S streichenden Mulden und ihr Übergang in die gemeinsame nördliche Bündnerschiefermasse, sowie die Stellungsänderung der Gneissplatten in den Randteilen der Massivlappen nochmals etwas näher verfolgen können. Schon am genannten Orte habe ich mich 1891 trotz der querstreichenden Mulden nicht entschliessen können, wirklich von einer Querfaltung — einer Faltung nach zwei sich kreuzenden Richtungen in ein und demselben Gebiete — zu sprechen. Dies schien mir dem Prinzipe des Wellenbleches doch allzusehr zuwider zu laufen. Als aber Burkhardt nördlich des Klöntales Faltung in zwei Richtungen nachgewiesen zu haben glaubte, musste man doch an die Möglichkeit von Faltung in zwei Richtungen denken. Im Lichte der Schardt-Lugeon'schen Auffassung hat sich nun für die Verhältnisse zwischen Klöntal und Sihltal eine andere Lösung ergeben [1]), und ganz das Gleiche scheint mir für die Nordlappen des Tessinermassives zuzutreffen. Die Sache ist sehr einfach und in wenigen Worten gesagt.

Die Massivlappen sind weit ausholende, gegen Norden vorgestossene liegende Falten. Die mit den Alpen streichende nördliche Abbiegung ist die normale Nordstirn der im Süden in der grossen Gneissmasse wurzelnden liegenden Falten. Molaremassiv, Adulamassiv, Tambo (Liro) -Massiv, Surettamassiv sind verschiedene übereinanderliegende Faltendecken. Diese sinken alle im Streichen gegen Osten immer tiefer. Die zwischenliegenden Muldenzüge

[1]) Lugeon, Bull. Soc. Gèol. France 1901 p. 784 etc.

im Val Blenio, Bernardino Mesocco, Splügen-Lirotal haben als Muldenpackete kein Fallen, sie sind horizontal in der Alpenquerrichtung; dagegen sinken sie im Streichen gegen Osten. Dieses Sinken im Streichen, das ja örtlich als Fallen erscheint, ist kein Fallen, es läuft im Streichen der Falten. Die genannten Muldenzüge sind nicht Quermulden, sondern nur durch das Denudationsniveau in S-N Richtung entblösste Streifen der in der Tiefe viel weiter östlich durchgehenden, westlich aber abgewitterten Muldenplatten zwischen den Gneissdecken, und sie deuten eine tiefe Gliederung des Tessinermassives in verschiedene Stockwerke an, die alle flache übereinandergelegte Falten sind. Geht man in der Alpenstreichrichtung von Westen gegen Osten, so steigt man seitlich aus den tieferen Decken in die schuppenförmig darüberliegenden höheren. Die Westränder der Decken sind Abwitterungsränder, die Entblössungen der Mulden sind an Erosionstäler geknüpft. Gegen Osten stechen Decken und Mulden in die Tiefe hinab.

Gewiss lassen sich diese Falten mit denjenigen des Matterhorn und der Dent Blanche oder mit denjenigen des Simplon auch in gewissem Grade mit den Glarnerfalten vergleichen. Sie teilen aber mit jenen die Eigenschaft nicht, dass die Stirn nördlich eintaucht.

Wie weit südlich hinein die Trennung der krystallinen Faltendecken geht, ist nicht genau zu ermitteln. Im Val Blenio können wir sie vom Massivstirnrand ca. 12 km weit südlich verfolgen, dann tauchen die mesozoischen Sedimente unter den Talboden. Ob sie dort noch etwas weiter südlich gehen, ist unbestimmt. Die Mulde von S. Bernardino-Mesocco lässt sich vom Nordrand des Tambomassivlappens bis 20 km weit südlich finden. Ihre letzte erhaltene Spur sind die Marmore am Passo della Forcola, ihre abgewitterte südliche Verlängerung läge in der Luft. Die Splügenmulde habe ich ebenfalls auf 20 km südlich des Suretta-Nordrandes bis über Frasciscio zusammenhängend verfolgt. Vielleicht reicht sie noch etwas weiter südlich.

Die Hauptsache, besser wohl als viele Worte, um das Verhältnis der Massivlappen zu zeigen, ist das beiliegende Bild. Ich habe in demselben versucht, den Zusammenhang darzustellen, indem ich die verschiedenen Querprofile von West nach Ost vorschreitend übereinander so ordnete, wie man sie im Ballon von West nach Ost über die Gräte fliegend sehen würde. Gewiss ist die Darstellung in einigen Punkten etwas schematisch gehalten. Eine detaillierte Kartierung des Gebietes fehlt ja noch, und meine neueren Begehungen beziehen sich nur auf kritische Punkte. Lokale Unregelmässigkeiten wie z. B. die Kalkmulde an der Fuorcla Sorreda konnten in den beigegebenen

Profilen nicht überall berücksichtigt werden. Am stärksten gestört erscheint die Decke des Suretta-Stella-Massives, wo an der Ostseite des Aversertales die mesozoischen Sedimente nicht nur flach aufliegen, sondern in scharfen Mulden in das Porphyr-Massiv hinabgreifen. Von dieser mesozoischen Decke aus oder über sie weg entwickelt sich noch eine andere, das Massiv selbst weit überholende Ueberschiebung. Es ist diejenige, welche an den Splügener Kalkbergen und im Arosergebiete die alpine Trias auf den liasischen Bündnerschiefer setzt. In diesen Teilen ist unsere Zeichnung eine ganz vorläufige, die nur die Haupterscheinung der Massivlappen zeigen soll.

Bei dieser Gelegenheit will ich auch erwähnen, dass die Erkenntnis der liegenden Faltenüberschiebungen ein ganz neues Licht auf das Gebiet des Schams wirft, das mir ohne diese Erkenntnis 1891 noch derart rätselhaft erschien („Beiträge Bd. XXV. S. 377 bis 406), dass ich über jenen Abschnitt das Motto „Lieber zweifeln als irren" gesetzt habe. Ich dachte damals schliesslich an einen Facieswechsel innerhalb des Bündnerschiefer, es handelt sich aber um Ineinanderschachtelungen von Überschiebungslinsen. Möge Herr Dr. Otto Welter, der diese Regionen genau bearbeiten will, recht glücklich sein in der Auseinanderwicklung der dortigen Komplikationen.

Auch bei den Nordlappen des Tessinermassives kommt die allgemeine Erscheinung zur Geltung, dass die Unterfläche einer liegenden Falte oder einer Überschiebung — welche beide übrigens nur graduell verschieden sind, entsprechend einem gestreckten Mittelschenkel, ziemlich eben ist, während allerlei Störungen, sekundäre Faltung und Fältelung auf den oberen Teil, d. h. den Gewölbeschenkel beschränkt bleiben.

Als ein wichtiges Kriterium für diese Auffassung der Massivlappen im Gegensatz zu denjenigen als Querfaltung muss noch hervorgehoben werden: Während normal wie die Alpen streichende Abbiegung am Nordrand der Lappen in schönster Weise zu sehen ist und im Rücken z. B. des Surettamassives ebenso WSW-ENE streichende Sedimenteinfaltungen vorkommen, fehlt jede gegen Westen oder gegen Osten Knie bildende NS streichende Umbiegung. Schon vor 20 bis 25 Jahren habe ich solche vergeblich gesucht und im Sommer 1904 mich abermals davon überzeugt, dass nirgends Andeutungen der Art vorhanden sind. Im Besonderen habe ich mich 1904 und 1905 davon überzeugen können, dass die Mulden aus Bündnerschiefer und Dolomiten des Bleniotales und des Misox tief östlich unter die überliegenden Massive hineingreifen, dass sie nicht nur einer randlichen Überfaltung der Massivlappen entsprechen, sondern die vollständige Unterlage der Massivlappen bilden, und endlich dass

diese enggepressten Schichtpackete zusammenhängend allmählich in die normal streichenden mächtigen Bündnerschiefermulden, welche an der Nordfront der Massivlappen liegen, sich öffnen und erweitern. Zwar ist intensive Detailfältelung und Zerknitterung im Bündnerschiefer dieser Regionen stets vorhanden. allein es fehlt jede scharfe Abknickung oder jeder trennende Bruch zwischen den normalstreichenden und den S-N laufenden mesozoischen Zonen. Der Übergang ist ein allmähliger, vermittelter, indem zum Senken im Streichen gegen Osten allmählig noch ein wirkliches Fallen sich einstellt. Senkrechte Schichten streichen stets WSW-ENE. Das Streichen der einzelnen Schichten, lokal gemessen, dreht sich wohl, das Streichen der Falten aber bleibt regelmässig alpin. Es gibt hier keine Querfaltung.

Ob es überhaupt in einem Gebirge sich kreuzende Falten gebe, ist dadurch neuerdings sehr zweifelhaft geworden. Wenigstens haben sich bis jetzt alle aus den Alpen namhaft gemachten Beispiele anders gelöst [1]). Die Einheitlichkeit der Erdrindenbewegung, welche die Alpen geschaffen hat, tritt dadurch immer reiner und grösser hervor.

---

[1]) Verglichen z. B. Lugeon, Arnold Heim, Zeitschr. der deutschen geol. Ges. 1905. S. 105.



NNW.

Die nordöstlichen Lapp

Gneiss u. Krystall. Sch.

Rofna-Porph.

Verruc

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 Kilometer

m - Meerniveau für das betreffende Profil

P Curver

Gelbhorn

Pala da Tjern

Safiertal

Andeer

Rofna

Splüg. Kalkbg

Nufenen

P Aul.

Bärenhorn

Vals

Rheinwaldtal

Lugnez

m

m

P Terri

Adula - Massiv

P Valrhein

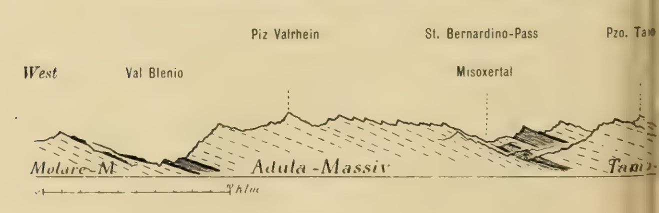
Greina

Gotthard - M.

Olivone

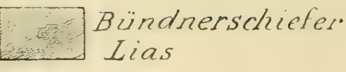
Molare - Massi

Schematisches Längsprofil durch die n



des Tessinermassives.

SSE.



1/150000

P. Grisch. P. Starlera Avers

uretta - Stella - Massiv

P.zo Stella

P. Tambo Valle St Giacomo

Pianazzo Frasciscio Campodolcino Moesa

Tambo - Massiv

Passo d. Forcola

Valle Mesolcina

S. Bernardino

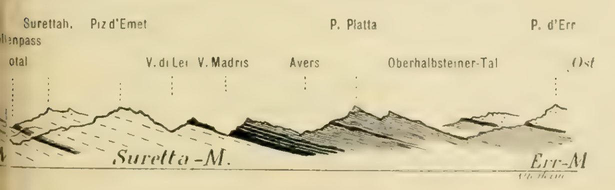
Mesocco Soazza

Blenio

sco

gez. v. Alb. Heim.

lichen Lappen des Tessinermassivs.



Geologische Nachlese.

Von

ALBERT HEIM.

Nr. 18.

Die vermeintliche „Gewölbeumbiegung des Nordflügels der Glarnerdoppelfalte" südlich vom Klausenpass, eine Selbstkorrektur.

(Hiezu Tafel V und VI.)

---

1. Einleitung.

In der Nachlese „Nr. 17" habe ich einleitend den Rahmen angedeutet, in welchem sich auch diese „Nachlese" bewegt. Im besondern kommt hier noch in Betracht, dass die Klausenstrasse an sonst sehr schwierig zugänglichem Gehänge Zutritt und Aufschlüsse und auch in der Höhe gute Unterkunft geschaffen hat, und dass der enorme Rückgang der Gletscher und besonders der Firnfelder am Griesstock und Scheerhorn zusammenhängende Beobachtung da ermöglicht hat, wo früher nur einzelne Felsköpfe aus dem Schnee auftauchten.

Wir waren früher immer in dem Irrtum befangen, die Wurzel eines überliegenden Gewölbes sei in der Richtung, nach welcher die Schichten hinabfallen, die Gewölbestirn dagegen in der Richtung des Aufstieges zu suchen. Es war dies einfach ein Ausfluss der Tendenz, von der Natur stets das Einfachste vom Möglichen zu erwarten. Die scheinbar einfachere Erklärung gilt als die wahrscheinlichere. Das war schon bei Escher die Veranlassung dazu, die grosse Glarnerfalte als eine Doppelfalte aufzufassen in dem Sinne, dass über einer relativ gesunkenen Region von Norden her ein flach südlich ansteigendes Gewölbe, von Süden her aber ein flach nördlich ansteigendes einander entgegengeschoben worden sind bis beinahe zur Berührung ihrer Umbiegungsscheitel. Westlich stellte sich zwischen die beiden Teile das Aarmassiv hinein. Der Gedanke, alle Gebirge nördlich der Linie Klausenpass—Elm—Vättis bis hinaus mit dem Säntis seien von Süden her über das Zentralmassiv überschoben, wäre damals als wahnsinnig erschienen. Recht beweisend für die Auffassung der Doppelfalte schien mir nun ferner das sichtbare gegen Süd gerichtete Umbiegungsknie zu sein, welches der Malmkalk der Balmwand am Griesstock gegen das Scheerhorn hin macht, während der normale Malmkalk von Windgälle-Tödi mit seinem gewaltigen Auf-

schwung zur Brücke über das Zentralmassiv hinauf durch eine Masse von Eocaen deutlich vom Griesstockmalm getrennt ist. Der Balmwand—Griesstockmalm erschien mir in Zusammenhang mit der Malmplatte am Nordabhang des Kammerstockes und mit dem Lochseitenkalk, er war für mich der gegen das Umbiegungsknie hin verdickte Lochseitenkalk, und die älteren Kernschichten der Glarnernordfalte, nämlich Dogger, Lias, Röthidolomit, Quartenschiefer, blieben streng nördlich des Balmwand — Griesstockmalm zurück, der sie südlich zu umwölben schien („Mechanismus“ Bd. I. S. 170 bis 173). Manchmal stand ich vor der Frage, wo sind Nord- und Südfalte voneinander zu trennen. Escher und Theobald hatten den Hausstock zur Südfalte genommen, ich nahm ihn zum Kärpfstock auf die Nordseite. Zwischen Sardona und Foostock konnte zwar kein Zweifel über den Ort der Trennung bestehen, aber hier stellte ich mich oft selbst vor die Frage, ob da nicht Zusammenhang gewesen sein müsste und ob nicht am Ende die Doppelfalte bloss eine Falte sei. Die gegen Norden gewendete knieförmige Aufbiegung des Lochseitenkalkes am Zwölfihorn und das verstellte Niveau der Verrucanoüberlagerung zwischen Sardona und Ruchenfoostock halfen mir auch hier wieder über die Schwierigkeiten einer Doppelfalte hinweg.

Marcel Bertrand publizierte sodann im Februar 1884 im Bulletin de la Société géol. de France auf Grundlage meiner Beobachtungen und eines Vergleiches der Lagerungsverhältnisse im „bassin houiller du Nord“ mit denen des Kantons Glarus, ohne selbst dort gewesen zu sein, seine Hypothese von der einen Glarnerfalte an Stelle der Doppelfalte. In dieser Schrift findet sich der vortreffliche Gedanke ausgesprochen, dass gerade die Überlastung der Erdrinde durch die Überschiebungsplatten zu dem Einsinken der liegenden Falte in ihrer Stirnregion geführt haben möge. Bertrand geht in seiner Schrift noch weiter. Er sucht den Ausgang des Flysch von Sernfthal und Linthal erst am Nordrand der Kreideketten und bezeichnet in seiner Kartenskizze Glärnisch, Mürtschenstock, Churfirsten und Säntis als „Lambeaux de recouvrement“. Er schliesst mit dem Satze: „. . . laisse présumer qu'il y a là une règle générale, et que le résultat de la contraction du globe par refroidissement est non seulement le plissement de l'écorce, mais l'écoulement et le déversement du centre de la zone plissée“.

Damals habe ich die Betrachtung von Bertrand nicht erfasst. Es schien mir zu vieles entgegenzustehen. Heute erfüllt mich sein Seherblick mit Bewunderung.

Als Suess 1892, aus der Umgebung von Elm zurückkommend, mich in Zürich besuchte, und mir vor dem geologischen Relief des

Gebietes stehend, seine unabhängig von Bertrand gewonnene Überzeugung mitteilte, die Glarnerdoppelfalte sei nur eine einzige von S kommende liegende und mit der Stirn nördlich abtauchende Falte, da waren es wieder besonders zwei Schwierigkeiten, die mir entgegen zu stehen schienen: 1. Wo hinaus soll sich dann der geschlossene Sack des Linthaler und Sernfthaler Eocaen öffnen? Er hat ja keinen Ausweg mehr, denn am Mürtschenstock steigt alles normal aus der Tiefe südlich hinauf — dass dies unter dem Säntis durch stattfinden könnte und auch der Säntis auf Eocaen schwimme, blieb unerörtert; 2. Das Umbiegungsknie der Nordfalte ist im Griesstock direkt sichtbar (Mechanismus Bd. I. S. 173 und Profile VII, VIII und IX, und „Beiträge z. geol. K. d. Schweiz, Lfg. XXV, Profil 4, Taf. I)[1]).

Auf diese Einwürfe antwortete Suess: „Diese Widersprüche werden sich vielleicht anders lösen. Wir sind erst am Anfang der Erkenntnis dieser tektonischen Erscheinungen, es kommt vielleicht noch ganz anders.“ Ich bat ihn dann, seine Ideen darüber zu veröffentlichen, das werde zu abermaliger Untersuchung des Gebietes anregen. Er antwortete: „Nein, das müssen Sie dann selbst tun, wenn Sie auch zu dieser Überzeugung gekommen sein werden.“

Ich selbst blieb überbürdet mit Pflichten, Mühsalen und Komplikationen. Jahrelang konnte ich keinen Tag erobern, um nach eigener wissenschaftlicher Lust im Gebirge zu beobachten, zu forschen. Und doch lag mir die Sache stets im Sinn. Ich hatte nun Aussicht, dass einer meiner Spezialschüler sich der Frage tüchtig annehmen werde und ich erwirkte zu dessen Ermunterung die Ausschreibung einer Preisaufgabe der Schläflistiftungs-Kommission der Schweiz. naturf. Gesellschaft auf den 1. Juni 1896 über die Frage, ob die Glarnerdoppelfalte wirklich aus zwei Falten bestünde oder bloss aus

[1]) Ausserdem hatte ich noch theoretische Bedenken. Ich glaubte gezeigt zu haben, dass die Glarnerdoppelfalte gewissermassen ein negatives, d. h. nach unten gefaltetes Zentralmassiv sei, welches in seinem Betrag des Zusammenschubes, den ich zu bemessen versuchte, das Aarmassiv gegen Osten ablöse. Diese auf die Erscheinungen der Streichrichtungen und das vermeintlich rasche Teilen und Abnehmen der Doppelfalte gerade da, wo das Aarmassiv hineintritt, gegründete Auffassung zu verlassen, fiel mir schwer. Bei dieser Gelegenheit sei mir noch eine Bemerkung gestattet. Im „Mechanismus der Gebirgsbildung“ 1878 hatte ich auf Grundlage der bis damals vorhandenen Querprofile durch die Alpen den Gesamtzusammenschub in der Erdrinde, welcher die Alpen faltete, auf wenigstens 120 km geschätzt. Selbstverständlich war dies eine ganz vorläufige Schätzung und auch nur als solche gegeben. Es ist einleuchtend, dass bei unserer jetzigen Erkenntnis der Überfaltungsdecken an Stelle der früher ausschliesslich autochthonen Falten diese Zahl wenigstens verdoppelt, vielleicht verdreifacht oder vervierfacht werden muss. Leider hat aber diese fast 30 Jahre alte ungefähre Schätzungszahl von 120 km gerade in einigen neuesten Auflagen geologischer Lehrbücher wieder unverändert Eingang gefunden.

einer. Meinen jungen Freund instruierte ich und empfahl ihm nach einem genauen Studium der Kontakterscheinungen des Eocaens am Lochseitenkalk, von denen ich hoffte, dass sie die relative Bewegungsrichtung des Hangenden stets verraten, besonders die Prüfung des Malm von Balmwand-Griesstock südlich am Klausenpass. Kaum begonnen, wurden die Untersuchungen wieder abgebrochen, weil dem jungen Geologen eine mehrjährige Stellung in Argentinien angeboten worden war, und die Preisfrage blieb ungelöst.

Endlich gelang es mir, in der Person meines ehemaligen Schülers Herrn J. Oberholzer, Lehrer in Glarus, einen vortrefflichen Mithelfer zu finden. Manche Tage stiegen wir zusammen im Glarnerlande herum, zuerst im Gebiete der grossen Bergstürze (Beiträge zur geol. Karte der Schweiz, II. Serie, 9. Lieferung); dann am Südabhang des Glärnisch, am Schilt, Klausen-, Panixerpass etc. Als Herr Oberholzer mehr und mehr Sicherheit in der Beobachtung erlangt hatte, liess ich ihn selbständig weiter arbeiten, und ging mit ihm nur noch hie und da in schwierige Gebiete. Bald wird unsere 1 : 50 000-Karte des Linthgebietes in Druck gelangen können. Sie ist zu über drei Vierteilen seine Leistung.

Unterdessen hatte Rothpletz das Gebiet mit erfundenen vertikalen Grabenversenkungen durchsetzt und mit aus allen Himmelsgegenden, sogar von Osten kommenden Überschiebungen bedacht. („Das geotektonische Problem der Glarneralpen“ 1898.) Manche gute Beobachtung ist darin mitenthalten, manches hat Rothpletz zuerst gefunden, manche Überschiebung zuerst erkannt, auch einige Male mich richtig korrigiert (Kreide nicht Dogger auf dem Flimserstein, Kreide ob Leuggelbach etc.). Ich zolle ihm dafür alle Anerkennung! Allein wir mussten doch uns das Programm stellen, das ganze Gebiet, vollständig unbeeinflusst durch diese Publikationen, vertieft zu untersuchen und in 1 : 50 000 geologisch zu kartieren, denn leider hat Rothpletz seine guten Beobachtungen und Schlüsse mit einem Mehr von Irrtümern und Erfindungen so fürchterlich verhackt, dass ein Auseinanderlesen unmöglich ist.

Der Fortgang unserer gemeinsamen Untersuchungen im Linthgebiet wie meine neuen Begehungen im Säntis hatten uns nun mehr und mehr vorbereitet, die eigentlich schon von Bertrand vorgezeichnete Schardt-Lugeonsche Auffassung nach einer langen eingehenden mündlichen Darlegung durch Lugeon in Zürich 1901 als ein neu aufgegangenes Licht zu empfinden, das uns manche Rätsel in unsern eigenen Beobachtungen auf einen Schlag löste. (Bulletin Soc. géol. de France 1901, S. 823 etc. Lettre ouverte de Heim à Lugeon.) Davon, dass die Glarnerdoppelfalte nur eine von S nach

N überliegende Überschiebungsfalte sei, hatte ich mich allmählich überzeugt und an die Konsequenzen mich allmählich gewöhnt. Meine früher gegebenen Profile durch die Glarnerdoppelfalte, alles was ich über die Beschaffenheit des ausgewalzten Mittelschenkels, die Lagerung des Eocaens darunter etc. beobachtet hatte, blieb ja bestehen. Nur die punktierten Linien, welche den ursprünglichen Zusammenhang andeuten sollten, waren zu verändern, und das Phänomen überliegender Falte mit ausgewalztem und zerrissenem Mittelschenkel, das Viele zunächst als eine blosse Phantasie von mir angesehen hatten, stand noch viel gewaltiger vor unseren Augen, als ich es mir vorzustellen gewagt hatte. Dass im einzelnen eine noch eingehendere Prüfung noch viele bisher übersehene Verwicklungen nachweisen könne, und dass es vielleicht überhaupt niemals möglich sein werde, das ungeheure Phänomen der Glarnerfalte in allen Teilen ganz vollständig zu erkennen, war mir selbstverständlich.

Auch für Lugeon war die Malmumbiegung am Griesstock ein Stein des Anstosses, (Bulletin Soc. géol. de France, Lugeon »les grandes nappes de recouvrement« S. 777); auch für mich stand er im Wege. Es galt also, denselben genauer zu prüfen.

Im Sommer 1905 meldete mir zuerst Herr Oberholzer, er habe bei den Hütten von Unterbalm am Klausenpass gefunden, dass der Lochseitenkalk und der Balmwand — Griesstockmalm stellenweise durch einen schmalen Streifen Nummulitenkalk getrennt seien, der Balmwand — Griesstockmalm sei also nicht eine Verdickung des Lochseitenkalkes, wie ich früher angenommen hatte! Darauf beging ich im Sept. 1905 zusammen mit Herrn Oberholzer und meinem Sohne Klausen und Griesstock. Ferner verbrachte ich im Sept. 1906, zum Teil begleitet von meinem Schüler Ed. Blösch, zum Teil allein, abermals eine Anzahl strenger Exkursionstage am Kammligrat, zwischen Griesstock und Scheerhorn, im Brunnital — Griestal im Urnerbodengebiete. Die Frage des Griesstockmalm ist dadurch endgültig entschieden zu gunsten der Einheit der Glarnerfalte, der „Stein des Anstosses" ist weggeräumt. Freilich, eine detaillierte Kartierung dieser enorm verwickelten Gegend wäre nur möglich auf Grundlage einer viel genaueren Karte in bedeutend grösserem Masstabe, 1 : 50 000 genügt hierfür durchaus nicht. Ich will versuchen, mit Hülfe von Profilskizzen und Ansichten die Verhältnisse klar zu legen. Der Leser wird am besten folgen können, wenn er ausser den beiliegenden Tafeln Nr. V und VI die 1 : 50 000-Blätter des eidgen. Atlas Nr. 403 und 404 gleichzeitig vor Augen hat.

2. Die Trennung der Balmwand vom Lochseitenkalk.

Der alte Klausenpassweg entsteigt dem Eocaenboden im circusförmigen Hintergrunde des Schächentales mit seinem herrlichen Wasserfall („Stäuber") in steilen Zickzacklinien sich östlich ziehend und übersteigt nun die aufliegende Balmwand bis hinauf zu den Hütten von Balmalp—Unterstaffel. Die neue Klausenstrasse dagegen nimmt einen grossen Teil der Höhe weiter talauswärts durch die Kehre Unterschächen—Urigen auf dem Eocaenboden der Nordseite des Tales und zieht sich von da mit gleichmässiger Steigung auf ca. 3 km Länge stets nahe an der Oberkante des Malm der Balmwand hin — bald in den Malmkalk eintretend, meistens die aufliegenden Schichten anschneidend. Der klarste Aufschluss an der Klausenstrasse, von dem wir denn auch hier ausgehen wollen, liegt bei ca. 1700 m unter den Hütten von Oberbalm, gerade da, wo die von Westen gegen Osten hier sanft sinkende ausgehende Oberkante des Lochseitenkalkes die gegen Osten ansteigende Strasse trifft und von ihr angeschnitten wird. Hier zeigt der Lochseitenkalk die typischen Erscheinungen, wie wir sie überall im Sernft- und Linthgebiete finden: Oberkante eine auffallend ebene ca. 15° gegen N fallende Fläche, Mächtigkeit von Schritt zu Schritt sehr wechselnd von 2 bis ca. 20 m, meistens um einige wenige Meter, Unterfläche uneben mit vielen bald rundlichen, bald zackigen meistens gegen S gekehrten Ausbuchtungen, oft von Rutschflächen umschnitten. Der Lochseitenkalk ist an der Strasse unterlagert von einem wechselvoll gestellten enorm gekneteten geschleppten, bald mehr fälteligen, bald linsig zerdrückten, bald von Clivage und geschlepptem Clivage durchsetztem eocaenem Schiefer. Unter ca. 30 m Eocaenschiefer folgt schöner Nummulitenkalk. Der Lochseitenkalk selbst ist hier im Handstück ununterscheidbar von vielen Stellen im Kärpfgebiete und hie und da genau so weiss und grau sehnig gewunden wie an der Lochseite selbst. Durchweg ist er fleckig marmorisiert von ausgezeichneter schlieriger Knetstruktur. Auf das, was unter dem Eocaen folgt, kommen wir nachher zu sprechen. Wenden wir uns erst gegen Osten nach Unterbalm.

Die Oberkante des Balmwandmalm erweist sich hier wie fast überall als sehr uneben. Gerade im NE-Winkel des Talcircusrandes, an dessen Oberkante wir uns befinden, sticht ein Keil von Eocaenschiefer ein Stück weit in die Balmwand hinab, ein anderer folgt bei den obersten Windungen des alten Passweges an der Balmwand. Ich habe diesen letzteren 1872 irrtümlich für einen Keil des aufliegenden Lias und Doggerschiefer gehalten, der südlich von Malmkalk umhüllt sei („Mechanimus Bd. I S. 172 und Profil VIII). Wie

es aber gekommen ist, dass er in der geologischen Karte 1 : 100 000 Blatt XIV mit der Farbe des Quartenschiefers und Röthidolomites bemalt und dieser Fehler unkorrigiert geblieben ist, ist mir heute rein unerklärlich.

Kommen wir nun den alten Klausenpassweg aus dem Eocaen beim Stäubifall herauf über die Balmwand, zu den Hütten von Balm, zum Bach bis 1732 m und von da zum Hotel an die Strasse hinauf, so beobachten wir von unten nach oben folgendes, durch die Skizze Fig. 1 Tafel VI erläutertes Profil:

1. Malmkalk in der Bachfurche schon von ca. 1300 m an aufwärts und, zwar oft verschüttet, bei den mittleren Kehren des Weges von ca. 1500 bis 1700 m. Der Malmkalk ist massig, strichweise ziemlich stark marmorisiert und hellgrau, wachsartig durchscheinend nach Art des Troskalkes, er hat aber niemals die ausgeprägt schlierige Knetstruktur des Lochseitenkalkes, und strichweise geht er in ziemlich normalen Hochgebirgskalk (Quintnerkalk) über.

2. Bei etwa 1680 m tritt der oben erwähnte schieferige Keil in die Malmwand hinab. Der Weg benützt zum Teil die Grenzfuge desselben am unterliegenden Malm und das Schieferband selbst. Im unteren Teil des Keiles nördlich des Weges ist Kieselkalk, am oberen Rand eine Bank erfüllt mit verkieselten Austern, sie kreuzt den Weg und lässt sich in flacher Lage auch nördlich des Weges verfolgen. Es sind die Bänke des obersten Neocom mit der Exogyra sinuata (?).

3. Darüber folgt heller grauer marmorisierter Kalk an den paar obersten Zickzack des Weges und bis unter die südlichen Hütten von Unterbalm. Diesem Kalk fehlen die Knetschlieren des Lochseitenkalkes, aber auch die Übergänge in dunkle Varietäten. Zuerst hatten wir ihn für Malmkalk angesehen, nachher habe ich mich davon überzeugt, dass dies der Schrattenkalk ist, die Fortsetzung desjenigen, der auch an der Strasse westlich Balm entblösst ist. Mächtigkeit schwierig zu schätzen, ca. 10 m. Der Schrattenkalk taucht gegen Osten im Talboden von Unterbalm unter und bleibt östlich verdeckt.

4. Nummulitenkalkstein, 2 bis 20 m dem Schrattenkalk direkt aufliegend oder anliegend, rauh, braun, gelb anwitternd. Die Grenze zwischen beiden taucht steil hinab. Bei 1732 m zwischen den beiden Hüttengruppen ist der Nummulitenkalk am Bache leicht zu sehen.

5. Lochseitenkalk, 2 bis 6 m mit ausgezeichneter Marmorisierung und Knetstruktur, und hie und da mit Knollen, Linsen oder Schlieren von Kiesel, die ebene Oberkante ca. 15° Nord fallend, die Unterfläche wie immer uneben mit eocaenen Schiefern und Num-

mulitenkalken verknetet. Im östlichen Teil des Kessels von Unterbalm tritt der Lochseitenkalk auf die Südseite und der Bach läuft dort zwischen Lochseitenkalk und Rauhwacke.

6. Einige Zwischenlagen roter Mergelschiefer, Vorläufer der Quartenfacies, weiter westlich unter Nossen bis 3 m stark.

7. Rauhwacke, Zellendolomit, zerreiblicher, gelber, zuckerkörniger Dolomit, 4 bis 6 m. Darauf stehen die nördlichen Hütten von Unterbalm.

8. Dünne Einlagerung von violettem Schiefer, abermals Vorläufer der Quartenschieferfacies, die ja an vielen Orten die ganze Röthidolomitgruppe (helvetische Trias) durchsetzt.

9. Dichter Röthidolomit, reich an Quarzausscheidungen von unregelmässiger Form, sehr rauh angewittert, etwa 3 m mächtig.

10. Rote Mergelschiefer, fast blutrot, Quartenschiefer über 10 m.

11. Weisse und rote Quarzite mit Brocken von Röthidolomit, noch zum Quartenschiefer gehörend, finden sich mehrfach im Quartenschiefer und besonders in seinem oberen Teil, 1 bis 3 m — ebenso an der Klausenpasshöhe.

12. Lias-Quarzsandstein und Schiefer an der Strassenkehre bei 1767 m und hinauf beim „Hotel Klausenpasshöhe" etc. Der Lias besteht hier aus schillernden Tonschiefern in mannigfaltiger Wechsellagerung mit Kalkbänken und Quarzitsandstein. In manchen Abänderungen erinnert er an Bündnerschiefer. Etwas über der Stelle, wo jetzt das „Hotel Klausenpasshöhe" steht, habe ich vor 34 Jahren einen sehr schönen Arietites raricostatus in dunklem Kalkschiefer dieses Lias gefunden, diesmal nur Stielglieder von Pentacrinus.

Alle diese Schichtgruppen Nr. 6 bis 12 liegen vollständig concordant auf der Oberseite des Lochseitenkalkes.

13. Darüber hat sich ein kleiner Bergsturz aus Malmblöcken geworfen.

Hier also bei Unterbalm tritt der Balmwandkalk nahe an den Lochseitenkalk heran. Zwischen beiden bleibt aber bei 1732 m doch eine Trennung, bestehend aus einigen Metern verworren gelagertem Schiefer und gelbbraunem rauhem Kalkstein, welch letzterer mit Nummuliten dicht erfüllt ist. Und ausserdem erweist sich der obere Teil der Balmwand hier nicht als Malm, sondern als Schrattenkalk. Diese Trennung hatte ich 1872 übersehen. Wie das kommen konnte, wurde mir weiter östlich im Tälchen gegen die Klausenpasshöhe und noch mehr zwischen Klausenhöhe und Glaridengletscher und bei Vorfrutt, wo ich 1872 herumstieg, verständlich, indem dort hie und da das trennende Eocaen und die Kreide aussetzten und der Malmkalk

der Balmwand direkt an die Unterfläche des gegen Nord abfallenden Lochseitenkalkes anstösst. Geht man über solche Stellen, so hält man notwendig Lochseitenkalk und Balmwandmalm für eine Masse.

Wir haben nun die Trennung über die Klausenpasshöhe und gegen den Glaridengletscher zu verfolgen versucht. Hie und da ist sie gut sichtbar, manchmal verdeckt. Noch vor der Klausenpasshöhe taucht der Balmwandkalk in schiefem Winkel östlich unter den Lochseitenkalk und bald ebenso die überliegenden Bänke von Eocaen und von Seewerkalk. Sie sind schief an der Unterfläche des Lochseitenkalkes abgeschnitten. Unbekümmert um alle Wechsel an der Unterfläche steigt die ebene Oberkantfläche des Lochseitenkalkes gegen Süden auf. Der Lochseitenkalk ist südlich der Klausenpasshöhe in ansteigenden Lappen, noch bedeckt von Röthidolomit und etwas Quartenschiefer, erhalten und dann streicht er in die Luft hinaus über die Glariden hinaufzielend. Unten bei Vorfrutt aber sind Malmkalk und Lochseitenkalk völlig verwachsen.

Gehen wir wieder zu derjenigen Stelle an der Strasse zurück, wo der Lochseitenkalk auf die Nordseite der Strasse tritt. Seine Oberkante lässt sich gegen Westen als ebene Platte verfolgen. An manchen Stellen, z. B. in der Schlucht zwischen Heidmannsegg und Mettenen ist die überliegende Schichtreihe: Röthidolomit, Quartenschiefer, Lias wieder gut zu beobachten, der Lochseitenkalk liegt dort bei ca. 1820 m. Der Zwischenraum von Lochseitenkalk und Balmwand wird westlich grösser, indem der erstere höher steigt, die letztere ungefähr mit der Strasse tiefer sinkt. So sind aus den wenigen Metern Nummuliten-Zwischenlagerung bei den Hütten von Unterbalm nun über dem Tunnel der Klausenstrasse am Westende der Balmwand etwa 230 m Vertikalabstand geworden.

3. Die Unterkante des Balmwand—Griesstockmalm im Schächental.

Die Balmwand bildet vom Klausenstrassentunnel, 1519 m, bis zum Griesstock im Grundriss ein grosses Hufeisen, das zugleich der Circusabschluss des Schächentales ist. Dabei steigt die mächtige Platte der Balmwand von N gegen S an und erreicht zunächst im Griesstockgipfel, 2666 m, einen Höhepunkt. An der Nordseite ob Wanneli ist die Balmwand etwa 175 m hoch, im Hintergrund des Circus unter der Kammlialp übersteigt die Gesamtmächtigkeit des Malm der Balmwand 300 m, wovon die unteren über 100 m völlig senkrechte Wand bilden. Unter dem Griesstockgipfel ist der Malm etwa 250 m stark.

Manchmal ist die Unterkante der Malmwand von Schuttkegeln verhüllt, dazwischen, besonders an vorspringenden Felscoulissen oder in Bachfurchen ist die Untergrenze in aller Schärfe entblösst. Sie verläuft ziemlich eben, nur wenig wellig, also ganz anders als die Unterseite des Lochseitenkalkes. Meist treffen wir auch hier Rutschflächen an der Unterseite. Das Liegende sind eocaene Schiefer und Quarzitsandsteine — kein Nummulitenkalk wurde in direkter Berührung getroffen, und mit Ausnahme bei Wanneli konnte keine Kreide zwischen dem aufliegenden Malm und dem unterliegenden Eocaen gesehen werden. Am Nordabhang des Schächentalhintergrundes treten in zwei Furchen östlich Wanneli aus der Grenzfuge über dem Eocaen bei ca. 1320 m Quellen hervor. Die Eocaenschichten liegen im ganzen der Kontaktfläche annähernd parallel, Abweichungen sind nicht auffallend und lokalisiert. Die scharfe Grenze zwischen aufliegendem Malmkalk und unterliegenden eocaenen Schiefern und Sandsteinen durchsetzt bei 1980 m den Weg zwischen Kammlialp und Oberalp, steht an der NW-Ecke des Griesstock bei ca. 2340 m und endlich am Fuss der nach SSW gerichteten Kante des Griesstocks bei ca. 2200 m, dann aber verschwindet sie unter mächtigen Moränen und unter dem Lammerbachgletscher. Aufsteigend gegen Osten auf alten Seitenmoränen an der Südflanke des Griesstocks und später auf dem langen schmalen, ziemlich zerrissenen Gletscher haben wir stets nördlich den Malmkalk des Griesstock, südlich die eocaenen Sandsteine und Schiefer der Wände des Kleinruchen und Scheerhorn. In den letzteren sind massenhaft Bänke von prachtvoll lauchgrünen Taveyanaz-Diabastuffen vertreten. Die Grenze zwischen dem Malmkalk und dem Eocaen taucht endlich in senkrechter bis steil S fallender Stellung am obersten Rande des Lämmerbachgletschers an den Wänden des Kleinscheerhorns wieder aus Schnee und Eis hervor. An die fast senkrechten Platten des Malmkalk auf der Nordseite. die hier den zackigen unübersteigbaren Scheidegrat zwischen Lammerbachgletscher und Griesgletscher bilden, legt sich südlich konkordant ein Komplex von dunkeln Schiefern und dann die grosse Masse der bankigen Sandsteine und Taveyanazgesteine bis hinauf an das jetzt recht schwierig gewordene Pässchen „Scheerhorngriggeli“. Die Nummulitenschichten, wie sie z. B. in der Region des Seewelisees auf dem autochthonen Malm und unter den Taveyanazgesteinen liegen, bleiben offenbar südlicher und in tieferem Niveau, und treten nirgends an den Griesstock hinan. Letzterer hat gar keine Verbindung mit dem autochthonen Malm der Windgällen—Scheerhornkette.

Wir kehren später in unserer Darstellung an diese Stelle zurück.

4. Die Oberseite der Balmwand.

Schon im „Mechanismus“ habe ich als den Charakter der Oberseite der Malmwand am Griesstock auf dem Malm aufliegende Kreide, Fältelung und Clivage angegeben. Unsere neuen Beobachtungen bestätigen dies in noch weiterem Umfang. Die aufliegende Kreide reicht im oberen Teil der Balmwand weiter bis an ihr nordwestliches Ende, wo ich sie früher nicht gekannt habe, und einige der scharfen nördlich überliegenden Fältchen können als Überschiebungsschuppen bezeichnet werden. Ausnahmslos besteht auch hier in aller Verwicklung die eine grosse Harmonie ungetrübt: die Fältchen und Überschiebungen sind alle gegen Norden gewendet. Eines dieser nördlich überliegenden Fältchen bildet am Griesstock den Gipfel, 2730 m. Ein anderes sendet einen Malmkeil über den sogenannten Munggenbändern nördlich aufwärts. Eine Aufschiebfläche durchsetzt nördlich der Kammlialp die ganze Malmwand. Nach mehrfachem Wechsel von Malm, Kreide und Eocaen folgt die durch das Neocom am Zickzackweg charakterisierte Störung, dann sticht ein Eocaenkeil unter Oberbalm und ein zweiter in den Bachschluchten oberhalb Wanneli, letzterer durch die Strasse in die Malmwand hinab. Der Strasse entlang sind diese kleinen Faltungen oder schuppenförmigen S-N-Überschiebungen durch die Aussenfläche des Gebirges sehr schief angeschnitten. Unmittelbar bei dem Strassentunnel am Windeggen, 1519 m, liegt das Westende der Balmwand. Sie erscheint hier wie eine blosse Schale angeklebt an das Gehänge und direkt am Westausgang des Tunnels von Nummulitenkalk hinterhüllt. Am oberen Tunnelausgang dagegen kommen hinter dem Malmkalk steil gestellte Platten heraus von vielleicht Valangienkalk, dann Neocomkieselkalk und Neocomschiefer. Etwa 150 m hoch über dem oberen Tunnelausgang zeigt sich ein heller Felskopf mit braunem Dach. Vom Malmkalk des Strassentunnels aufsteigend, kommt man über Kieselkalk mit einigen Toxasterdurchschnitten und Belemniten zu Mergelschiefern voll verkieselter Austern. Wer das Gebiet durchsucht hat, erkennt darin sofort das Oberneocom mit Ostraea sinuata und macroptera. Die weisse Wand darüber, ca. 20 m mächtig, ist ein weisser marmorisierter Schrattenkalk mit marmorisierten, requienienförmigen Schalen und wesentlich anderem Ansehen als der Malmkalk. Wie bei Balm liegt dicht auf dem Schrattenkalk als das braune Dach Nummulitengestein, und dann noch 100 m hoch anderes Eocaen bis wir an die Unterlage des Lochseitenkalkes hinaufkommen. Schrattenkalk und Neocom streichen östlich zur Strasse hinab, dagegen sind sie westlich der Bachfurche, unter welcher der Strassentunnel durchgeht, auch nicht mehr zu finden. Die Balm-

wand und ihre Begleiter hören hier auf, wie dies auch die 1/100 000-Karte Bl. XIV richtig angibt — überlagert, nach Neocom und Schrattenkalk von Eocaen, umlagert von Eocaen, unterlagert von Eocaen. Sie hat keinen Zusammenhang mit dem Lochseitenkalk oben, keinen mit dem autochthonen Malmkalk unten bei Unterschächen, die Balmwand schwimmt im Eocaenen; sie ist ein verfalteter, auf ihrer Oberseite unregelmässig von Kreide begleiteter Malmfetzen.

Vom Strassentunnel bei 1519 m weg aufwärts gegen die Alpen von Balm ist die Strasse auf über 2 km Länge in meistens steil nordfallendes Neocom und Schrattenkalk eingeschnitten. Die Mächtigkeiten sind schwer zu beurteilen, mögen aber für diese beiden Kreidestufen 50 m erreichen. Gault und Seewerkalk haben wir hier nicht gefunden. An dem Strasseneinschnitt beobachtet man eine Lage von etwa 10 cm fein zerriebenem Gesteinsmaterial auf der mit Rutschflächen versehenen Trennungsfuge zwischen Schrattenkalk und dunklem Nummulitenkalk.

Über das Neocomien und den Schrattenkalk bei den obersten Zickzack des alten Klausenpassweges unter den Hütten von Balm haben wir schon berichtet. Sie erreichen zusammen ca. 50 m, Gault und Seewerkalk fehlen auch hier vollständig.

Beim Aufstieg von der Balmalp nach Kammlialp wechselt merkwürdigerweise der Charakter der aufliegenden Kreide. Hier war kein Neocom mehr zu finden, Schrattenkalk nur unsicher, dagegen ein völliges Gemenge von Malmkalk, Seewerkalk, Nummulitenkalk und Eocaenschiefer, als hätte man die Schichtplatten wie ein Kartenspiel gemischt. Auf der Höhe der Kammlialp hat auch dies ein vorläufiges Ende. Der Malmkalk bildet prachtvolle Karrenflächen und hält ohne Zwischenlagerungen an den Gehängen gegen Westen bis an den Fuss der mächtigen Balmwand aus.

Bei horizontaler Schichtlage bei der nördlicheren Hütte der Kammlialp (2050 m) notierte ich in Übereinstimmung mit der früheren Darstellung folgendes Profil von oben nach unten:

Gelbe Nummulitenkalksteine
0,5 m Mergelschiefer, darüber kleine Quellen
0,8 bis 1 m heller marmorisierter Kalk (Seewerkalk oder Schrattenkalk?) damit verbunden einige Linsen echten Seewerkalkes
0,5 m Grünsandmergel (Gault?)
Troskalk, Malmkalk 300 m.

Die bei der Hütte liegenden grossen Blöcke, welche halb aus Seewerkalk, halb aus wie angeschweisstem Nummulitenkalk bestehen,

sind von den nächsten überliegenden Felsen des Kammligrates gestürzt und waren nicht in direktem Zusammenhang mit den Balmwandgesteinen.

Bei den nur weniger südlicheren Hütten der Kammlialp treffen wir abermals einen scharfen stratigraphischen Kontakt in horizontaler Schichtlage und ohne irgend welche Verschiebungs- oder Überschiebungsmerkmale. Dort ist das Profil von oben bis unten:

Gelbangewitterter Nummulitenkalk einige Meter
0,8 m kieseliger gelber Kalkstein mit Nummuliten
0,5 m dunkler Kalkstein (Eocaen)
1,0 m helle und dunkle Thonschiefer (Eocaen)
1,0 m helle Flyschmergel, vielleicht obere Kreide repräsentierend
darunter Malmkalk (Troskalk).

Es ist recht auffallend, dass die an der Strasse so mächtige untere Kreide hier fehlt.

Wir gehen weiter an der Oberkante der Malmwand gegen Süden. Der Weg von Kammlialp nach Oberalp geht durch den Malm, links daneben streicht ein Malmwändchen gegen Süden abwärts. Über demselben, gegen die sogenannten Munggenbänder, treffen wir Kreide in einer wiederum sehr abweichenden Entwicklung von oben nach unten wie folgt:

Zunächst mächtige Nummulitenbildung und zwar:
gelbliche Nummulitenkalke
dunkle eocaene Kalksteine
dunkelgrüner Glauconitfels mit wenig Nummuliten
eocaene Mergel
hellgelb anwitternde Kalke dicht erfüllt mit Nummuliten.

0,4 m Seewerkalk typisch mit schwarzen Häuten, nach oben mit dem Nummulitenkalk so verwachsen, dass man eher an continuierliche Ablagerung unter Facieswechsel denken möchte, als an Transgression nach Erosion, oder gar an mechanisch erzeugten Kontakt. Der helle Seewerkalk ist weithin zu verfolgen.

3 bis 4 m Gault und zwar: a) Bergerischichten, genau so wie im Säntisgebirge, durch Übergang mit dem Seewerkalk verbunden, 1 m glauconitischer Kalkstein, reich an vorragenden Petrefakten, worunter viele Ammoniten, Hamiten, Turrilites Bergeri in prachtvollen Exemplaren. b) 0,1 m Glauconitsandstein, hie und da mit Kalkknollen. c) 2 m Glauconitmergelschiefer (= Concentricusschiefer).

2 bis 3 m heller Schrattenkalk

1 m Mergel mit verkieselten Austern (oberes Neocom)

2 bis 3 m hell anwitternde dünnbankige Kalke, erfüllt mit Kieselknollen, darunter schwarze Lydite, Aequivalent von Kieselkalk und Valangien.

Darunter Troskalk, heller Malmkalk.

An dieser Stelle überrascht die gute Ausbildung des Gault, die Reduktion der unteren Kreide.

Bald nach der Überschüttung mit den grossen Moränen des Griesgletschers treten im Dach der Malmwand an der Aussenkante des Griesstocks braune Einfaltungen auf und der östlich abfallende Rücken des Griesstockes ist weissgrau und rostbraun gefleckt von aufliegender Kreide. Ich kann hierüber nur das früher gesagte („Mechanismus" Bd. I, Seite 74 bis 75) bestätigen. Die Kreideauflagerung mit ihrer Malmunterlage ist wellig gefältelt und zugleich von starker südfallender Transversalschieferung durchsetzt. Wo die ganze Schichtreihe normal liegt, zeigt sie auf dem Griesstock folgende Entwicklung:

1. Eocaen.

Schwarze Flyschschiefer

5 m helle Flyschquarzite

6 m gelbbraun angewitterter Nummulitenkalk

2 m Assilinen-Glauconitfels.

2. Kreide:

5 m Seewerkalk, feinschichtig, dunkelgrau, dicht

11 m Gault, und zwar:

1 m Glauconitkalkstein, Bergerischichten, reich an Turriliten, Belemniten, Ammoniten, Hamiten, Nautilus

5 m Glauconitfels mit spärlichen gequetschten Kalkknollen (Knollenschichten) und schiefriger dunkler Grünsandmergel

5 m Quarzit und Sandstein mit schwarzen Phosphoritknollen

2 bis 20 m Schrattenkalk, hell, marmorisiert mit marmorisierten Requienienschalen

7 bis 22 m Neocomien und zwar:

2 bis 3 m dunkelbraune Schiefer, rauh kieselig mit gelb verkieselten Korallen

2 bis 3 m schwarze Schiefer oder braune Kalkschiefer, dicht voll von gelb verkieselten Schalen von Exogyra sinuata und verkieselten Schwämmen. Oft der grösste Teil des Gesteines aus verkieselten Austerschalen gebildet. (Drusbergschichten.)

1 bis 6 m gelbbraune Echinodermenbreccie, zum Teil grobkörnig mit vorragenden Sandkörnern und Crinoidenteilen, darin einzelne grüne Glauconitstreifen (Altmannschichten)

2 bis 10 m Kieselkalk, an der angewitterten Fläche braun mit streifig schlierigen Zeichnungen, Algen etc., oft voll Kieselkollen (Schwämme), ganze Nester von Toxaster mit verkieselten Schalen.

Jura: Malm, hell salinischer Troskalk mit vielen weissen Figuren — anscheinend von Diceras Luzei stammend — oft blau-grauer Hochgebirgskalk.

Die Karte ist zu Eintragungen am südlichen kreidegedeckten Rücken des Griesstock ungenügend, der Zusammenhang nicht zu übersehen. Nördlich unter dem Gipfel 2730 m ist eine verkehrte Folge der ganzen Schichtreihe sehr deutlich, in diesem Kopfe selbst steckt eine von SW aus gut sichtbare nördlich überliegende Gewölbeumbiegung des Malm, südlich des Kopfes folgt wieder eine Einsattelung mit jüngern Gesteinen. Wie viele der kleineren Falten im Dach des Griesstockes sind, kann ich nicht sagen.

Das Auftreten von Kreide über der Malmwand ist sonderbar! An der Klausenstrasse war es mächtiger Kieselkalk, Sinuataschichten und Schrattenkalk. Hier auf dem Griesstock ist besonders das Neocom viel weniger mächtig, es treten aber Gault und Seewerkalk hinzu und zwischen den beiden Stellen fehlt die Kreide ganz oder fast ganz, ohne dass man z. B. auf der Kammlialp Spuren einer Erosion mit späterer Auflagerung zwischen Malm und Eocaen sehen könnte. Im Vergleich mit den äusseren Kreideketten ist auffallend, dass der Gault schon am besten, die anderen Schichtgruppen aber weit unvollständiger entwickelt sind. Im Autochthonen der gleichen Gegend, also z. B. im Brunnital, Griestal und am Nordfuss von Windgälle und Ruchen fehlt die Kreide vollständig. In Begleitung des Lochseitenkalkes, z. B. am grössten (unteren) Teil des Kammligrates, fehlen alle unteren Kreidestufen, wogegen der Seewerkalk oft vorhanden ist. Die Ausbildung der Kreide auf dem Griesstock scheint mir am ähnlichsten der autochthonen Kreide auf dem Kistenpass und in Fluaz zu sein.

Dort schätzte ich autochthone Kreide am Kistenpass unter Kistenstöckli:

6 m Seewerkalk
12 m Gault
15 m Schrattenkalk
30 m Neocom

In Fluaz zwischen Kistenpass und Panixerpass fand ich:

10 m Seewerkalk
8 m Gault

10 m Schrattenkalk
10 m Neocom.
Valangien wusste ich nicht abzutrennen.

Die Eocaenbildungen, welche der Griesstockkreide aufliegen und in ihre Falten eingreifen, sind rostige wunderschöne Nummulitenkalke, Nummulitenglauconitfels und Mergelschiefer, etwas Sandsteine aber kein Taveyanazgestein.

Unterseite und Oberseite des Balmwand-Griesstockmalm sind also ungleich: Unterseite eocaene Thonschiefer und Sandsteine, fast keine Nummulitenkalke und gar keine Kreide; Oberseite: Streckenweise Kreide, fast immer Nummulitenkalke und eocaene Thonschiefer, fast keine Sandsteine.

Vergleicht man ferner den Griesstock-Balmwandmalm mit dem Lochseitenkalk, so springen folgende Differenzen in die Augen:

Beim ersteren ist die Oberseite vielfach intensiv gefältelt und ausgebuchtet, die Unterfläche vorherrschend eben und oft als Gleitfläche entwickelt. Beim Lochseitenkalk ist umgekehrt die Oberseite glatte Gleitfläche, die Unterseite uneben, reich an in die Unterlage eingeschürften Auszackungen.

Bei beiden ist die Unterlage Eocaen, beim Balmwand-Griesstockmalm sind es eocaene Schiefer und Sandsteine, beim Lochseitenkalk in dieser Gegend eocaene Schiefer und Nummulitenkalke.

Auf der Oberseite des Balmwand-Griesstockmalm liegt in normaler stratigraphischer Schichtfolge die Kreide, auf der Oberseite des Lochseitenkalkes dagegen überschoben Trias, Lias, Dogger, Malm etc.

5. Das südliche Ende des Balmwand-Griesstockmalm am Scheerhorn.

Schon lange haben wir die gegen N convexe Schichtbiegung im Scheerhorn unter dem Kleinscheerhorn bewundert und auch abgebildet („Mechanismus“ Atlas Tafel X, Fig. 6). Eocaen an der äussern Seite, Eocaen an der innern Seite — so haben wir auch die hellen Kalkstreifen in der Biegung zwischen den braunen und dunkelgrauen Schichten für Einlagerungen heller Eocaenkalke gehalten, gibt es doch z. B. im Kammligrat auch ganz hellgraue Nummulitenkalke. Die Besteigung des Grosscheerhorns lieferte mir nichts sicheres. Ein Versuch, dem nördlichen Felsfuss des Scheerhorns entlang die hier zum Teil herabsteigenden Schichten anzuschlagen, musste 1906 wie 34 Jahre früher aufgegeben werden. Bald hinderten grosse Firnschründe den Zutritt, bald waren es Steinschläge, bald Eislawinen von oben, und da die meisten der Furchen bis hoch hinauf die ver-

schiedensten Schichten durchschneiden, konnte auch aus den bis weit auf den Griesgletscher hinaus gesprungenen Stücken nicht viel geschlossen werden.

Am obersten Ende des Lammerbachgletschers konnten wir in nächster Nähe ganz deutlich sehen, dass und wie der Malmkalk des Griesstocks in das Scheerhorn hinein fortsetzt. Nachdem er auf der Südseite des Griesstocks sich aus flacher Lage in Vertikalstellung und zum nördlichen Überliegen aufgebogen hat, bildet er in dieser Lage zunächst den östlichen Teil des Felsgrates zwischen Griesgletscher und oberstem Teil des Lammerbachgletschers. Noch steil südlich fallend, tritt der Griesstockmalm östlich in die Felswände des Kleinscheerhorns hinein. Dort macht er die prachtvolle Umbiegung der Scheerhornschichten mit, er wölbt sich über die senkrechte Stellung hinaus südlich in die Höhe. Die stärksten hellen Felsbänder in der Scheerhornbiegung sind der Griesstockmalmkalk. Auf der Innenseite, das ist südlich, liegt auch hier Flysch an, erst schwarze Schiefer, dann Sandsteine; auf der äusseren nördlichen Seite auch hier im Scheerhorn die Fortsetzung der Griesstockkreide und Nummulitenbildung. Die letztere bildet die Nordkante und den Gipfel des Kleinscheerhorns. (Fig. 2 Taf. VI.)

Die merkwürdigste Tatsache ist aber die folgende: Der Malmkalk, der beim Übertritt vom Griesstock ins Scheerhorn noch über 100 m Mächtigkeit haben mag, verdünnt sich rasch nach oben. Am Rande des nördlichen Hängegletschers am Kleinscheerhorn ist er auf etwa 10 m zusammengeschwunden und an der westlichen Gipfelkante des Kleinscheerhorns bei ca. 3050 m Meerhöhe hat die helle Bank wohl kaum mehr einen Meter Mächtigkeit, auf der Maderanerseite ist sie verschwunden. Ganz so ergeht es auch dem etwas höher liegenden Schrattenkalk. Ob überhaupt noch Kreide in den südlichen Gräten des Scheerhorns mitten im Eocaen eingeschlossen ist, weiss ich nicht bestimmt, es ist dies aber nach früher Gesehenem und Notiertem höchst unwahrscheinlich. Immerhin scheint die Kreide in die Höhe unter das Kleinscheerhorn hinauf etwas länger auszuhalten, als der Malm.

Betrachte ich nun den Griesstock wie vor mehr als 30 Jahren in günstiger Beleuchtung von Westen, z. B. vom südöstlich abfallenden Grate der Sittliserhörner, so ergibt sich folgendes:

Die mit der Konvexität nach Süden gewendete Umbiegung des Griesstockmalm an der Südseite des Griesstockes, welche ich für das südliche Gewölbeknie des Nordflügels der Glarnerdoppelfalte gehalten hatte, ist sichtbar. Durch eine Coulissendeckung setzen sich von hier gesehen mehrere kleinere Falten des Griesstocks mit der Auf-

biegung des Malmkalkes im Hintergrund des Lammbachgletschers so zusammen, dass man zur Meinung geführt wird, der Rückschlag des Griesstockmalm nördlich über sich selbst vollziehe sich trotz einigen Nebenfalten unter der Griesstockkreide (wie „Mechanismus" Profil VII und VIII dargestellt) und ganz innerhalb des Griesstockes; im Griesstock liege somit der Malm doppelt. Die Aufbiegung ins Scheerhorn ist von hier nicht deutlich. Dass diese Rückbiegung des Malmkalkes am Südrande des Griesstockes nicht so ganz klar und einfach ist, habe ich auch vor 34 Jahren beachtet („Mechanismus" Bd. I, Seite 173 Mitte).

Dem gegenüber müssen wir heute konstatieren:

Die nördlich über sich zurückgeschlagene Aufbiegung des Griesstockmalm enthält in ihrem gegen Nord geöffneten Winkel schon am Griesstock noch braune Kerngesteine, aber nicht die Kerngesteine des vermeintlichen Nordflügels der Glarnerdoppelfalte, Röthidolomit, Quartenschiefer, Lias etc., sondern Kreide und Eocaen! Kreide und Eocaen des Griesstocks gehören in den Kern der Falte, nicht auf deren Gewölbeschenkel hinauf. Der aufgebogene Malmkalk geht nicht nach Norden zurück, sondern wenig höher steigt er wieder südlich in die Höhe, harmonisch dem autochthonen Malm, aber von diesem durch mächtige Eocaenmassen getrennt. Darüber Kreide und Eocaen und noch viel höher oben, wo jetzt die blaue Luft steht, wäre erst der Lochseitenkalk zu erwarten. Auf diesem Wege ins Scheerhorn hinauf aber nimmt der Balmwand-Griesstockmalm mit seinen Begleitern, den Kreideschichten, an Mächtigkeit beständig ab, bis er sich hoch oben am Südgrat des kleinen Scheerhorn im Eocaenen völlig auskeilt. Das ist das wirkliche südliche Ende unseres Balmwandkalkes!

Der Malmkalk von Balmwand-Griesstock ist also ein vollständig in Eocaen schwimmender, seiner Einhüllung im allgemeinen konkordant liegender und mit ihr konkordant gefalteter Jurafetzen, auf der Oberseite stückweise von Kreide begleitet. Er ist eine grosse linsenförmige Schuppe, die dereinst als eine liegende Teildecke irgendwo zwischen dem kreidelosen oder kreidearmen autochthonen Gebirge und den helvetischen Kreidezügen, als diese noch südlich des Aarmassives lagen, abgeschürft und durch die Bewegungen des Flysch verschleppt worden ist. Nach der Ausbildung der ihn begleitenden Kreide möchte ich vermuten, dass er von wenig weit südlich der Scheitelhöhe der Sedimentbrücke über dem Aarmassiv stammt. Vielleicht lässt sich später noch herausfinden, ob er einer der schon bekannten Decken, z. B. der Mürtschendecke, zugehört, oder eine selbständige Zwischendecke darstellt. Er deutet

zugleich eine tektonische Trennung an zwischen dem an Sandstein und Taveyanazgesteinen hier so reichen autochthonen und dem darüber gewanderten Taveyanaz-freien Nummulitenflysch an.

Unsere „Griesstockdecke“ oder „Balmwanddecke“, wie wir diesen in Flysch schwimmenden Malm-Kreidefetzen vorläufig nennen könnten, stimmt mit anderen „Decken“ auch darin überein, dass sein nördliches Ende beim Strassentunnel im Schächental gerundet mit Umbiegungsknie gegen Norden gerichtet endigt, gegen Süden aber sich ausspitzt. Mein Sohn hat wohl recht, wenn er diese letztere Erscheinung („amincissement des nappes“) mit einem Abquetschen und Verschleppen durch den Druck einer überliegenden, sich nach Nord bewegenden Überfaltungsdecke in Zusammenhang bringt, die durch ihre Bewegung die unterliegende schwächere Decke von ihrer Wurzel abgerissen hat (Zeitschr. deutsch. geol. Ges. 1905, S. 110). Die Griesstockdecke unterscheidet sich von der ihr aufliegenden Hauptglarnerdecke oder Glarner-Stammdecke dadurch, dass sie keinen verkehrten Mittelschenkel, keinen Lochseitenkalk mehr hat, während bei letzterer der Lochseitenkalk fast ständig vorhanden ist.

Tiefer unten im Fusse der Felswände des Kleinscheerhorns erscheint über dem Griesgletscher abermals ein heller Kalkstein, wahrscheinlich Malmkalk. Dies ist wohl die Fortsetzung des kleinen Malmgewölbes, welches am Griesstock den Gipfel 2730 m bildet.

6. Gibt es westliche und östliche Fortsetzungen des Balmwand-Griesstockmalm?

a) Westlich.

Das Westende der Balmwand beim Tunnel der Klausenstrasse ist klar und scharf ausgesprochen. Von dort aus beobachtet man im Hintergrund der Sittliseralpen eine sonderbare Kalkwand zwischen Eocaen unten und Eocaen oben. Die gleiche Kalkwand sticht durch die Sittliserhörner hindurch und erscheint auch am Westabfall über Alt Staffel. Man sieht sie auf jener Seite von Altdorf aus. Auf dem geologischen Blatt XIV 1 : 100000 ist sie an der Westseite des Hohen Faulen und der Sittliserhörner richtig angegeben, auf der Ostseite ob Sittliseralp leider weggeblieben.

Vor 34 Jahren habe ich am Hohen Faulen deutlich gesehen, dass die weit nördlich ins Eocaene hineinragende Malmwand mit dem autochthonen Malmkalk zusammenhängt und einer nördlich überliegenden kleinen Falte desselben entspricht. Auf der Sittliseralp konnte ich diesen Sommer konstatieren, dass der Nordrand dieser Malmfalte NW-SE streicht, so dass sie am SE-Ausläufergrat des

Sittliserhornes eben noch von etwas Eocaen umhüllt ist. Südlich hinter dieser Umhüllung reichen die unterliegenden Flyschschiefer der Sittliseralpen nur noch wenig weit, dann verbindet sich wahrscheinlich auch hier — die Beobachtung ist durch Moränen etwas unterbrochen — die kleine Malmwand des Sittliserhornes mit dem autochthonen Malm des Griestales. Wie alle Falten des Gebietes im Streichen gegen Osten sinken, so auch das Malmpacket unter den Sittliserhörnern. Ob Brunni steht es mit Oberkante noch bei 1950 m. Die Griesstockwand aber liegt mit Oberkante bei 2600 m und würde hierher verlängert auf 3000 m liegen. Das Malmpacket unter den Sittliserhörnern ist somit ohne jeden innern Zusammenhang mit dem Balmwand-Griesstockmalm, es gehört einer viel tieferen Region an. Auch an der Felsecke am Westfuss des Kleinruchen schwimmt ein Fetzen Malmkalk im Eocaen (Taf. III). In Blatt XIV hatte ich ihn in Zusammenhang mit dem autochthonen Malm gesetzt. Wahrscheinlich ist er der östliche Rest vom Phänomen des Sittliserhornmalmes. Jedenfalls hat er gar keinen direkten Zusammenhang mit dem Griesstock.

Eine supponierte westliche Fortsetzung der Griesstockdecke müsste noch hoch über der Hohe Faulengruppe gelegen und dann südlich sich hoch über den Windgällen emporgeschwungen haben. Der Balmwand-Griesstock-Malmfetzen hat also sein westliches Erosionsende in der Westwand des Griesstockes, jede Spur weiter westlich fehlt.

b) Östlich.

Bei der Begehung des Gehänges von Ennetlinth bei Linthal gegen den Urnerboden hinauf, wo die Klausenstrasse auch gute neue Aufschlüsse geschaffen hat, fand Herr Oberholzer bei 930 m bis 1050 m an den Fruttbergen ein ziemlich mächtiges Schichtenpacket von Malmkalk ganz im Flyschschiefer und Sandstein steckend. Es zieht sich an dem Ostabhang des Kammerstockes fort bis über Bärenboden und gewinnt dabei durch Faltung an Mächtigkeit. Auch hier am Kammerstock sind noch Kreideschichten damit verbunden. Schon Escher hatte Kreide am Kammerstock gefunden. Darüber geht Eocaen und erst höher oben folgt dann die oben ebene, südlich aufsteigende Lochseitenkalkplatte. Dieser im Eocaenen schwimmende, westlich in den Berg hinein fortsetzende Fetzen hat genau die entsprechende Lage, wie die Balmwand-Griesstockmassen. Er liegt in der streichenden und im Streichen östlich gesunkenen Fortsetzung der letztern. Wenn die Balmwandmasse überhaupt östlich weiter geht, so muss und kann sie einzig hier wieder sichtbar werden.

Auf der Ostseite des Linthales konnte eine noch weiter östlich gehende Fortsetzung nicht mehr gefunden werden, es sei denn,

man wolle sich die Kreide enthaltenden Malmfalten des Saasberges damit in Verbindung denken.

Gehen wir von der Klausenpasshöhe südöstlich gegen den Glaridengletscher, so stossen wir, ganz symmetrisch der Westseite der Klausenhöhe, unter dem südlich emporsteigenden ebenen Lappen von Lochseitenkalk auf ein unentwirrbares Fältelungsgemenge von Eocaen und Seewerkalk. Wir wenden uns mehr westlich. Da plötzlich treten wir unter diesen Bildungen an den Rand eines gewaltigen Felszirkus; es ist die Klus, in deren Grund eine Schlinge der Klausenstrasse hineingeht. Eine 150 m hohe Malmwand schliesst den Kessel ein, Wasserfälle stürzen darüber hinab. Der Boden des Kessels liegt in Flyschschiefern. Ihr Auswittern und das Nachbrechen des Malm haben den nach Norden offenen Kessel geschaffen, nicht die Gletscher! Die Klusmalmwand ist die Fortsetzung der Balmwand, das ist zweifellos! Das Eocaenfenster in seinem Grunde entspricht dem Eocaen im Hintergrund des Schächentales. Der Malm wird nördlich absteigend weniger mächtig, schliesst aber doch das Eocaen ringsum ein und taucht bei den nördlichen Kehren der Klausenstrasse unter Gehängeschutt der Nordseite. Auch der Malmausläufer ob den Munggenbändern setzt durch und erscheint hier östlich wieder in einer Ost–West laufenden, von Eocaen unterlagerten Teilwand vom obern Rande des grossen Felszirkus. Die Gleichheit geht noch weiter, indem ich auch hier in analoger Lage wie unter den Munggenbändern Gault mit Turriliten und Schrattenkalk gefunden habe.

Im Wängiswald findet sich die östliche Fortsetzung der Kluswand. Zum Teil ist sie überschoben vom Lochseitenkalk. Hier ist es besonders schwierig, die beiden durchgreifend von einander abzugrenzen. Es bleibt noch zu untersuchen, ob auch da mancherorts eine deutliche Trennung durch Zwischenschichten vorhanden ist. Wie bei Vorfrutt, so wechseln auch hier herrliche dunkle Quintnerkalke mit lichten marmorisierten Kalken (Troskalke?) ab. Recht auffällig ist strichweise die vertikale Querklüftung neben fast horizontalem Clivage und neben Schichtung, welche parallel dem Abhang gegen NNW einfällt. Der Wald hindert zusammenhängende Beobachtung.

Auch der höhere Teil von Griesstockmalm und Griesstockkreide scheint seine östliche Fortsetzung zu haben. Am NE-Fuss der Scheerhornwand bis gegen Kammligletscher streicht der verkehrte Mittelschenkel der Scheerhornfalte durch. Die Gewölbeumbiegung, die wir von Westen aus östlich in den Nordgrat des Kleinscheerhorns hinein stechen sehen, tritt in schiefem Anschnitt auf der Seite des Kammligletschers wieder hervor. In tangentialem Anschnitt erscheint die Scheerhornumbiegung im Malm unter dem Kammlistock. Der

prachtvolle typische Quintnerkalk am Fusse der Eiswand oben am Kammligrat gehört, wie mir scheint, dem verkehrten Mittelschenkel der Falte an; darunter liegt, hier mächtig entwickelt und reich an Austern und Belemniten, Neocomien. Hier oben am Kammligrat tritt auch in petrographisch typischer Entwicklung zwischen Malmmergelschiefern (Balfries) und braunem Neocom der Kalk mit groben Sandkörnern auf, der anderwärts Pygurus rostratus enthält. Da hingegen, wo die Kammliwand den Malm der hier anscheinend noch etwas komplizierter gebildeten Scheerhornfalte durchlöchert hat, treten aus dem Loche die schwarzen eocaenen Schiefer hervor, gerade wie diese auch im Scheerhorn südlich dem Malm anliegen.

Der tangentiale Anschnitt des gefalteten Malms streicht östlich unter den Glaridenstock hinaus. In den Bergcoulissen, die von den Teufelsstöcken nördlich abfallen, konnte ich ihn bisher nicht mehr erkennen, und in der gegen West gekehrten Wand des Gemsfayerstockes scheint er auch nicht mehr entblösst — er liegt hier vermutlich — nochmalige Revision dieser Gehänge bei besserer Witterung vorbehalten — weiter südlich im Innern des Berges verborgen. Der untere Glaridengletscher führt, wenn auch nicht annähernd so reichlich wie der Griesgletscher, an einigen Stellen Taveyanazgesteine, was ebenfalls beweist, dass in den Nordwänden des Glaridenstockes der aufsteigende Malmlappen durchlöchert sein muss.

Heute kann ich nun sagen, dass die schon früher beobachteten Streifen von Malmkalk am Nordabhang von Kammlistock und Glaridenstock wohl nicht eine besonders weit ausholende Falte des autochthonen Malm darstellen, was stets in den Profilen sich etwas gezwungen gestaltete, sondern dass sie wahrscheinlich der sonderbaren, im Eocaen ganz schwimmenden Griesstockdecke angehören. Eine nochmalige Untersuchung der Südseite der Glariden auf die Frage, ob dort der Malm im Eocaenen noch heraussteche, oder ob er wie am Scheerhorn vorher ausgekeilt sei, wurde leider durch den frühen tiefen Schneefall (16. September) für dies Jahr verhindert.

Ausgezeichnet schön und klar endlich liegen die Verhältnisse am Fisitenpass am NE-Ausläufer des Gemsfayerstockes. Der Griesstock-Balmwandmalm liegt, meistens südlich einfallend, unter dem Niveau des Fisitenpasses. Er ist hier stückweise von wenig Seewerkalk und dann von Eocaen mit inliegenden Linsen von Seewerkalk bedeckt, ganz wie an der Kammlialp. Darüber folgt, diskordant aufsitzend, mit der Oberfläche nördlich abfallend, der typische Lochseitenkalk. In einzelnen Lappen bedeckt er den Nordrücken des Gemsfayerstockes und bildet dessen westlichen Gipfel. Die ganze, in ihrer Ebenheit nur selten unterbrochene Nordabdachung des Gemsfayerstockes sowie des Kammerstockes bis

hinab in den Urnerboden rührt von der Überschiebungsfläche auf dem Lochseitenkalk her. Die Verwitterung hat derselben entlang geschält. Fig. 3 Tafel IV gibt ein Profil an solcher Stelle. Also auch hierhin setzt sich die Griesstockdecke fort und auch hier ist sie durch Eocaen und Seewerkalk getrennt vom höher aufsteigenden Lochseitenkalk.

7. Der Kammligrat.

Das Gebiet, das uns hier beschäftigt hat, kann man nicht untersuchen, ohne dass immer wieder Fuss und Auge auf den mächtigen Quergrat stossen, der am Klausenpass unten 2½ km breit ansetzend, nach oben sich auf wenige Meter verschmälernd sich hinaufzieht zwischen Glaridenstock und Kammlistock bis zu der ungeheuren abbrechenden Eiswand des oberen Glaridengletschers. Er erhebt sich hoch über der Balmwand, seine Gesteine bedecken die „Griesstockdecke". Am 8. September 1906, nach 34 Jahren, bin ich wieder über diesen Kamm hinaufgestiegen. Damals war mir erstaunlich der vielfache Wechsel von hellen, wachsartig durchscheinenden, halb marmorisirten Kalken, Kalken voll Kieselknollen mit Schiefern und Nummulitenkalken. Ich konnte nur Verwirrung und Wechsellagerung, dreissigfältige Wiederholungen ähnlicher Facies finden und wagte nicht, die hellen marmorischen Kalke, die vielmals zwischen den Nummulitenkalken liegen, stratigraphisch aus diesem Verbande herauszulösen und dadurch eine ungeheuerliche tektonische Verknetung und Mischung zu konstruieren. Ich konnte das um so weniger, als ich ja in der Kammlialp über dem flachen Malm als Unterlage des ganzen Kammligrates den Nummulitenkalk richtig verfolgt hatte. Der ganze Schichtenkomplex des überliegenden Kammligrates sollte demnach Eocaen sein. So bezeichnete ich ihn denn auch in der Karte und in den Profilen. Im obersten Teil des Kammligrates hatte ich schon damals Neocomien und Malmkalk erkannt und vom Eocaen ausgeschieden („Mechanismus" Bd. I. S. 70 und 71).

Seither haben wir grosse Fortschritte in der Beurteilung der Stauungsmetamorphose gemacht. Malmkalk, Schrattenkalk, Seewerkalk, Eocaenkalk können alle zu hell marmorisierten einander sehr ähnlich sehenden Gesteinen werden und sogar ganz in groben Calcitmarmor sich umwandeln. Das gleiche Gestein wird, je nach dem der Druck mehr stehend oder bewegt war, das einemal dabei massig, ein andermal ausgezeichnet laminiert. Aber innerhalb dieser durch Stauungsmetamorphose ähnlich gewordenen Gesteinen können wir jetzt doch noch Unterscheidungsmerkmale festhalten: Dem Seewerkalk bleiben in diesem Gebiete, wenn auch zerfetzt oder gekräuselt gestaut, seine

feinen schwarzen Häute und hie und da ein Restlein unmarmorisierten Gesteines im Marmor schwimmend. Dem Quintnerkalk und dem oberen Valangienkalk bleiben die Kieselknollen; selbst wenn sie zu Lochseitenkalk umgeknetet sind, sind dieselben oft noch knollig oder dann schlierig flach gedrückt erkennbar. Der Schrattenkalk verrät oft in weissen gebogenen verzogenen Flammen noch seine Requienien. Der Seewerkalk ist immer derjenige, den wir noch bei höchster Marmorisierung zu erkennen vermögen, sei es, dass er mit dem Lochseitenkalk verknetet erscheine, wie am Panixerpass beim Panixerseeli, sei es, dass er am Kammligrat in einzelnen Linsen im Nummulitenkalk eingeknetet ist. Einzig im ersten autochthonen Vorkommen am Kistenpass in Ladral und Fluaz weicht der Seewerkalk etwas stärker ab, indem die schwarzen flasrigen Häute spärlich werden, die knollige Plattung einer mehr ebenen Dünnschichtung weicht und die Substanz weniger dicht und in der Färbung dunkler wird. Vielleicht drücken wir uns richtiger so aus: Da wo der Seewerkalk autochthon beginnt, hat er noch nicht ganz seinen normalen ausgezeichneten Charakter ausgebildet. Völlig ununterscheidbar sind für uns jetzt noch in manchen hochgradig mechanisch metamorphosierten Abänderungen Schrattenkalk und Troskalk (oberer corallogener Malm). Das Mikroskop lässt da völlig im Stiche, denn gerade die ursprünglich bezeichnenden Mikrostrukturen und Mikroorganismen verschwinden bei überhandnehmender Dynamometamorphose am schnellsten. Eher noch zeigen sich bezeichnende Unterschiede in der Art und Farbe der Anwitterung. An dieser z. B. kann man stets lochseitisierten Röthidolomit von lochseitisiertem Malm unterscheiden (Setherfurka, Alp Ranasca etc).

Seit jener Zeit, da ich mir ob dem Kammligrat Kopfzerbrechen machte, ohne ihn zu verstehen, haben wir uns auch gewöhnt, keine Faltungskomplikation mehr für unmöglich zu halten und der alte Hohn über meine „Mechanomanie“ und darüber, dass ich in meinen Profilen umginge, „als ob die Berge lauter Pfefferkuchen wären“, hat seine Wirkung angesichts der Tatsachen ganz verloren.

Wo ich vor 34 Jahren am Kammligrat nur durchscheinende marmorische Kalke mit Nummulitenkalken und Flychsschiefern wechselnd fand, da können wir jetzt unterscheiden und feststellen:

a) Ein Teil der hellen Kalke des Kammligrates ist Seewerkalk. Der Seewerkalk ist bald in langen Riffen anstehend und tief hineingefaltet in das Eocaen, bald erscheint er nur in einzelnen wellig gefältelten Fetzen und Linsen, die mit dem Eocaen verknetet sind; bald finden wir ihn oben am Grat, manchmal auch tiefer unten. Am reichlichsten treffen wir ihn im unteren Teil beim Aufstieg von Niemerstaffel-Klausenpasshöhe gegen Süden.

Alle diese Seewerkalkfetzen, kleinere wie grössere, liegen vollständig eingehüllt im Eocaen, oft oben und unten von Nummulitenkalk eingefasst, oft mit demselben völlig verschweisst. Unter den zahlreichen Schichtpacketen von Seewerkalk ist besonders eines unter dem Kammlihörnli von weiter Erstreckung. Der Zusammenhang ist auch da noch leicht zu erraten, wo es in einzelne Linsen auseinandergerissen ist. Seewerkalk erscheint ferner, oben und unten in Nummulitenkalk gehüllt, westlich des Fisitenpasses zwischen dem oberen und unteren Weg nach Gemsfayer (Fig. 3) und sticht wieder als Gewölbekern aus einer flach liegenden Umhüllung mit Nummulitenkalk, das Knie gegen Nord gerichtet, in der langen Wand heraus, welche den Nordfuss des Gemsfayerstockes hinter der Gemsfayeralp bildet. Er zieht sich am Fusse der Teufelsstöcke durch. Nach Bedeckung durch den unteren Glaridengletscher erscheint er am Tieralpli unter dem Gipfel 2360 m. Der oben schon erwähnte Streifen von Seewerkalk, welcher sich von nahe südlich der Klausenpasshöhe durch die Niemerstalderbänder über der Kammlialp bis südlich des Kammlihörnli hinaufzieht, ist vielleicht die Fortsetzung, vielleicht eine analoge Wiederholung. Vor 34 Jahren habe ich mit der Annahme, diese Kalkstreifen seien eine Abänderung eocaener Kalksteine, die einfachere Lösung gesucht. Heute aber, da wir den Seewerkalk darin mit Sicherheit erkennen, müssen wir staunen ob der unglaublichen Ineinanderschachtelung der verschiedenen Blätter der Erdrinde. Diese verschiedenen Seewerkalkpackete haben keinen Zusammenhang mehr etwa mit der Kreide über der Griesstock-Balmwand, vielmehr setzen die Nummulitenkalke der Kammlialphütten flach unter derjenigen Region durch, welche gerade die meisten Seewerkalkmassen enthält. Bezeichnend für ihre Unabhängigkeit von der Griesstockdecke ist übrigens der Umstand, dass sie von keiner anderen Kreide begleitet sind. Manchmal sind sie mit dem Lochseitenkalk nach oben in Berührung. Wir könnten uns deshalb denken, dass sie mit dem Lochseitenkalk, an welchem oft als Fetzen des verkehrten zerrissenen Mittelschenkels noch Stücke von Seewerkalk haften (Panixerpass), aus der Wurzelregion der Glarnerfalte hierher verschleppt und dann durch die Zusammendrängung des darunter liegenden Eocaens vom Lochseitenkalk zum Teil abgeschürft und in die Falten des Eocaens verschleppt und verschluckt worden sind. Allein noch häufiger sind sie vom Lochseitenkalk gänzlich durch Eocaen abgetrennt. Wahrscheinlicher stammen sie von irgend einer anderen zerrissenen und verschleppten liegenden Falte oder „Decke“ und sind zwar aus etwas anderem Niveau,

aber doch ähnlichen Ursprungs wie die tiefere Griesstock-Malmwandmasse. Jedenfalls sind sie durch und in Eocaen aus Süden nach Norden verschleppt worden.

b) Am Grat finden sich zahlreiche normal alpinstreichende Rippen und Linsen eines hellen massigen marmorisierten Kalkes oft reich an Kieselknollen in Lagen und an der Anwitterungsfläche sichtbaren schlierigen Streifen. Diese Rippen und Linsen dieses Kalkes gehören immer nur der Gratregion an, sie endigen stets nach unten, meist stumpf abgerundet, seltener ausgespitzt, bevor sie westlich den Griesgletscher und in der Regel auch bevor sie östlich den unteren Glaridengletscher erreichen. Dieser Kalk bildet grosse und auch kleine Riebeln und Knollen und Spindeln, meistens von Rutschflächen umschnitten, oft discordant abstossend an unter- oder nebenliegendem Seewerkalk, Nummulitenkalk oder Flyschschiefer. Meistens ist die Schichtlage innerhalb des Kalkes undeutlich. Wo sie erkennbar ist, zeigt sie fast immer verwickelte Verbiegungen. Im obersten Kammligratteil von ca. 1 km unter der Eiswand an kommt dieser Kalk mit Kieselknollen, sowie der Seewerkalk nicht mehr vor. Unser Kalk mit Kieselknollen ist der Lochseitenkalk, der aus Quintnerkalk und vielleicht zum Teil auch aus Valangienkalk etc. entstanden ist. Die Abwitterung hat gerade die ebene Oberkantfläche dieses Lochseitenkalkes, die am Kammerstock und Gemsfayerstock sich eben noch in der äussern Form geltend macht, weggenommen und ausser einem einzigen kleineren südlich ansteigenden Lappen sind nur noch die bekannten Verzahnungen und Einbuchtungen von der Lochseitenkalk-Unterseite ins Eocaen hinein im Kammligrat erhalten geblieben.

Die Hauptmasse des Kammligrates bis fast zu 2800 m hinauf, in welche Seewerkalk und Lochseitenkalk eingebettet sind, ist der Flysch — eocaene Schiefer und Nummulitengesteine, letztere in erstaunlicher Fülle der Ausbildung. Viele Kalkrippen, sowohl des Seewerkalkes wie des Lochseitenkalkes steigen an der Ostflanke des Grates etwas tiefer hinab als an der Westflanke, was wohl dem allgemeinen Sinken im Streichen gegen Osten entspricht. Unten sind sie oft wunderbar umfaltet, manchmal in einzelne von Rutschflächen umgebene Linsen oder Spindeln geteilt. Am Gehänge hinter dem Tierälpli fand ich sogar eine in eocaene Schiefer eingehüllte feste Linse von etwa 50 m Länge bei 3 m Dicke, welche fest in ein Stück zusammengeschweisst aus Lochseitenkalk, Seewerkalk und Nummulitenkalk besteht.

c) Im obersten Teil des Kammligrates über 2800 m ist kein Lochseitenkalk, kein Seewerkalk mehr zu finden. Hier hingegen

kommen in sehr verworrener Lagerung — wahrscheinlich als Fortsetzung der Griesstockdecke — die schon früher erkannten Neocomschiefer mit massenhaft verkieselten Schalen von anscheinend Ostraea sinuata und Ostraea macroptera vor. Darüber folgt marmorisierter Schrattenkalk, darüber wieder neocomische Austernschichten, dann kieselige Kalke mit einzelnen Belemniten, dann Kalk mit grobem Sand nach Art der Pyguruschichten. Noch höher am Grat folgt schwarzer Mergelkalk nach Art der Balfriesschiefer oder der Zementschichten am Walensee und dicht unter der Eiswand prachtvoller typischer, inwendig blauschwarzer, dichter, splittriger, gut gebankter, aussen hell blaugrau anwitternder Hochgebirgskalk. Er bildet den Kopf westlich an der Eiswand 2949 m und zieht sich östlich gegen die Clariden, wo er den Gipfel 3202 m bildet und unter dem Hängegletscher des Glaridenstockes verschwindet.

Es ist zu betonen, dass in den unteren 4/5 des Kammligrates bis zu ca. 2800 m Meerhöhe Seewerkalk, Lochseitenmalm und Eocaen ungezählte Male mit einander wechseln, ohne dass ich hier irgend eine Spur von unterer Kreide dabei hätte finden können, und dass dieser Wechsel meistens nicht tief an den Gratflanken hinabsticht. Die im obersten Fünfteil des Kammligrates vorhandene verkehrte Schichtreihe von Schrattenkalk, Neocomien, Valengien und Malm dagegen setzt zusammenhängend beiderseits an den Gratflanken bis an den Griesgletscher und an den unteren Glaridengletscher hinab und streicht im unteren Teil der Felswände, freilich nicht ohne verworrene Fältelungen, weiter. Diese letzteren Gesteine alle gehören sehr wahrscheinlich der Griesstockdecke in östlicher Verlängerung von deren der Scheerhornfalte an.

Der verwalzte Mittelschenkel der grossen Glarnerfalte hat ohne Zweifel die eben abfallende Felsfläche unter dem Gemsfayerfirn geschnitten und vom Kammerstock und Fisitenpass bis in den Urnerboden hinab hat die Verwitterung vorherrschend dieser Schnittfläche entlang getastet. Hie und da sind unter der ebenen Fläche auch hier noch Fetzen von Lochseitenkalk erhalten geblieben. Ein solcher erscheint an der Westecke des Gemsfayerstockes, einige andere höher oben bis unter den Langfirn und ich vermute, auch der helle Kalk vom obersten Teil der Teufelshörner, der scharf getrennt ist vom unterliegenden Eocaen, sei Lochseitenkalk. Auch die Eismassen am Glaridenstock selbst verdecken vielleicht noch einzelne Reste der Lochseitenkalkplatte.

Es ist nun völlig klar, dass eben die grosse Überschiebungsfläche der Glarnerhauptfalte oder Glarnerstammfalte, die sich meistens

am unvermitteltsten an der oberen Fläche des Lochseitenkalkes vollzogen hat, über dem Kammligrat gelegen war, und von Süden von über dem Zentralmassiv her kommend über die Glariden herunter gegen Norden abfällt. Der Griesstockkalk aber mit seinem südlich gewendeten Knie, das mich dereinst getäuscht hatte, liegt mehr als 1000 m tiefer im Eocaen vergraben. Die Zwischenmassen zwischen Lochseitenkalk und Balmwand-Griesstockmalm, die an manchen Stellen zu Null reduziert waren, und die an der Unterbalmalp aus wenigen Metern Nummulitenkalk bestehen, sind hier gegen Süden mächtig angehäuft. Das ganze Gebirge nördlich des Klausenpasses mit Ortstock und Glärnisch ist über diese Gleitfläche von Süden her gekommen. Die „Glarnernordfalte" kehrt nicht im Griesstock um, sie ist der nördliche Teil der einen aus Süden kommenden grossen liegenden Falte, deren verwalzter Mittelschenkel im Lochseitenkalk so treu ausgehalten hat. Auch hier wieder stossen wir auf die Beweise dafür, dass die grosse Glarnerfalte nicht eine Bruchüberschiebung, sondern eine Überfaltung ist. Sie hat einen verwalzten Mittelschenkel. Aber selbst wenn der Lochseitenkalk fehlen würde, wie er in der Griesstockdecke fehlt, so wäre darin doch noch kein Beweis für eine reine Bruchüberschiebung gegeben. Die Mittelschenkel liegender Falten sind oft ganz zerrissen, sind durch blosse Rutschflächen ersetzt — in ihrem Embryo war aber die Überschiebung dennoch eine liegende Falte. Ein Fetzchen Lochseitenkalk ist zu vergleichen einem rudimentär gewordenen Organ von phylogenetischer Bedeutung. Als solchen begrüssen wir ihn. Wo immer er sich findet, sagt er uns, dass die Überschiebuug eine übertriebene Falte ist.

* * *

8. Schluss.

Abermals verweise ich auf meine graphische Darstellung besonders Tafel III. Dieselbe enthält manche Beobachtung, die im Texte nicht besonders erwähnt worden ist und erläutert alles gesagte.

Wir haben nun durch diese Untersuchung den Lochseitenkalk völlig getrennt vom Malmkalk des Griesstocks und der Balmwand und seine Spuren als vom Klausenpass gegen Süden über den Kammligrat und über den Clariden und Kammlistock hinaus zielend gefunden. Die Fläche des reduzierten oder zerrissenen Mittelschenkels ging über das Zentralmassiv und über seine autochthone Sedimentbrücke, d. h. über den Tödi, das Scheerhorn, die Windgällen hinaus.

Ueberschiebungsfläche

Claridenstock

Kammlistock

Scheerhorn

Kl. Gr.

Hüfigletscher

Kl. Ruchen

Kalkschye

Gr. Ruchen

Ruchkehlenpass

Lamerbach

Lammerbach

Ruchenplangg

Basis (Meerniveau)
für die Profilcoulissen
des Gemsfayerst.-Glatten

Eisenoolith
Dogger — „ Kammlist-Balmalp

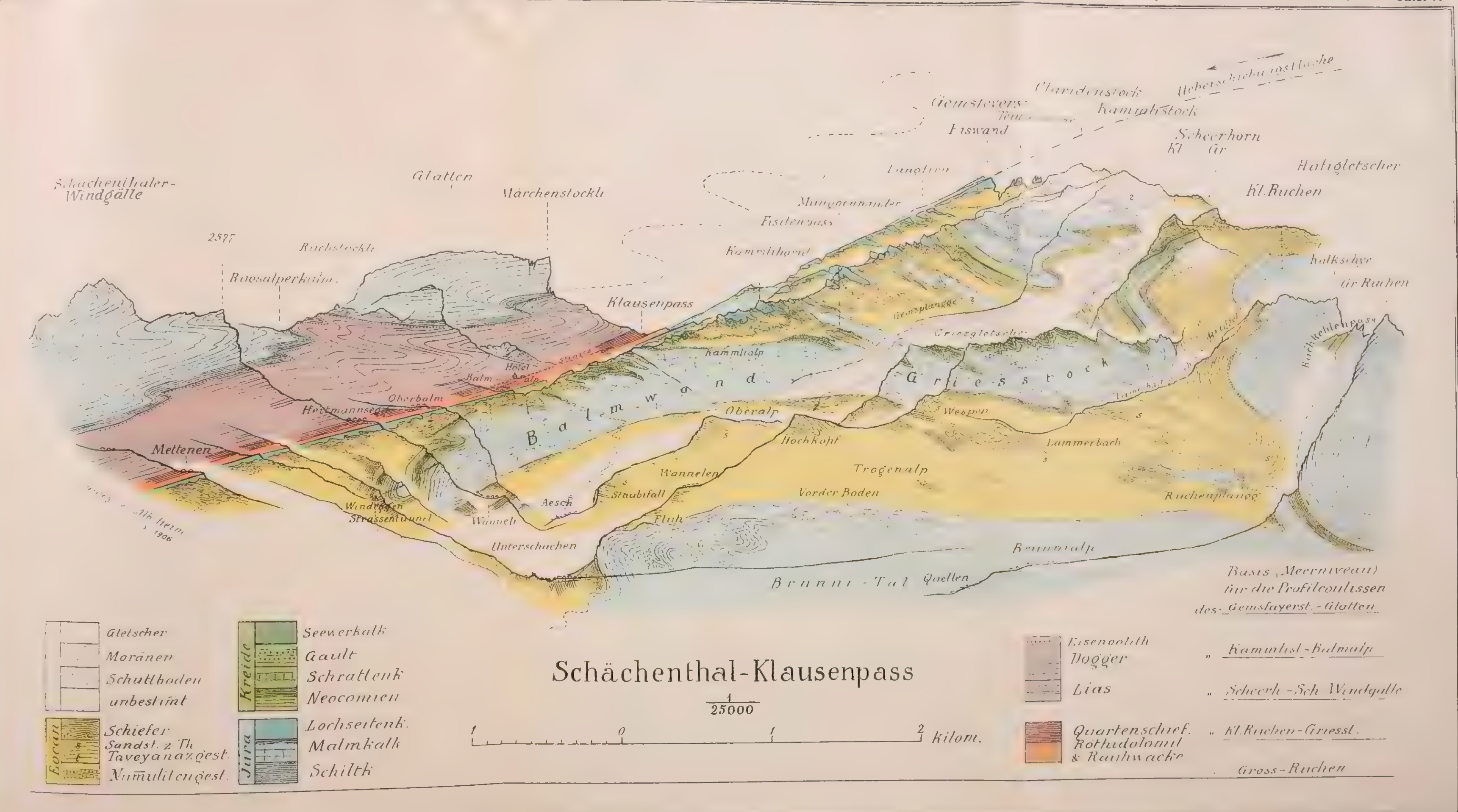
Lias — „ Scheerh.-Sch. Windgälle

Quartenschief. — „ Kl. Ruchen-Griesst.

Röthidolomit
& Rauhwacke

„ Gross-Ruchen

Kartographia Winterthur A. G.



Schächenthal-Klausenpass

$\frac{1}{25000}$

Kartographia Winterthur A. G.

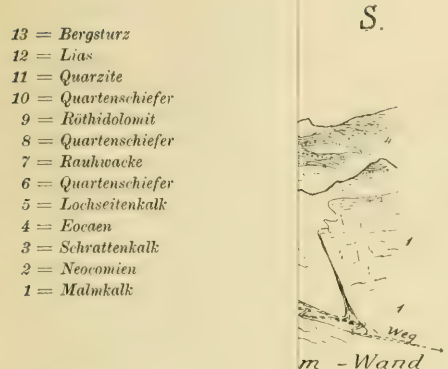
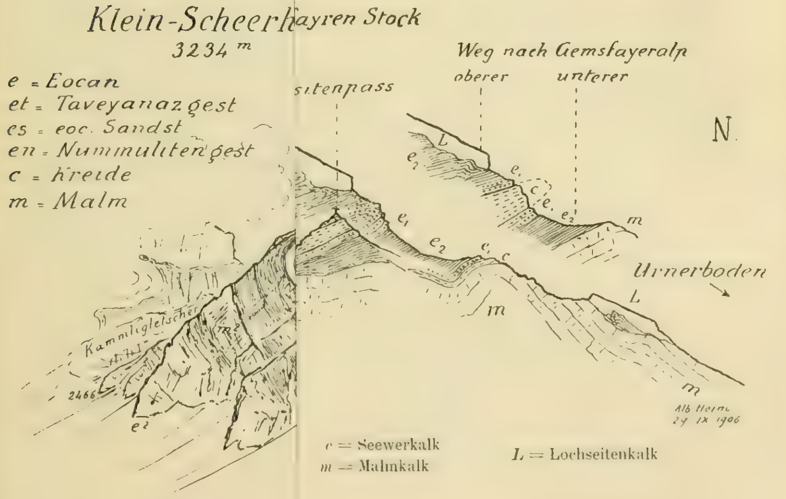

S.
13 = Bergsturz
12 = Lias
11 = Quarzite
10 = Quartenschiefer
9 = Röthidolomit
8 = Quartenschiefer
7 = Rauhwacke
6 = Quartenschiefer
5 = Lochseitenkalk
4 = Eocaen
3 = Schrattenkalk
2 = Neocomien
1 = Malmkalk
Weg
m - Wand

Fig. 3.


Klein-Scheerh
3234 m
ayren Stock
e = Eocan
et = Taveyanaz gest
es = eoc. Sandst
en = Nummuliten gest
c = kreide
m = Malm
sitenpass
Weg nach Gemsfayeralp
oberer
unterer
N.
L
e₁
e₂
c
m
Urnerboden
Kammligletscher
2466
Alb Heim
24 IX 1906
c = Seewerkalk
m = Malmkalk
L = Lochseitenkalk

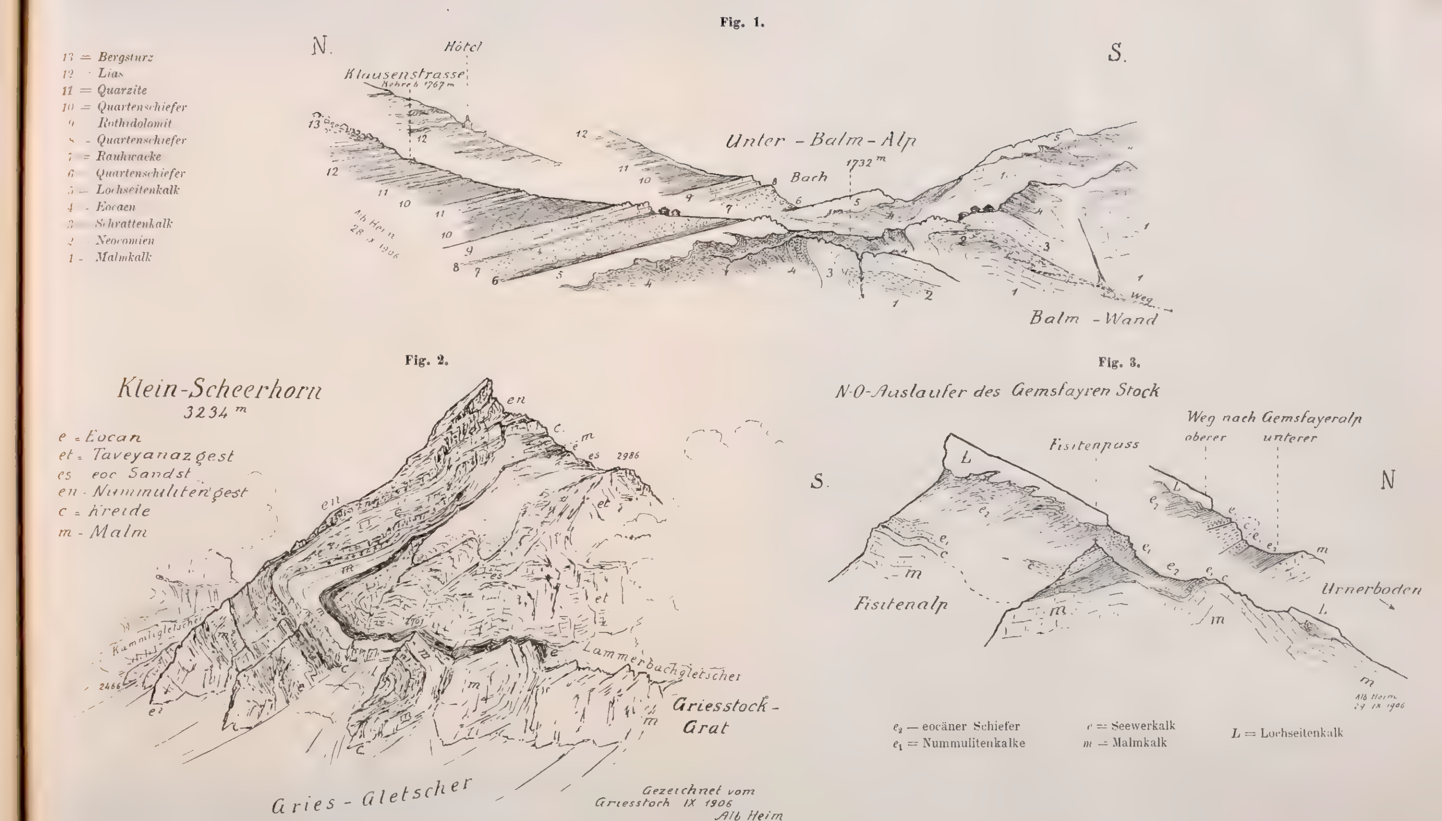


Fig. 1.
13 = Bergsturz
12 = Lias
11 = Quarzite
10 = Quartenschiefer
9 = Rothidolomit
8 = Quartenschiefer
7 = Rauhwacke
6 = Quartenschiefer
5 = Lochseitenkalk
4 = Eocaen
3 = Schrattenkalk
2 = Neocomien
1 = Malmkalk
N.
S.
Hötel
Klausenstrasse
Unter - Balm - Alp
Bach
1732 m
Balm - Wand
Weg
Alb Heim
Fig. 2.
Klein-Scheerhorn
3234 m
e = Eocan
et = Taveyanaz gest
es eoc Sandst
en = Nummuliten gest
c = kreide
m = Malm
2986
2466
Kammligletscher
Lammerbachgletscher
Griesstock-Grat
Gries - Gletscher
Gezeichnet vom Griesstock IX 1906
Alb Heim
Fig. 3.
N-O-Auslaufer des Gemsfayren Stock
Weg nach Gemsfayeralp
oberer
unterer
Fisitenpass
S.
N
Fisitenalp
Urnerboden
Alb Heim 27 IX 1906
e_2 — eocäner Schiefer
e_1 = Nummulitenkalke
c = Seewerkalk
m = Malmkalk
L = Lochseitenkalk

Die Art und Weise, wie Lugeon (Les grandes nappes etc. Bull. Soc. Géol. France 1901, S. 777) den Griesstockkalk zu Gunsten der Einheitlichkeit der Glarner Überfaltungsdecke aus Süden wenden wollte als eine von oben kommende Einfaltung des Lochseitenkalkes, ist zunächst sehr nahe liegend und hätte sogar nach dem damaligen Stand der Kenntnisse noch durch weitere Tatsachen wahrscheinlich gemacht werden können. Indessen nachdem festgestellt ist, dass Lochseitenkalk und Griesstockmalm gar nicht zusammenhängen, fällt jener Erklärungsversuch dahin, und es ist eine auch für Lugeon viel befriedigendere Lösung gefunden.

So habe ich mich denn, so gut als möglich, in diesem Punkte korrigiert. Der „Stein des Anstosses“ ist weggeräumt und die Ideen von Bertrand, Suess, Schardt und Lugeon haben offenes Feld und volle Bestätigung auch am Klausenpass gefunden. Wir können und wollen nicht mehr von der Glarnerdoppelfalte sprechen, wir haben es mit der einen grossen Glarnerhauptfalte oder Überfaltungsdecke und ihren Teildecken zu tun. Die unter dem Titel der Glarnerdoppelfalte früher mitgeteilten Beobachtungen gelten für die eine grosse vom Südrande des Aarmassives kommende Glarner Überfaltungsdecke, die Glarnerstammdecke, wie wir sie wohl am besten im Verhältnis zu ihren Astdecken oder Zweigdecken: Schiltdecke, Mürtschendecke, Deyendecke, Säntisdecke etc. bezeichnen.

Ich trete nicht auf die Einwürfe von O. Ampferer (Jahrbuch d. k. k. geol. Reichsanst. 1906, Bd. 56, Heft 3 und 4 und Besprechung meiner Nachlese Nr. 15 in Heft 8) gegen die Ueberfaltung ein. Es scheint mir ein müssiges Unterfangen, auf spekulativem Wege die Unmöglichkeit der beobachteten Tatsachen beweisen zu wollen. Beobachten wir zuerst durchprüfend und leiten wir dann nachher die Theorie aus den Beobachtungen ab!

Ich hoffe eine spätere „Nachlese“ der südlichen Wurzelregion der Glarner Überfaltungsdecke widmen zu können. Der Schneefall vom 16. September hat dies Jahr den Abschluss meiner dortigen neuen Beobachtungen verhindert.

Zürich V, im Oktober 1906.

Ueber Membranen[1].

Von

HEINRICH ZANGGER.

Die Bedeutung der Membranen für die gesamte Biologie ist jedem evident, der sich vorstellt, dass durch die Membranen die Zellen von einander abgegrenzt werden und ebenso die einzelnen Organe, sodass alles, was in den tierischen und pflanzlichen Körper hineingeht, Membranen passieren muss. Also wird der Inhalt des Organismus von den Membranen ausgewählt.

Der Organismus selber besteht in jedem Moment nur aus solchen Bestandteilen, die durch die Membranen nicht hinaustreten können. — Die chemischen Prozesse, die das Leben erhalten, sind ihrerseits vollständig abhängig in ihrem zeitlichen Verlauf von den Membranen, indem die Substanzen, die reagieren sollen, durch die Membran hindurch in die Zelle hinein gelangen müssen, d. h. an die Stellen, wo sie mit Hülfe bestimmter Fermente mit andern Stoffen in Reaktion treten können. Die Reaktion würde aber bald still stehen, wenn nicht ein Teil der Reaktionsprodukte durch die Membran nach aussen abdiffundieren würde.

Was nicht durch die Membranen von aussen durchtreten kann, bleibt körperfremd, bekommt mit den Lebensprozessen keinen Kontakt. Die normale, typische Permeabilität der Membranen ist also Voraussetzung der normalen Lebensfunktionen. Dauernd veränderte Permeabilität der Membranen bedeutet Pathologie, pathologischen Stoffwechsel.

Ich versuche das wichtige Problem des Stoffaustausches von neueren Gesichtspunkten aus einmal einheitlich unter einen Oberbegriff

[1]) Nach dem auf die Maisitzung (1906) der Naturforschergesellschaft angekündigten Vortrag und der Vorlesung uber physikalische Chemie in der Pathologie Sommer 1905 und 1906. Die Argumente aus Experimenten und literarischen Belege zu diesen Ausführungen mussten aus äusseren Gründen auf das folgende Heft verschoben werden.

zu fassen, während bis jetzt nach dem Vorbild der physikalischen Lehrbücher die physikalischen Tatsachen, soweit sie erwähnt, unter vielen Titeln zerstreut sind, wie Lösung, Diffusion, Cohaesion, Adhaesion, Absorption, Mischbarkeit, Filtration, Capillarität, Dialyse, Osmose, Suspension, Colloide, Funktionen der Oberflächenspannung, Dicke von trennenden, resp. wirksamen Schichten etc.

Die Beschäftigung mit den Colloiden etc. die letzten fünf Jahre haben mir klar gemacht, dass eine rationelle Anwendung der physikalischen Chemie auf die biologischen und medizinischen Probleme zur Voraussetzung hat, dass festgestellt werde, inwieweit alle die oben angeführten Begriffe bei den Funktionen der Membranen eine Rolle spielen.

Der biologisch wichtigste Anteil von allen diesen physikalischen Begriffen liegt in der Eigenart und Veränderlichkeit der Membranen und das ist in der speziellen, fast unbeachteten Tatsache begründet, dass die Membranen aus Colloiden aufgebaut, denn neben den halbflüssigen und flüssigen Protoplasma und Fermenten sind die Membranen die hauptsächlichsten und zwar festen Colloide, die das Wesen und die Struktur der lebenden Organismen bedingen.

Ich möchte nun in den Hauptzügen festlegen, was die Membranen eigentlich sind, was zu einer Membran gehört, wie und unter was für Bedingungen sie sich verändert, wie sie entsteht und wie sie sich auflöst und was für Erscheinungen den Veränderungen in bezug auf die Funktion parallel gehen müssen.

Die Membranen sind schichtenförmig ausgedehnte feste Colloide, die in den Lebewesen Oberflächen begrenzen und die auch in diesem Zustand den Colloid-Gesetzen gehorchen.

1. Sie sind beeinflussbar durch Electrolyte, Cristalloide, Colloide, Temperatur und deren Kombinationen.
2. Sie sind für die empfangenen Eindrücke impressionsfähig, d. h. eine Membran trägt sehr oft für immer Spuren ihrer frühern Verwendung mit sich.

Die Membranen zeigen ihre Eigenschaften nur in Verbindung mit bestimmten Flüssigkeiten (wie die Colloide überhaupt). Die Membran bleibt nur bestehen, wenn sie sich in der Flüssigkeit nicht löst, aber die Flüssigkeit ohne wesentliche Veränderung durch sich durchtreten lässt.

Die Membran ist in bezug auf die in Flüssigkeit gelösten Substanzen ein Separator spezifischer Art. Die einen Substanzen lässt sie durchtreten, die andern hält sie mehr oder weniger zurück, und je nach der Art der durchtretenden Substanz treten Veränderungen in der Membran auf und Vorgänge verschiedener Art in dem ganzen Diffusionssystem.

Electrolyte erzeugen immer eine Potenzial-Differenz. weil die Jonen von den Membranen ungleich aufgehalten werden, resp. anders als in den lösenden Medien. (Ostwald.)

Andere Cristalloide, die durchtreten, verändern vorübergehend, d. h. für die Dauer ihrer Anwesenheit, die Membran in dem Sinn, dass sie auch für weitere Stoffe leichter durchlässig wird und zwar auch für colloidale Substanzen (Fermente), besonders bei Aenderung der Reaktion.

Die Membranen können aber imprägniert und dauernd verändert werden durch andere Substanzen, die ihr ein vollständig anderes Verhalten gegenüber diffundierenden Flüssigkeiten und Lösungen aufzwingt, z. B. durch Lecithin, Cholesterin, Fette etc.

Viele Stoffe sind also im stande, die Permeabilitäts-Verhältnisse zu verschieben durch ihre Anwesenheit in der Membran, die aber, sobald sie durch andere Stoffe ersetzt werden, verschwinden, andere bedingen eine dauernde oft tief greifende Veränderung, besonders wenn sie von ausgeprägtem elektrischem Charakter sind.

Das Wesentliche an den Membranen sind folgende drei Hauptpunkte:

I. Ihre colloidale Struktur und Festigkeit.

Sie bestehen aus Colloiden mit allen Eigenschaften, die aber in eder Richtung weniger empfindlich sind, als die flüssigen Colloide, und über die Beziehung zur Flüssigkeit ist dasselbe zu betonen wie bei den flüssigen Colloiden: Die Eigenschaften der Membranen sind ebenfalls abhängige Funktionen der Beziehungen von Membran und der Flüssigkeit, mit der die Membran ein System bildet, also

II. ferner ihr elektives Lösungsvermögen = Permeabilität.

Sie lassen Flüssigkeiten durch sich durchtreten, ohne sich wesentlich zu verändern, und zwar speziell diejenigen, aus denen heraus sie entstanden sind, und Flüssigkeiten, mit denen diese mischbar sind, sogar andere, sobald sie die Membran zu netzen vermögen. Substanzen, die mit diesen Flüssigkeiten durchtreten, verändern die Membran vorübergehend oder dauernd, indem

a) die Electrolyte immer ein elektrisches Feld schaffen, zwischen den beiden Seiten der Membran, und ferner besonders Jonen und Veränderung der Reaktion den Zustand und die Permeabilität verändern, selbst für Colloide.

b) Durchtretende andere gelöste Cristalloide erhöhen die Durchlässigkeit für ihnen verwandte Substanzen.

c) Colloide elektrisch entgegengesetzten Zeichens können sich auf der Membran niederschlagen, sie verdichten (gerben). Elektrisch gleiche Colloide können besonders zusammen mit Aenderung der

Reaktion und Cristalloiden (Harnstoff und Electrolyten) die Membran direkt lösen, also

III. Ihre Veränderlichkeit in bezug auf Permeabilität, in bezug auf Struktur und Quellungsgrad.

Auf diesen drei Membran-Eigenschaften baut sich die grosse Zahl der Lebenserscheinungen auf, oder sie sind indirekt durch diese beeinflusst.

Kann man den Charakter des Colloidalzustandes in Form der Membranen von einer andern Seite untersuchen, bringen sie bestimmte Eigenschaften infolge der Festigkeit zum isolierten Ausdruck, sind sie weniger abhängig von der Flüssigkeit etc. als im flüssigen colloidalen Zustand?

Ueber die Lokalisation, Entstehung, Struktur und Existenzbedingungen der Membranen.

Seit die Oberflächenspannungen untersucht werden, ist von Physikern bemerkt worden, dass sich diese Grösse in kurzer Zeit verändert — und zwar regelmässig abnimmt —. Dieselben Autoren (spez. Plateau) haben dann bemerkt, dass diese Veränderung von Verunreinigung der Flüssigkeit herrührt, die sich in der Oberfläche ansammelt, und sie haben dann nach Substanzen gesucht, die diese herabsetzende Eigenschaft in maximaler Weise haben (Marangoni, Dupré, Quincke, Rayleigh, Thoulet, Röntgen, Schütt etc.), oder sie versuchten durch beständige Erneuerung der Oberfläche diese Veränderung zu vermeiden. Als Ursache dieser Herabsetzung stellte sich heraus, dass sich fremde Stoffe, da, wo Oberflächenspannungen auftreten, konzentrieren, und sobald sie stabiler colloidaler Art sind, sich zu Häutchen vereinigen. Gibbs Trans. Connect. Academy Vol. III 1874—1878 108,343. Naegeli, Bayr. Akad. der Wissensch. Math. Phys. Kl. XIII. 156. 1880. Klauder, Archiv f. Path. u. Pharmak. XX. 416. 1886 u. a.

Diese Beobachtungen wurden häufig gemacht. Man ging aber hauptsächlich darauf hinaus, die Oberflächenspannung zu bestimmen, und erst in den letzten Jahren wurden diese Oberflächenhäutchen systematisch untersucht und auf deren Bedeutung für die Biologie hingewiesen.

Die physikalisch-chemische Richtung der physiologischen Forschung war aber, hauptsächlich seitdem die Fermente isoliert werden konnten (spez. seit Buchner), durch quantitative und qualitative Untersuchungen dieser einen Seite der dem Leben eigentümliche Prozesse, beschäftigt und mit dem direkt mit den Fermenten zusammenhängenden, colloidalen Zustand des Protoplamas.

Nur wenige isoliert arbeitende Autoren haben die früher diskutierte Frage der Membranen, d. h. der Diffusion von und zu den Fermenten und der sie begleitenden Erscheinungen, untersucht.

Diese Frage bekommt in dem Moment eine ganz andere Beleuchtung, wo zielbewusst gesagt werden kann, dass die Membranen feste Colloide sind von flächenhafter Ausdehnung, und dass die Colloid-Gesetze modifizierter Art auf sie anwendbar sind, ja, dass sie Aufklärungen über strukturelle Eigentümlichkeiten der Colloide im allgemeinen zu geben im stande sind.

Die Entstehung und die Struktur der Membranen aus Flüssigkeiten mit Colloiden geht besonders aus Untersuchungen von Ramsden, Dévaux, Metcalf hervor, die bewiesen haben, dass auch bei sehr geringen Konzentrationen Oberflächenhäutchen entstehen und zwar ohne weitere Kräfte, die sonst Colloide vom Lösungsmittel abtrennen, wie Electrolyte, Temperaturverschiebungen, Mischung des Solvens mit andern Flüssigkeiten. (Vergl. Gibbs.)

Die Membranen entstehen also ohne plötzlich veränderte Bedingungen, sondern aus den in den Organismen etc. vorliegenden Verbindungen und Konstellationen heraus, als eine Formation des Colloidgehaltes und der Grenzflächenkräfte und vor allem der Zeit (oft im Anschluss an bestehende Membranen).

Membranen entstehen nur an den Stellen, wo zwischen zwei Medien Oberflächenspannungen, Oberflächendrucke auftreten, und wo sich in der einen und andern Flüssigkeit grossmolekulare Substanzen in beweglichem Zustand (gelöst) befinden, die, sobald sie in die Oberfläche treten, die Oberflächenspannung heruntersetzen.

Die Membranen werden also lokalisiert und geschaffen durch die Oberflächenspannung, und die Oberflächenspannungen werden so lange die Tendenz haben, in sich Substanzen zu kondensieren und konzentrieren, bis die Spannung ein Minimum erreicht hat, also die Medien in einer bestimmten bis heute in ihrem Wesen nicht bekannten Art und Weise getrennt sind.

Diese Membranen sind also bei ruhiger Oberfläche und ruhigen Medien im Entstehungsmoment beständig, können aber unter Umständen wieder in Lösung gebracht werden. Dauernde Ruhe und starke Konzentration bringt die Funktion der Zeit konzentrierten Colloiden gegenüber in dem Sinn zur Geltung, dass sie unlöslich werden, also sich fester unter sich verbinden, und da sie eben nur in ganz dünnen Schichten in dieser Konzentration vorliegen, entstehen Membranen.

Ueber die Struktur und die mechanischen Eigentümlichkeiten

haben wir wenig Anhaltspunkte. Schütt hat beobachtet, dass sich Faden bilden, die die Tendenz haben, sich am festen Rande anzulagern und so ein Fadenwerk wie eine Art Gewebe sich zentralwärts ausbreitet. Er hat auch gesehen, dass die verschiedenen Substanzen, die solche Oberflächenhäutchen bilden, die physikalischen Eigentümlichkeiten des festen Zustandes der betreffenden Substanz bekommen (Elastizität, Zähigkeit, Sprödigkeit etc.).

Ramsden beobachtete, dass sich an verschiedenen Trennungsflächen Häutchen abscheiden, die beim Schütteln faserig zerreissen oder körnig zerfallen oder in eckige Stücke, die sich nicht in ihrer Form verändern. Wie diese kleinsten Teile zusammenhängen, ist unklar wie das Wesen der Kohäsion der festen Stoffe. Jedoch könnten Untersuchungen von Henri über Kautschuk vielleicht eine Entstehungsmöglichkeit der Fadenwerke geben, der gefunden hat, dass sich bei Gegenwart bestimmter Jonen der Kautschuk in Netzen und Faden (Polarität der Teilchen) abscheidet, währenddem er sonst bröckelig ausfällt.

Tatsache ist, dass Membranen an Oberflächen entstehen, sich gewissermassen als Trennungsschichten einschieben, dass sie ihrem Colloidal-Zustand entsprechend nach einiger Zeit im früheren Medien unlöslich werden, fest werden und zum Teil die Eigenschaften eines festen Körpers annehmen, der die Struktur bedingt.

Die Existenz-Bedingungen der Membranen wie ihre Funktionsfähigkeit sind geknüpft an das Milieu. Sie können natürlich verändert werden, gelöst werden etc., aber eine einmal entstandene Membran löst sich im allgemeinen nicht mehr ohne weiteres in ihrer Mutterflüssigkeit auf, wenn nicht Temperatur etc. geändert wird.

Grosses Interesse hat auch die Frage, wie dick eine Membran sein müsse, bis sie der Trennungsfläche den ihr eigentümlichen Membrancharakter aufzwingt.

Die Oberflächenspannung, d. h. ein Charakter der Trennungsfläche, wird z. B. erst bei einer bestimmten Konzentration und dann sprunghaft heruntergesetzt.

Devaux hat aus der angewendeten Masse berechnet, dass die Dicke der Schicht, welche die Oberflächenspannung heruntersetzt, 0,000002 mm betrage, also den Molekulardurchmessern nahe kommt (Rayleigh, Röntgen, Oberbeck b. Drude, Roiti, Reinold Rücker, Johonoth).

Es ist nun auffällig, dass auf einem ganz andern Weg die Dicke einer trennenden Schicht, also einer Membran speziell für die katalytischen Eigenschaften von Bredig und Weinmayer (Boltzmannfestschrift 1904) Dicken von derselben Grössenordnung gefunden worden sind, die gerade plötzlich einer Trennungsfläche einen andern Charakter geben.

Dass sich aber noch weitere Schichten anlegen, resp. eine Konzentrationserhöhung bis in tiefere Schichten eintritt, ist verständlich einerseits aus der Wirkung dieser neu entstandenen Trennungsfläche, anderseits aber deshalb, da Kapillarkräfte tausendfach tiefer hineinwirken können (Müller-Erzbach). 0,002 mm Wiedemann Ann. Bd. 58, p. 386 (1896), Bd. 67, p. 899 (1899). (Geringere Werte geben an Plateau, Quincke, Wilhelmy, Vincent u. a.).

Wenn man sich klar geworden, dass eine systematische Handhabung der Membranen auf den Colloidcharakter basiert sein muss, so ergeben sich zwei grosse Hauptreihen von Fragestellungen, die diese neuen Tatsachen unserer Vorstellung von Membran und Membranfunktion aufzwingen und die Direktiven für Experimente geben.

I. Wie ändern diffundierende Cristalloide die Beziehungen des Membrancolloid zur Flüssigkeit (Flüssigkeiten, gelöste Stoffe, Elektrolyte)?

II. Wie ändern schwer und nicht diffundierende Colloide und Colloidkomplexe, die sich zur Membran addieren, die Stellung des Membrancolloids zum Lösungsmittel und zu den darin gelösten Substanzen?

Dabei spielt immer ein Moment mit, das an sich komplex und variabel, das man aber möglichst isoliert betrachten muss: nämlich dass sehr viele Membranphenomene mit elektrischen Erscheinungen einhergehen, die modifizierend, meist hemmend auf den intendierten Verlauf wirken (Strömungselektrizität [Quincke], Konzentrations-Ketten [Helmholtz]).

Jonenwanderungsverschiedenheiten in der Membran (Ostwald Beil. Chanoz etc.) elektr. Art der Membran selbst, resp. ihrer Komponenten und vorliegenden andern Colloide [Malfitano, Henri, Jscovesco]).

Mit diesen elektrischen Erscheinungen parallel untrennbar gehen oft Quellungsphenomene, Wasseraufnahme und Lösungserscheinungen, die also den Colloidzustand, den wir in der Membran verwenden, wesentlich ändern muss, anderseits sind die Vorgänge aber für Kontraktionserscheinungen und Bewegungen in der Biologie von grösster Bedeutung (Pauli, Mathews, Stewart spez. Lillie).

In dieser Einleitung haben wir die Membran isoliert betrachtet ohne detaillierte Beziehungen zu ihrer Funktion im Flüssigkeits-System.

Die Membran ist also eine Schicht, die infolge bestimmter:

A. Stoffeigentümlichkeit, Quellbarkeit, Elastizität etc.,

B. Struktur und Kombinationen und Lokalisation,

C. bestimmter Dicke

die Beziehungen zwischen sich durch sie hindurch berührenden Medien in ganz bestimmter gesetzmässiger Art beeinflusst. Die Membranen

zeigen ihre wichtigen Eigentümlichkeiten nur, wenn sie sich zwischen in ihr und unter sich mindestens zum Teil löslichen Medien befindet.

A. Die Eigentümlichkeiten des Membranstoffes konzentrieren sich im colloidalen Zustand und der Variabilität des die Membran aufbauenden Colloides, resp. Colloidkomplexes. Mechanisch nähert sich der colloidale Stoff, sobald er als Membran auftritt, dem festen Zustand, speziell in bezug auf Zähigkeit, Sprödigkeit, Elastizität, Quellbarkeit.

B. Die Struktur ist also zur Hauptsache eine Funktion des Colloides, das die Membran bildet, und die Oberflächenspannungen geben ihnen Lokalisation und Form und wahrscheinlich auch die Dicke.

(Auf die Kombination verschiedener Stoffe in Membranen und auf die vorkommenden äusserst komplizierten Möglichkeiten im zweiten Teil).

C. Die Dicke. Die Stoffschicht muss eine bestimmte Dicke erreichen in einer trennenden Schicht, bis die Eigentümlichkeit des Kontaktes zweier Medien durch die Membran charakteristisch verändert wird.

Festgestellt sind bis jetzt die minimalen Dicken, die gerade die Oberflächenspannung sprunghaft heruntersetzen, und die Dicke, die die katalytischen und elektrischen Kontakteigentümlichkeiten, resp. die Permeabilität für die Elektrizität führenden Elemente verändert.

Bei nichts müssen wir mehr darauf sehen, Einzelerscheinungen aus Komplexen herauszuschälen, als bei den Colloiden. Denn alle Funktionen, die wir brauchen und eine Rolle spielen, sind Komplexe, vor allem, weil die Membran sich sowohl durch Flüssigkeit wie gelöste Stoffe sukzessive beeinflussen lässt und andere Verhältnisse schafft. Diesen Punkt hat die physikalische Chemie zu lange nicht systematisch beachtet, wie es für deren Anwendungen auf biologische Probleme notwendig ist.

Hier handelt es sich in erster Linie um homogene Membranen und die Feststellung deren Eigenschaften. Die meisten Membranen sind nun aber aus differenten Schichten aufgebaut oder auch aus ungleichen Parzellen unb Zwischensubstanzen zusammengesetzt. Das erschwert die Untersuchung der Veränderlichkeit der vitalen Häute in bezug auf ihre einzelnen Teile sehr und damit die Fragen nach Resorption, Sekretion.

Im zweiten Teil wird die Membran in ihren natürlichen Verhältnissen, d. h. als trennende Schicht zwischen ungleichen Flüssigkeitssystemen, untersucht.

Das Hauptgewicht muss dabei gelegt werden auf eine bis heute fast unbeachtete und biologisch äusserst wichtige Eigenschaft, die

reversible und irreversible Veränderlichkeit der Membranen, auf denen alle variierenden biologischen Vorgänge zur Hauptsache beruhen müssen.

Beweisen am lebenden Organismus können wir es vorläufig nur da, wo wir die einzelnen Lebensbedingungen vollständig im Experiment reproduzieren können. Auch hier hat, wie in manch anderm Gebiet, die Pflanzen-Physiologie deshalb das erste Material geliefert. Ich werde zeigen, dass sich vor allem auch die Immunitätsfragen von einer ganz andern Seite beleuchten und anfassen lassen auf Grund dieser Vorstellungen, die eine Konsequenz und weiterer Ausbau der seit vier Jahren von mir entwickelten und vertretenen Theorie.

Die Hauptfrage wird sein: I. die Diffusion in ihrer Entwicklung und allgemeinen Anwendung, die Parallelerscheinungen der Diffusion speziell elektrischer Art und deren Beziehung zum Colloidalzustand der Membran, II. die Ursachen der Permeabilitätsänderung und Auflösung der Membran.

Dabei wird sich ergeben, dass die festen Membranen nicht nur die Strukturen bedingen, die wir histologisch beurteilen, sondern dass sie vor allem den gesamten Stoffaustausch beherrschen.

Die Brandung der Alpen am Nagelfluhgebirge.

Von

ARNOLD HEIM.

Vortrag, gehalten an der
Versammlung der schweiz. naturforschenden Gesellschaft (geolog. Sektion)
in St. Gallen, 30. Sept. 1906.

(Hiezu Tafel VII u. VIII [1]).

Conrad Escher v. d. Linth [2]) machte 1811 während der Linthkorrektion die wichtige Beobachtung, dass die Kalksteinformation auf der Nagelfluh aufliege, dass trotzdem die Nagelfluh anscheinend jünger und scharf von den Alpen abzutrennen sei. Arnold Escher v. d. Linth, der wie sein Vater in erster Linie das Walenseegebirge studierte, nahm zur Erklärung der ausserordentlichen Mächtigkeit der Nagelfluh und ihrer Beziehung mit dem Kalkgebirge eine nach Norden überliegende Synklinale an. Diese Ansicht wurde von seinen Schülern angenommen und später von Gutzwiller und namentlich von Burckhardt [3]) 1893 ausgebaut, während Kaufmann in seinen hervorragenden Arbeiten, so namentlich schon 1860 [4]), niemals von einer Synklinale der Molasse am Alpenrande, sondern stets vom Südschenkel der südlichen Antiklinale sprach. Die Angaben Burckhardts sind langezeit massgebend geblieben, bis die dadurch zurückgehaltene Überfaltungstheorie doch durchgebrochen ist. Meine eingehenden Detailarbeiten in Burckhardts Beobachtungsgebiet zwischen Thur und Walensee haben mich in wesentlichen Punkten zu entgegengesetzten Resultaten geführt. In einer in Arbeit stehenden Monographie der Churfirsten-Mattstockgruppe werde ich darauf näher einzutreten haben. An dieser Stelle sei mir gestattet, einige neue und für die Kenntnis der Beziehungen zwischen Molasse und Alpen besonders wichtige Tatsachen zu besprechen, ohne stetsfort auf frühere Angaben zurückzukommen.

[1]) Die Figuren 4, 5, 6, 7 der Taf. VIII gehören nicht zu dieser Arbeit.

[2]) Conrad Escher: Rezension über Ebels „Über den Bau in dem Alpengebirge usw.“ in Alpina IV.

[3]) C. Burckhardt: Die Kontaktzone von Kreide und Tertiär etc., Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz, neue Folge Lfg. II.

[4]) F. J. Kaufmann: Untersuchungen über die mittel- und ostschweizerische subalpine Molasse; neue Denkschr. d. schweiz. nat. Ges. XVII.

A. Der Bau der Molasse-Zone zwischen Thur und Linth.

Wer im Linthtal von Bilten nach Oberurnen oder von Schännis nach Weesen oder aber im Thurtal von Nesslau nach Stein geht, findet eine normale stets südfallende Schichtenreihe von Kalk-Nagelfluhbänken mit Sandstein und braunen, stellenweise auch roten Mergelschichten in Wechsellagerung in einer kolossalen um 4000 m betragenden Mächtigkeit (Kaufmann 1860)[1]. Vom Speer fällt die Nagelfluh 35–40° gegen S[2]) und wird gegen den Mattstock hin um 20 bis 25° steiler. Auf der Matthöhe folgen braune mergelige Sandsteine (nicht rote Mergel!) in schmaler Zone, die wie der daranstossende Flysch 70—80° steil südlich einfallen (vergl. Profil Fig. 3 Taf. VIII). Wenn wir nun von der Matthöhe aus den Nagelfluhrippen westlich entlang gehen, so finden wir, dass im Einschnitt des Flibaches sich südlich daran noch eine mächtige Nagelfluhzone legt (Kartenskizze Taf. VII). Die Sandsteinzone der Matthöhe lässt sich nicht mehr erkennen; wahrscheinlich haben die unbedeutenden Nagelfluh-Einlagerungen der Matthöhe gegen Westen an Mächtigkeit zugenommen.

Besonders bemerkenswert ist aber die Tatsache, dass die Sandsteine der Matthöhe gar nicht die hangendsten Molasseschichten sind, sondern dass sich südlich daran weiter westlich wieder Nagelfluh anreiht. Dann stossen wir weiter unten im Flibach auf rote und braune Mergel, zuerst mit Nagelfluhbänken, dann ohne Nagelfluh, zuerst flacher 30—40° S fallend, dann am Kontakt mit dem Flysch wieder steiler, 70° (Fig. 3 Taf. VIII). Grünlicher Flyschmergel und grüner Molassemergel scheinen auf der linken Flibachseite wellig ineinander gepresst. Gehen wir dieser Molassemergelzone wieder westlich entlang, so finden wir, dass sich nördlich des Weesener Kapfenberges abermals eine beträchtliche Zone von Kalknagelfluh mit steilem S-Fallen südlich an die Mergel anlegt (Kartenskizze Taf. VII). Das Streichen der Molasseschichten bleibt durchweg sehr gleichmässig, meist E 25° N. Verlängern wir die Nagelfluhrippen nördlich des Kapfenberges, geradlinig wie sie sind, so stossen wir unter den Mattstock, ja sogar noch unter den Durchschlägiberg hinein. Wenn wir umgekehrt den Flysch und die Nummulitenkalke des Flibaches gegen Westen verfolgen wollen, so stossen wir in gleicher orographischer Höhe an die steilen Nagelfluhschichtenköpfe.

[1]) Vergl. auch A. Ludwig in Ber. d. naturf. Ges. St. Gallen 1905 pag. 45.

[2]) Der Kürze halber ist immer S statt SSE geschrieben.

Ganz ähnliche Erscheinungen finden wir östlich des Mattstockes. Im Zwislenwald NE des Mattstockes findet sich über der Nagelfluhzone, die derjenigen an der Matthöhe entspricht, eine einige hundert Meter mächtige Zone von braungrauen glimmerhaltigen Sandsteinen und Mergeln, darüber gegen 250 m braune Mergel ohne Sandstein mit steil südlichem Fallen. An vielen Stellen kann man beobachten, dass sich südlich an die braunen und grünlich-braunen Mergel der in Blöcke zerfallene obere Flysch mit Sandstein und Ölquarzit anlegt. Die westliche Verlängerung der Kontaktlinie führt unter den Mattstockgipfel hinein.

Weiter östlich hingegen hat der Sulzbach prachtvolle Aufschlüsse in Molasse und Flysch eingeschnitten. Die Molasseschichtenreihe zeigt einige Veränderungen gegenüber dem Zwislenwald. Die Sandsteinzone ist sehr mergelreich und in ihrem oberen Teil enthält sie rote und grüne Mergel zwischen groben Nagelfluhbänken. Hie und da sind auch im grünen Mergel einzelne grosse Kalkgerölle eingebacken, und die Nagelfluh enthält neben Flysch- und anderen Kalkgeröllen und sehr häufigen Flyschsandsteinen auch einzelne rote habkernartige Granite mit Muskovit und Hornblende. Nur etwa 50 m weiter südlich kann man die gleichen dichten Flyschkalke in Bänken anstehend treffen. Das grösste Granitgerölle ist doppelt kopfgross, das grösste Kalkgerölle 40 cm lang. Daneben sind wieder Nagelfluhbänke mit kleineren Milchquarzgeröllen — kurz, wir sehen hier eine schmale, aber ungemein bunte Molassezone, die einer besonderen petrographischen Bearbeitung wert wäre. Über der Nagelfluh folgen etwa 20 m braune Mergel und dann an Stelle des oberen Teiles der Mergelzone des Zwislenwaldes ein wohl 50 m mächtiges Kalknagelfluhriff, das in steilen Felsen mit ca. 60° S-Fallen und E 20° N Streichen gegen E abbricht. Auf der andern Seite des Sulzbaches steht in gleicher Höhe nur Flysch an mit nordöstlichen Streichen. Brauner Mergel ist südlich an die wie angefressenen Nagelfluhbänke mit Flexuren angepresst. Dieser Mergel gehört wohl dem Flysch an, denn er geht unmittelbar südlich über in etwa 15 m mächtigen schwarzgrauen Mergel mit sandigen Platten, die typisch für oberen Flysch der Gegend sind, und diese gehen wiederum südlich über in ca. 15 m mächtige hell gelblich angewitterte Fucoidenschiefer, die östlich streichen und 55° südlich fallen. Wie sonderbar, dass auf der östlichen Seite des Sulzbaches, im Streichen der Molasse, nur Flyschboden liegt, und dazu noch am Waldrand über den steilen Schichtenköpfen der Molasse ein kleines stehendes und NE streichendes Nummulinenkalkriff ansteht! (Kartenskizze Taf. VII und Taf. VIII Fig. 1.)

Endlich gehen wir um den nach Norden stark vorspringenden Goggeien herum und treffen bei Stein an der Thur und beim Kühhaus wieder Kalknagelfluh mit Sandstein und braunen, roten und grünlichen Mergelzwischenlagen, immer im gleichen E 15–20° N Streichen, bei Stein ca. 55°, weiter nördlich mit flacherem S-Fallen. Wahrscheinlich ist das gegen die Thur vorspringende südliche Nagelfluhriff bei Stein direkt die Fortsetzung der südlichsten Nagelfluh im Sulzbach; die Mergel- und Sandsteinzone des Zwislenwaldes scheint hier durch eingeschaltete Nagelfluh ersetzt. Sicher ist, dass die Molasse mit kaum veränderter Schichtlage wieder so auf der Nordostseite unter dem Goggeien hervortritt, wie sie auf der Südwestseite darunter verschwunden ist. Und gehen wir im Streichen der Nagelfluh von Stein weiter östlich entlang, so gelangen wir in Gedanken tief unter den Schindelnberg des westlichen Säntisgebirges hinein [1]). Nachdem wir die auffallenden Einzelaufschlüsse betrachtet haben, überblicken wir die Kartenskizze Taf. VII und erkennen daraus sofort, dass die Schichtenköpfe der südlichen Molasse stückweise von Flysch und Kreidegebirge bedeckt sind. Die Molasse streicht von Westen her unter den Mattstock hinein, tritt im Zwislenwald unter dem Mattstock zum Teil heraus, verschwindet dann wieder unter dem Goggeien und kommt endlich wieder ungestört bei Stein darunter heraus.

Auf Blatt IX der geol. Dufourkarte haben Escher und Gutzwiller zwar die Grenze von Molasse und Flysch nicht überall richtig eingetragen, aber doch deutlich die Schichten der Nagelfluh nördlich Weesen diskordant gegen den Flysch abgrenzen lassen. Die Karte von Burckhardt 1:50,000 von 1893 ist hingegen unrichtig.

Burckhardt [2]) hat das Steilerwerden der Schichtlage vom Speer zum Mattstock als „synklinale Schichtstellung" gedeutet. Wir haben aber schon gesehen, dass sich die Schichtlage am Flibach wieder etwas verflacht (bis 30°) und dann noch einmal steiler wird (bis 70°). Etwas ähnliches kann im Sulzbachbett beobachtet werden, woselbst zunächst das gleiche Steiler- und wieder etwas Flacherwerden beobachtet werden kann (Fig. 1 Taf. VIII). Die Molasse macht also vom Speer an gegen Süden eine ganz sanfte Schwankung im Fallen. Aber auch wenn dies nicht der Fall wäre und die Schichten der Molasse gegen Süden beständig steiler

[1]) Vergl. Arnold Heim: Der westliche Teil des Säntisgebirges. Beitr. zur geol. Karte d. Schw. Lfg. 16. 1905.

[2]) C. Burckhardt: Die Kontaktzone von Kreide u. Tertiär. Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz 1893 p. 111.

würden, so könnte, ganz abgesehen von anderen Gesichtspunkten, das Steilerwerden mit gleichem Rechte als antiklinale Schichtstellung betrachtet werden. Wer vom Mattstock zum Speer hinauf geht, kann eine Rippe von Nagelfluh um die andere in schönster Regelmässigkeit verfolgen ohne jede Störung, Verquetschung etc., wie sie verkehrter Schichtfolge sicherlich nicht fehlen würde. Es kann nur eine normale Schichtreihe vorliegen. Den gleichen Eindruck erhält man, wenn man eine Nagelfluhrippe um die andere auf der Nord- und Ostseite des Speers und ebenso am Schänniserberg weit hin verfolgt, wo ebenfalls nicht die geringste tektonische Veränderung zu bemerken ist.

Wir haben bis dahin folgende Resultate abgeleitet:

1. Im Speer- und Stockberggebiet fehlt jede Andeutung von einer nach Norden überliegenden Synklinale.

Dagegen ist viel natürlicher die Auffassung Kaufmanns:

Speer und Stockberg sind aufzufassen als Südschenkel der südlichen Molasseantiklinale[1]).

2. Mattstock und Goggeien liegen diskordant auf den Schichtköpfen der steil südsüdöstlich fallenden Molasse.

Einen weiteren wichtigen Gesichtspunkt habe ich schon früher[2]) ausgesprochen; doch tritt er im Gebiete zwischen Thur und Linth noch viel schärfer hervor als im westlichen Säntisgebirge:

3. Die Lagerung der südlichsten Molassezone ist auffallend gleichförmig und steht dadurch im schärfsten Gegensatz zu dem ausserordentlich komplizierten und wechselvollen Bau der daran anstossenden Kreide-Eocaengebirge des Alpenrandes (vergl. Taf. VII und VIII).

B. Der Kontakt von Molasse und Flysch zwischen Thur und Linth.

Im Einschnitt des Flibaches sind grünliche Mergel des Flyschs an grüne Molassemergel mit steilem Südfallen wellig aneinander gepresst.

Etwa 100 m weiter westlich lässt sich in einem Nebenbächlein konstatieren, dass hier der lokal vertikal gestellte grünliche Flyschmergel von braungrauen bankigen 55° S-fallenden Sandsteinschichten

[1]) In Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz Lfg. 16 Taf. I habe ich eine Modifikation der bisher angenommenen Synklinale angedeutet, die ich nach meinen neuen Beobachtungen als unrichtig betrachten muss.

[2]) Arnold Heim: Der westliche Teil des Säntisgebirges. Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz Lfg. 16 pag. 445.

der Molasse untertieft wird. Zwischen Molasse und Flysch sind hier allerdings etwa 2 m verdeckt.

Vom Flibach kann man durch steilsten Tannenwald östlich dem Kontakt entlang hinauf klettern. In einer Höhe von ca. 920 m ist ein eigentümlich kleiner steil N-fallender Bruch vorhanden, der den Flysch mit Schleppungen und Fältelungen in rötliche und grünliche Molassemergel einpresst. Im Molassemergel treffen wir zerstreute bis faustgrosse Gerölle von rotem Nummulitenkalk eingebettet, wie er genau in der gleichen Ausbildung ca. 400 m weiter südlich ansteht. Dann gelangt man in der Richtung der Kontaktfläche weiter durch Moräne aufwärts und ist dann überrascht, ein Stück weiter südlich auf eine normal streichende, aber ca. 55° N-(!)fallende Kalknagelfluhrippe zu stossen (Fig. 3 Taf. VIII). Diese Rippe lässt sich bis zu den Hütten Hinter-Fliwald gegen 300 m weit verfolgen, bis sie unter Moräne verschwindet (Kartenskizze Taf. VII).

Eine ähnliche ebenso überraschende Erscheinung trifft man unmittelbar am Ostende des Mattstocks bei der Brunnenegg [1]). In einer kleinen Bachrinne beobachtet man von unten her die Nagelfluh zuerst normal südlich, dann auf einmal verkehrt steil nördlich einfallen. Der Flyschschiefer schiebt sich nördlich unter die mit Rutschflächen versehene Nagelfluh hinein, und diese sonderbare Kontaktfläche befindet sich nur etwa 15 m weit vom Valangien des Mattstocks entfernt. Es scheint, dass hier eine lokale Aufschürfung der Nagelfluh durch den Mattstock stattgefunden habe. Ob aber das N-fallende Nagelfluhriff vom Hinter-Fliwald auch so gedeutet werden soll, kann wegen schlechten Aufschlüssen nicht entschieden werden.

Auf der schon vielfach in der Literatur behandelten Matthöhe kann der scharfe Kontakt von Molasse-Sandstein mit dem Flysch nicht direkt beobachtet werden. Steil S-fallender heller Flyschschiefer grenzt an Molasseboden mit Sandsteinbrocken (Fig. 3, Taf. VIII).

Im Zwislenwald grenzt der obere Flysch an steil südfallende braune Mergel. Im westlichen Teil kann in einem Bachbett ein Kontakt von vertikal gefälteltem oberem Flysch mit Quarz- und Glimmer-Sandsteinbänken und fast vertikalem, braunem Molassemergel beobachtet werden. Der Sulzbach ist schon besprochen worden. Die Kontakte lassen sich also von West nach Ost wie folgt zusammenstellen:

[1]) Diese Nagelfluh hat Burckhardt als Flysch kartiert, die weite Mergel- und Sandsteinzone des Zwislenwaldes als Schutt und dadurch die Kontaktlinie von Molasse und Flysch um die Kreideberge herumgeschlängelt.

Ort	Molasse	Streichen	Fallen	Flysch	Streichen	Fallen	
100 m westl. Flibach	Sandstein	E 20 ° N	55 ° S	grünl. Mergel	—	vertikal	
Flibachbett	grüne Mergel		60—70 ° S	grünl. Mergel	—	60—70 ° S	wellig ineinander gepresst
östlich ob Flibach .	röthliche u. grüne Mergel		ca. 35 ° S	grünl. Mergel	—		Flysch eingepresst und gefältelt
Mattstock-Westende .	Nagelfluh	E 55 ° N	ca. 70 ° N	heller Schiefer	E 60 ° N	75 ° N	Aufschürfung der Molasse?
Mattstock-Nase . .	Sandstein			heller Schiefer	E 20 ° N	50—80 ° S	
Zwistenwald W . .	braune Mergel	E 10—30 ° N	sehr steil S	oberer Flysch	E 15—30 ° N	vertikal	Stark ineinander gepresst, Flysch stark gefältelt mit vert. Axen
Sulzbach . .	Nagelfluh	E 20 ° N	60 ° S	bräunl. Mergel	—	—	

Diese Zusammenstellung ergibt also klar, dass die Kontakte sehr wechselvoll sind und die verschiedensten Schichten nach Gestein und stratigraphischem Niveau am Kontakt mit Flysch auftreten. Es ist ganz unrichtig, wenn Burckhardt behauptet, dass „an der Eocængrenze“ überall die rote Molasse auftritt“ [1]). Rote und grüne Mergel treten nur am Freibach zufällig an den Kontakt mit Flysch. Die roten Mergel sind aber, wie wir gesehen haben, nur Einlagerungen in der Nagelfluh und tektonisch und stratigraphisch von keinerlei besonderer Bedeutung. Auch die Frage nach der Konkordanz und Diskordanz von Molasse und Flysch betrachte ich für ganz nebensächlich. Wir beobachten Ineinanderknetungen beider Formationen, wo der Flyschmergel zufällig an Molassemergel stösst. Durch Fältelung und Zerknitterung kann die Schichtlage des Flysches am scharfen Kontakt mit der Molasse um 90° verschieden sein, als 10 cm daneben. Primäre Diskordanzen können durch Pressungen zu Konkordanzen und umgekehrt, primäre Konkordanzen zu Diskordanzen geworden sein. Es ist unmöglich, einen Schluss auf primäre Diskordanz zu ziehen. Wir sind also zu den weiteren Resultaten gelangt:

4. Die Grenze von Molasse und Flysch ist scharf, wo die Aufschlüsse zur Beurteilung genügend sind.

5. Mechanische Erscheinungen, Ineinanderpressungen sind an einigen Stellen deutlich. Die Berührung von Molasse und Flysch ist nicht primär, sondern der Flysch ist an die Molasse angepresst worden; es ist ein Dislokationskontakt.

6. Die Südgrenze der Molasse wird nicht durch eine Verwerfung gebildet.

7. Die Molassegesteine am Flyschkontakte sind sehr wechselvoll nach Gestein und stratigraphischer Höhe. Die roten Mergel der Molasse sind sich repetierende Einlagerungen in der Nagelfluh und treten nur zufällig am Flibach an den Kontakt mit Flysch.

Wenn man auf der Zone zwischen Molasse- und Kreideketten entlang geht, so fällt die grosse Unregelmässigkeit in der Stärke der Flyschzone auf. Im Flibach bei Weesen sind die Flyschmergel mit Nummulitenkalken fast 1 km breit angehäuft, am Mattstock-Westende sind es nur 5 m und an der Mattstocknase etwa 20 m. Am Nordrande des Säntis ist der Flysch stellenweise ganz weggequetscht oder überschoben. (Berndliprofil.)

8. Der Flysch ist manchmal an der Front der Kreideketten vor Vorsprüngen der Nagelfluhzone weggedrückt, dagegen angehäuft in deren Nischen.

---

[1]) C. Burckhardt: Die Kontaktzone von Kreide und Tertiär etc. Beitr. zur geol. Karte der Schweiz, 1893, pag. 55.

Am westlichen Teil des Mattstockes sind an zwei Stellen am Kontakt mit dem Flysch nordfallende Nagelfluhschichten vorhanden, die möglicherweise als Aufschürfung durch den Mattstock betrachtet werden können. Am Goggeien lässt sich, ausser einer nicht ganz klaren Nord-Schleppung der südlichsten Molasse im Sulzbach, gar keine Beeinflussung der Molasseschichtlage durch die Alpenfaltung erkennen.

9. Das Nagelfluhgebirge hat durch den Überfaltungsschub der Säntisdecke keine wesentliche Umgestaltung erlitten.

Ausgenommen ist vielleicht lokale Aufschürfung oder auch geringe Steilerstellung durch den Überfaltungsschub. So muss vielleicht auch der Fetzen von rotem Molassemergel am Risipass nördlich des Stockberges als von unten her durch das Säntisgebirge diskordant vor die Nagelfluh hinaufgeschoben aufgefasst werden [1]).

Die Molasse hat sich in jeder Beziehung der alpinen Überfaltung gegenüber passiv verhalten.

Nach diesen Ableitungen erinnern wir uns wieder an den wunderbaren Scharfblick eines Conrad Escher von der Linth, der schon 1811 erkannt hatte, dass das Nagelfluhgebirge scharf von den Alpen abgegrenzt werden müsse [2]). So wird am zweckmässigsten und geologisch natürlich der nordschweizerische Alpenrand definiert **als die Grenze von Molasse und Flysch (resp. Kreide).**

C. Die Brandung der Säntisdecke am erodierten Nagelfluh-Gebirge.

Unterdessen wird längst jedem Zuhörer die Frage aufgestiegen sein: Ist die Molasse durch die Alpenüberfaltung abgeschnitten und abgeschürft worden, oder war das Molassegebirge schon vor der Brandung der alpinen Überfaltungsdecken von Erosion angefressen?

Zur Beantwortung dieser Frage müssen wir noch einmal zum Goggeien und Mattstock zurücktreten.

Etwas mehr als 100 m westlich des Flibaches ragt als Insel mitten im Nagelfluhbergsturz ein mächtiger, kubischer Felsklotz von Nummulinenkalk, der „Gufler" hervor (Kartenskizze Taf. VII). Die Südwand ist durch einen Bruch mit vertikalen Rutschstreifen gebildet. Arnold Escher v. d. Linth [3]) spricht von einem „Kneten" des Eocaen zur scheinbaren Wechsellagerung mit der Nagelfluh. A. Rothpletz [4]) erklärt den Guflerfels als durch Verwerfungen in die Nagelfluh ein-

[1]) Vergl. die Zeichnung in Arnold Heim: Der westliche Teil des Säntisgebirges. Beitr., Lfg. 16, pag. 446.

[2]) Vergl. Bernhard Studer: Geschichte der physischen Geographie der Schweiz bis 1815, 1863.

[3]) A. Escher in Mösch, Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz, Laufg. 14, 1877, pag. 129.

[4]) A. Rothpletz: das geotektonische Problem der Glarneralpen 1898, pag. 198.

geschnitten: „Der Gufler beweist, dass hier die Molasse ganz bedeutend weiter nach Norden verschoben ist". Diese Annahme liegt hier nahe; nur kann man die Verwerfungen in der Molasse nicht sehen! Seither haben die Untersuchungen im Säntisgebirge[1]) gelehrt, dass die zahlreichen Querbrüche der Kreidefalten in dem unterliegenden Flysch rasch erlöschen und dass keine einzige derselben mit Sicherheit in der Molasse gefunden werden konnte. Meine eigenen Untersuchungen vom westlichen Säntis bis zum Walensee ergeben das gleiche Resultat. Daraus erhellt noch schärfer der Gegensatz in der Lagerung zwischen Molasse und Überfaltungsdecken.

In der Tat aber ist der Guflerfels in eine Vertiefung der Molasse-Nagelfluh eingesenkt. Geht man nämlich in der Streichrichtung der Molasse vom Gufler aus nach W, so gelangt man bald auf steil S-fallende Nagelfluhschichtenköpfe, deren jetzige Oberfläche noch 30—40 m höher liegt als die Basis des Guflerfelsens. Geht man umgekehrt in der Streichrichtung der Molasse vom Gufler aus nach Osten, so gelangt man im Einschnitt des wilden Flibaches etwa 50 m tiefer nur auf Flysch und dem Gufler entsprechende Nummulitenkalkfetzen. Die Molasse mag noch tief darunter liegen. Wenn man nun die Tektonik des Durchschlägiberges und Mattstocks berücksichtigt, so erkennt man, dass sich im Flibach- und Guflergebiet eine mächtige Flyschmasse angesammelt hat, die ein grosses Loch in der Nagelfluh mit allen Unebenheiten ausfüllt. Der Durchschlägiberg bleibt weit zurück, und der weiche, leicht bewegliche Flysch hätte unmöglich die feste Nagelfluh auskolken können.

Eine schwache Austiefung der Schichtenköpfe der Molasse scheint auch unter dem Mattstock vorhanden zu sein. Das Ostende des Mattstocks liegt bei 1250 m Höhe in Form eines Muldentroges direkt auf der Nagelfluh.

Besonders überraschend aber ist weiter östlich das Molasseloch, in das der Goggeien hineingeschoben wurde. An der Hagegg westlich des Sulzbaches liegt die südlichste Nagelfluh 1180 m hoch und stürzt von dort jäh ab zum Sulzbach. Auf der östlichen Seite des Sulzbaches liegt im fortgesetzten Streichen der Nagelfluh mehr als 100 m tiefer der obere Flysch. Auf der Nordostseite des Goggeien kommt die Nagelfluh bei ca. 970 m wieder zum Vorschein, bei Kühhaus. Zieht man die gerade Verbindungslinie von den Nagelfluhköpfen der Hagegg zu denjenigen bei Kühhaus, so durchsticht man im Goggeien der Reihe nach oberen Flysch, unteren Flysch, Senonmergel, Seewerschichten, Gault, Schrattenkalk, wahrscheinlich auch noch Hauterivien

[1]) Albert Heim: Das Säntisgebirge. Beitr. zur geol. Karte der Schweiz, Lfg. 16.

und Valangien, die unter Schutt teilweise verdeckt sind. Besonders auffallend ist aber bei einem Blick von Stein aus, wie die Kreideschichten nordwestlich einfallen und die Molasseschichten rechtwinklig dazu unter den Goggeien südlich einschliessen. Endlich steht auch die ganze Streichrichtung am Nordabhang des Goggeien schief zur Molasse und den normaleren Kreidebergen, an seinem nördlichsten Vorsprung fast Nord, also nahezu senkrecht zur unterliegenden Molasse!

Ein Blick auf die Kartenskizze Taf. VII und Profil Fig. 1, Taf. VIII zeigt auch hier wieder, dass zunächst der Flysch und dann erst die Kreide auf Molassenagelfluh liegen. Wenn man noch den tektonischen Bau des Goggeien berücksichtigt, so kommt man zu dem gleichen Resultat wie im Flibach-Guflergebiet. Mögen nun die theoretischen Linien in der Luft und unter der Oberfläche in Fig. 1, Taf. VIII an diesem schwierigsten und merkwürdigsten Kreideberge ganz richtig sein oder nicht, so bleibt doch gewiss, dass der Goggeien gänzlich aus dem Verbande der Säntisdecke losgerissen und überstürzt und rings von Flysch umgeben ist. Der Goggeien schwimmt in Flysch, ruht auf Flysch und Molasse und wurde in der letzten Faltungsphase nur noch passiv von der beweglichen Flyschmasse in das vorliegende Loch der Molasse schräg hineingeschoben. Der Goggeien hat also die Depression in der Nagelfluh nicht selber ausgegraben, sondern nur das Loch als Lager benützt. Ich bin sogar geneigt, noch viel weiter zu gehen, und einen grossen Teil der Formen der Kreide-Eocaengebirge aus der Unebenheit des vorliegenden Molasse-Gebirges abzuleiten. Die Ergebnisse lauten:

10. Die Querbrüche der alpinen Kreideketten der Nordostschweiz setzen nicht in die Molasseunterlage hinab.

11. Die Molasse war schon ganz oder nahezu fertig gefaltet und bildete eine steife, unbewegliche Schwelle, als die alpinen Decken noch wanderten, sich falteten und überfalteten.

12. Die Oberfläche der Molasse unter den überschobenen Flysch- und Kreidemassen ist eine ältere Erosionsfläche[1]).

13. Die Form und Lage der Kreide-Klippenberge zwischen Thur und Linth ist zum grossen Teil durch die Unebenheit des Molasserandgebirges bedingt. Die Brandung der Säntisdecke und ihr Zerschellen erfolgte am unebenen gebirgigen Nagelfluhfestland.

In der Tat glaubt man fast sehen zu können, wie, von Südosten hergestossen, der Mattstock über die höckerige Nagelfluh gestolpert

[1]) Es ist begreiflich, dass fast alle bisher publizierten Profile durch den Alpenrand nicht dieser Auffassung entsprechen und oft unrichtig gezeichnet sind.

ist, wie der nachrückende Durchschlägiberg[1]) sich den Kopf eindrückte und der Goggeien und Stock überstürzten.

Von der Wageten (1754 m) westlich der Linth hat man einen herrlichen Überblick über das Mattstock- und Speergebirge. Da sieht man mit einem Blick das elegant überfaltete und überworfene Kreidegebirge des Durchschlägiberges und Mattstockes diskordant auf den Schichtenköpfen des plumpen, schwerfälligen und einförmigen Nagelfluhgebirges aufsitzen. Geht man hingegen auf die Seite des Hirzli, also in die streichende Verlängerung der südlichen Nagelfluh von Weesen, so sieht man nur noch den oberen Teil des Kreidegebirges über die Nagelfluhschichtenköpfe des Schänniserberges hinausragen, und man gewinnt die doppelte Überzeugung, dass das Alpengebirge in eine Nische des Nagelfluhgebirges hinein- und hinaufgeschoben worden ist.

D. Analoge Verhältnisse gegen Osten und Westen.

Nach diesen Resultaten ist zu erwarten, dass auch am übrigen nördlichen Alpenrand Flysch und Kreide auf steil gestellter aberodierter Molasse liegen können. Der erste Gedanke ähnlicher Art stammt von Ernst Blumer[2]). Als ich im Sommer 1904 plötzlich daran dachte, dass die Säntisdecke in ihrem östlichen Teil in ein altes Rheintal eingebrochen sei, hatte Ernst Blumer bereits diese Ansicht nach allen Richtungen geprüft und niedergeschrieben und auch mein Vater[3]) alsbald diese Ansicht geteilt. Ernst Blumer und Marie Jerosch[4]) nehmen als Hauptursache für das Zerbrechen des Säntisgebirges durch Querbrüche ungleiche Widerstände infolge von Unebenheiten an der Unterlage der Überfaltung an. Der östliche Teil des Säntisgebirges ist in ein altes, in die Molasse eingeschnittenes Rheintal vorgeschoben und gleichzeitig in dasselbe hinab eingebrochen. Die Molasse ist auch dort schon vor der Überfaltung der Säntisdecke (und Hohkastendecke) erodiert, dann zum Teil von Flysch und Kreide überschüttet, aber dabei selbst ungebrochen geblieben. Wer weiss, wie weit die aberodierte Molasse noch unter dem Säntis hindurchgeht? In der Tat verschwindet die Zone der

---

[1]) Auf diese Verhältnisse werde ich in der in Arbeit stehenden Monographie der Churfirsten-Mattstockgruppe an Hand von Zeichnungen und Karte 1: 25000 näher eintreten können.

[2]) Ernst Blumer: Ostende der Säntisgruppe, Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz Lfg. 16 pag. 597—613.

[3]) Albert Heim: Das Säntisgebirge, Vortrag. Verh. d. schweiz. nat. Ges. Luzern 1905 pag. 119.

[4]) M. Jerosch: Die Querstörungen im mittleren Teil des Säntisgebirges, Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz Lfg. 16.

Kalknagelfluh des Stockberges gegen den Säntis hin, ohne dass die Molasse sich im Streichen nordöstlich ziehen würde. Im Gegenteil streicht die Nagelfluh des Stockberges ca. Ost 15° N und konvergiert in spitzem Winkel mit der nördlichen Säntiskette. Die Zone der Kalknagelfluh keilt wohl nicht stratigraphisch aus, sondern setzt in der Tiefe ungestört mit relativ glatt abradierten Schichtenköpfen unter dem Säntis und der Fähnern in gleicher Richtung weiter.

Auch im Allgäu liegen ähnliche Verhältnisse vor. So hat A. Rösch [1]) auf den Schichtenköpfen der Molasse NW von Sonthofen eine „Kreide-Eocaenscholle von Bihlerdorf-Hüttenberg“ konstatiert. Denken wir uns den Säntis wegerodiert, so könnten wir ähnliche ganz lokale Denudationsreste von Kreide und Eocaen auf den Molasseschichtenköpfen vorfinden.

Westlich der Linth zeigt die geologische Karte 1 : 100,000 Bl. IX von Escher v. d. L. und Gutzwiller ein merkwürdiges Bild. Die normal streichende südliche Antiklinale der Molasse scheint schräg von den weiten Flyschmassen des Hinteren Wäggitales abgeschnitten. Ist die so bedeutende Antiklinale des Hirzli und Melchterli vor der Alpenüberfaltung aberodiert worden, und setzt sie vielleicht als Rumpfgebirge unter dem Flysch, den Kreidefetzen der Aubrige und den Juraklippen der Mythen weiter?

Am Rigi ist die Nagelfluh gewaltig entwickelt. F. J. Kaufmann [2]) hat in einer Spezialkarte 1 : 10,000 dargestellt, wie die miocaene Nagelfluh nördlich Gersau zwischen Vitznauerstock und Rigihochfluh einen weiten Vorsprung nach Süden macht, sodass die streichende Fortsetzung unter die Kreideberge hineinzielt. Die südliche Kalknagelfluhzone und auch ein Teil der Zone der polygenen Nagelfluh scheint nach dem Kartenbilde von Kaufmann (geologisches Dufourblatt IX) östlich des Lowerzersees unter gewaltigen Flyschmassen zu verschwinden. Beide Zonen haben auch westlich des Vierwaldstättersees keine Fortsetzung. Ziehen sie unter dem Bürgenstock und Pilatus fort? Ist vielleicht das nördliche Vorspringen von Bürgenstock und Pilatus die Folge des Fehlens des Nagelfluhpuffers und eines erleichterten Vorrückens auf tiefer liegender Überschiebungsfläche? Liegt der von Kaufmann [2]) beschriebene, an den Schichtköpfen der Riginagelfluh angelehnte Flyschhügel von Buholz bei Vitznau am Rande einer grossen in die Nagelfluh schon vor der Überfaltung auserodierten Nische? Ist vielleicht gar das Vier-

[1]) A. Rösch: Der Kontakt zwischen dem Flysch und der Molasse im Allgäu. 1905 pag. 351.

[2]) F. J. Kaufmann: Rigi und Molassegebiet der Mittelschweiz, Beitr. zur geologischen Karte d. Schweiz 1872 Lfg. 11, pag. 146 und Taf. V.

waldstätterseebecken von Vitznau an westlich ein alt pliocaenes Talbecken ähnlich dem alten Rheintal, und sind die grossen Transversalverschiebungen des Pilatus [1]) und Mueterschwandenberges auch wie diejenigen des Säntis die Wirkung der uneben abradierten Molasseunterlage? Doch das sind nur aufgeworfene Fragen, die eines genauen Spezialstudiums zur Beantwortung bedürfen. Beim Studium der subalpinen Molasse der Schweiz wird man stets von den beiden Gebieten ausgehen müssen, an denen die Schichtreihe am vollsten freigelegt ist: Speer-Hirzligruppe und Rigigruppe.

Noch weiter östlich finden wir am Thunersee das bekannte auffallende Beispiel der Überdeckung der Molasse durch die gewaltige Decke der Freiburgeralpen (Préalpes médianes oder Klippendecke). Aus der geol. Karte 1 : 100,000 Bl. XII von Gilliéron geht hervor, dass die Nagelfluh von Thun und Oberhofen ihr Streichen nicht verändert, obwohl auf der südwestlichen Seite des Thunersees in gleicher Tiefe in der Fortsetzung des Molassestreichens triasische und jurassische Sedimente liegen. Ich habe kürzlich die Nordseite des Thunersees besucht und die Verhältnisse sehr klar und einleuchtend gefunden. Die südlichste Molasse steht beim Schloss Ralligen an. Es ist eine äusserst grob konglomeratische Kalknagelfluh mit viel kristallinen Geröllen, die sehr einheitlich, fast horizontal, nur schwach (2—5°) südöstlich einfällt und dann diskordant mit den Schichtenköpfen an Flyschmergel und Ralligsandstein abstösst. Kaufmann [2]) hat diese Verhältnisse ganz richtig und objektiv dargestellt. Die Schichtlage der Nagelfluh ist so ruhig und flach, dass man von einer Beeinflussung des Alpenschubes nicht die geringsten Spuren erkennen kann. Die Nagelfluh bildete einen festen unverschliebbaren Klotz, und deren Schichten wurden wohl vor der brandenden Überfaltung südlich durch Erosion angefressen. Der Flysch ist dann diskordant mit steilerem Südostfallen an die Nagelfluhschichtköpfe angepresst worden. Das geologische Bild des Thunersees ist ganz überraschend. Von Spiez aus sieht man rechts die Falten des überschobenen brandenden Alpengebirges und links die ruhige Nagelfluh, als wären die Alpen nie in ihre Nähe getreten.

Noch eine weitere Tatsache lässt sich klar beobachten. W ä h r e n d d i e h e l v e t i s c h e n F a l t e n c a. 10—20° i m S t r e i c h e n g e g e n d e n T h u n e r s e e h i n s i c h s e n k e n u n d s ü d w e s t l i c h d e s T h u n e r s e e s v o n d e n P r é a l p e s m é d i a n e s z u g e d e c k t s i n d, i s t e i n e s o l c h e S e n k u n g d e r N a g e l f l u h n i c h t e n t s p r e c h e n d v o r h a n d e n. Im Tobel bei Stampbach verlaufen die Nagelfluhbänke an

[1]) Vergl. A. Buxtorf: Eclogae geol. helv. 1905 Vol. IX Nr. 1 pag. 17.

[2]) F. J. Kaufmann: Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz, Lfg. 24.

den südwestlich streichenden Felswänden horizontal. Die flach liegende Nagelfluh bricht steil gegen den See ab, und die Tatsache, dass sie auf der Südseite des Sees keine Fortsetzung findet, ist um so auffallender.

Es scheint, dass westlich des Thunersees eine gewaltige schüssel- oder talförmige Vertiefung in der Molasse ausgefressen ist. Dahinein konnte die Decke der Préalpes mit Leichtigkeit vordringen; und so ist durch die Annahme der präalpinen Molasseerosion mit einem Schlage das nördlich weite Vorspringen der Préalpes und deren tiefe Lage und Erhaltung erklärt.

Unser neunte Satz, der die Unerschütterlichkeit des Nagelfluhgebirges betont, scheint auch im Rigigebiet und am Thunersee seine volle Bestätigung zu haben.

Sollte sich die Annahme später als richtig erweisen, dass die Kalknagelfluh in der Tiefe zusammenhängend gedacht werden muss, so müsste man auch die Ansicht, dass die grossen Stöcke der subalpinen Nagelfluh getrennte Deltagebiete grosser Ströme seien, etwas modifizieren. Vor allem aber muss eine andere, allgemein angenommene Ansicht über die Beziehungen zwischen Nagelfluhstöcken und nördlichen Kreideketten geändert werden: Zuerst hat Kaufmann [1]) 1860 zu zeigen gesucht, dass die nördlichste Kreidekette überall da südlich zurücktritt, wo ihr grosse Nagelfluhmassen vorgelagert sind. Diese Ansicht wurde von Burckhardt 1893 mit Hülfe einer Spezialkarte noch viel mehr hervorgehoben. Dagegen lässt sich nun einwenden, dass westlich der Linth Mattstock und Schindelnberg (westlicher Säntis) am stärksten nach Norden vorspringen, obschon gerade diesen beiden die bedeutendsten Nagelfluhberge Speer und Stockberg vorgelagert sind. Das Vor- und Zurücktreten des Alpenrandes scheint mir viel kompliziertere und in jedem speziellen Falle wieder besondere Ursachen zu haben und ein Vortreten des Alpenrandes infolge von Mangel an vorgelagerter Nagelfluh keine durchgreifende Erscheinung zu sein. Vielmehr mag oft starke Denudation des Molassegebirges das Vortreten von Überfaltungsdecken erleichtert haben.

In dem kleinen Gebiet zwischen Thur und Linth konnte ich zeigen, dass am Kontakt von Molasse und Flysch beiderseits sehr verschiedene Gesteine aneinander stossen. Die gleiche Erscheinung ist im grossen für den Alpenrand noch viel auffallender. Im Vorarlberg und im östlichen Säntis wird der Alpenrand von der Hoh-

[1]) F. J. Kaufmann: Untersuchungen über die mittel- und ostschweizerische subalpine Molasse. Neue Denkschr. d. schweiz. nat. Ges. 1860.

kastendecke[1]), d. h. von einem höheren Lappen der grossen Säntisdecke gebildet. Vom Säntis bis zum Walensee greift die Säntisdecke bis auf die Molasse. Von Weesen (Kapfenberg) bis zum Küpfenstock wird der Alpenrand von einer tieferen helvetischen Decke, wahrscheinlich von der Stirn der Mürtschendecke, gebildet. Gross- und Klein-Aubrig gehören nach Ernst Blumer[2]) wieder der Säntisdecke an. Ob die grossen Flyschmassen von Einsiedeln zur Klippendecke gehören, ist noch nicht entschieden. Von der Rigihochfluh bis zum Thunersee wird die nördliche Kreidekette von A. Tobler und A. Buxtorf[3]) als Stirnrand der Drusbergdecke aufgefasst. Östlich des Thunersees greift die exotische Decke der Préalpes médianes bis über die Molasse hinaus. Auch wechseln die Zonen und Gesteine der Molasse am Alpenrand im grossen wie im kleinen.

Wir haben die Verhältnisse am Vierwaldstättersee und Thunersee besprochen und sind zu der Ansicht gelangt, dass an beiden Orten die Nagelfluh gegen Westen becken- oder talförmig vor der Brandung der alpinen Decken aberodiert gewesen ist. Damit ist auch gezeigt, dass die alpinen Randseen zum Teil sehr komplexer Natur sind, und die bequeme Glacialerosion dem vertieften Studium nicht genügt!

M. Lugeon[4]) hat gezeigt, dass im Rhonetal von Villeneuve bis Aigle von beiden Seiten her die Falten der exotischen Decken sich gegen das Tal hin senken. Nun erinnern wir uns noch einmal an das alte Rheintal und den lehrreichen Abschnitt Ernst Blumers[5]): „Die grossen Quertäler der Schweiz beim Austritt aus den Alpen". Neuestens kommt W. Schmidle[6]) in einer Untersuchung des Bodensees zum Resultat, dass eine voreiszeitliche Senkung vorhanden gewesen sein muss und das Tal älter sei als der See.

So sind denn wohl die vier Hauptquertäler der nördlichen Schweiz beim Austritt aus den Alpen schon in der warmen Tertiärzeit, lange vor der Vergletscherung ausgetieft gewesen — ja sie waren noch tiefer, bevor sie von den Alpendecken wieder überkleidet wurden. Möglicherweise hatten die Täler damals Gefälle gegen Süden und

---

[1]) Ernst Blumer: Östlicher Teil des Säntisgebirges, Beitr. zur geolog. Karte d. Schweiz 1905, Lfg. 16.

[2]) Ernst Blumer: Zur Kenntnis des Alpen-Nordrandes, Vierteljahrsschrift der Zürcher nat. Ges. 1906.

[3]) Klippenregion am Vierwaldstättersee. Eclogae geol. helv. 1905.

[4]) M. Lugeon: La loi de la formation des vallées transversales des Alpes occidentales. C. R. Acad. Sc. Paris.

[5]) Ernst Blumer: Säntisgebirge, Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz 1905, neue Folge Lfg. 16 pg. 610.

[6]) W. Schmidle: Zur Geschichte des nordwestlichen Bodensees, Heft XXXV 1906.

zogen sich dann dem noch weiter südlich stehenden Alpennordrand seitlich entlang.

Diese Betrachtung lautet allerdings wesentlich verschieden von der Lehre der Talbildung in der modernen Geographie. In einem so komplizierten Gebiete wie am Nordrand der Alpen läuft die Morphologie fast Gefahr, „Oberflächen-Geologie" zu werden, wenn sie nicht die Tektonik in vollem Umfange berücksichtigt.

Es bleibt mir noch übrig, zwei merkwürdige tektonische Erscheinungen zu erwähnen, die nicht genügend aufgeklärt sind. Warum finden wir keine von der unebenen Unterlage der Überfaltung an die Stirn der alpinen Decken mitgeschleppte aufgearbeitete Molassefetzen, warum keine in den Flysch eingeknetete miocäne Nagelfluhbrocken, warum endlich nicht hie und da am Kontakt von Molasse und Flysch einen pliocänen Baumstamm? Ich habe zwischen Thur und Linth vergeblich nach solchen Erscheinungen gesucht; vielleicht findet man sie noch irgendwo. Die Aufschlüsse des direkten Kontaktes sind eben zu klein und zu selten. Sicher ist, dass zwischen Thur und Linth trotz der höckerigen Nagelfluhunterlage keine grösseren Nagelfluhfelsen durch die Säntisdecke aufgeschürft worden sind. Ich stelle mir vor, dass zuerst der vor der Stirn der alpinen Decken hergeschobene weiche Flysch wie Schmierseife die unebene Unterlage ausglich und dann erst die Sekundärschichten weiter darüber hingleiteten. In der Tat beobachteten wir auch fast überall am schweizerischen Alpenrand eine Doppelüberschiebung. Aussen ist Flysch auf Molasse überschoben und weiter südlich folgt alsbald die zweite Überschiebung: Auf Flysch liegen älteste Kreide und oberer Jura in den helvetischen Decken, Trias in den Préalpes romandes.[1]) Es scheint, dass das Alpengebirge — ähnlich wie die Gletscher über gewisse Bergstürze und den Fählenseeriegel — über die rauhe Unterlage hinweg und darüber hinauf geglitten sei, und dabei sich selbst in mannigfaltigen Formen gefaltet, zerrissen und zerspalten habe.

E. Das Alter von Molasse- und Alpenfaltung am nordschweizerischen Alpenrand.

Dass grosse Gewässer die Nagelfluhgerölle von Süden gebracht haben, hat besonders Früh [2]) klargelegt. Am Speer kann man oft sehr schön die dachziegelartige Übereinanderlagerung der Gerölle beobachten. Das südlichere Gerölle überdeckt das nächst nördlichere.

[1]) Vergl. H. Schardt: „La loi des Préalpes" in Die exotischen Gebiete, Klippen und Blöcke am Nordrande der Schweizeralpen, Vortrag. Eclogae geol. helv. T. v. p. 233, 1898 und schon früher.

[2]) J. Früh: Zur Kenntnis der Nagelfluh der Schweiz. Denkschr. d. schweiz. nat. Ges. Bd. 30, 1888.

Mag nun die Nagelfluh als verkehrt oder normal aufgefasst werden, so bleibt die südliche Herkunft in beiden Fällen gleich bestimmt. Wie aber eine so ungeheure Masse von Geröllen hergebracht werden konnte, kann ich mir nicht gut vorstellen. Wir müssen wohl von einer Ableitung aus der Klippendecke absehen und die Herkunft eher in der autochthonen früheren Sedimenthülle der südlicheren kristallinen Zentralgebiete der Alpen herleiten. Über das Alter der Nagelfluh hat sich in neuester Zeit L. Rollier [1]) ausgesprochen. Rollier fasst die ganze Zone der subalpinen Nagelfluh als miocaen auf; die hangendsten Schichten sind die jüngsten. Für das Speergebiet habe ich gezeigt, dass die roten Mergel nur als Einlagerungen in der Nagelfluh aufzufassen sind, und keinen stratigraphisch bestimmten Horizont darstellen. Nehmen wir also mit Rollier an, dass die hangendste Nagelfluh im Gebiet von Weesen die jüngste und von miocaenem Alter sei, und stellen wir mit A. de Lapparant [2]) den Deckenschotter ins Mittel-Pliocaen (Astien-Sizilien), so bleibt als Alter für die Faltung der subalpinen Molasse die Zeit von der Öningermolasse (Tortonien oder Messinien) bis zum älteren Deckenschotter (Mittel-Pliocaen, Astien). Zur Deckenschotterzeit war die Faltung der subalpinen Molasse schon vollendet. Bedenken wir noch, dass eine beträchtliche Zeit nötig war, um das neu gefaltete Molassenagelfluhgebirge in seinem südlichen Teile in hohem Grade zu erodieren, so bleibt für die Zeit der Faltung der subalpinen Molasse nichts anderes mehr übrig als die Zeit des jüngsten Miocaen und vielleicht noch ältesten Pliocaen. Das Andrängen und die Brandung der alpinen Überfaltungsdecken erfolgte, wie ich in einem früheren Abschnitt gezeigt habe, erst nachdem die Erosion besonders die Südseite des subalpinen Molassegebirges beträchtlich angegriffen hatte. Sie kann also kaum vor Pliocaen erfolgt sein. Diese Auffassung stimmt auch mit den Annahmen anderer Autoren überein, die auf anderem Wege in neuerer Zeit gewonnen worden sind. So nehmen auch mein Vater und Ernst Blumer [3]) ein Einbrechen der Säntisdecke in ein altes Rheintal an. Ich bin geneigt, mit Ernst Blumer anzunehmen, dass der grosse Sax-Schwendibruch im mittleren Säntisgebirge die Folge unebener Unterlage gewesen sei und im Zusammenhang mit dem präalpinen Rande des Rheintales stehe. Die Spezialuntersuchung dieses

[1]) L. Rollier: Die Entstehung der Molasse auf der Nordseite der Alpen: Vierteljahrsschr. d. nat. Ges. Zürich 1904.

[2]) A. de Lapparant: Traité de Geologie, 1906.

[3]) Ernst Blumer: Ostende der Säntisgruppe. Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz, 1905, Lfg. 16, pag. 607.

Bruches durch M. Jerosch[1]) hat dessen Jugendlichkeit noch klarer erwiesen. Der letzte Teil der Bewegung beider Bruchflügel wird von meinem Vater sogar ins Diluvium gestellt. Die Brandung der alpinen Decken, ihr Überschieben über das anerodierte Molassegebirge und ihr stellenweises Zerbrechen ist eine einheitliche Erscheinung und gehört an den Schluss der alpinen Stauung überhaupt.

Ich stelle mir vor, dass zu Beginn des Pliocaen vor der ersten Vergletscherung das jetzt subalpin genannte Nagelfluhgebirge damals frei stand, und im Süden von einer tiefen Zone, vielleicht einem Wasserstreifen begrenzt war, ähnlich wie heute das Juragebirge gegen das flache Molasseland südlich abfällt. In dieser Zeit fand Denudation am Südrande des Nagelfluhgebirges statt. Dann rückten die alpinen Überfaltungsdecken vor, glitten erleichtert in die Senkungszone[2]) hinein und brandeten an das rauhe angefressene Molassegebirge hinauf. So wurde der Flysch an der Stirn zunächst in die Unebenheiten hineingepresst, und die Kreide glitt auf Flysch weiter.

Ich denke mir den Südrand des Nagelfluhgebirges etwa in der Linie der Senkungszone der helvetischen Decken. In der Tat lässt sich eine solche Einsenkung auf weite Strecken verfolgen; sie scheint in den verschiedenen helvetischen Überfaltungsdecken in ähnlicher Weise durch die Depression am Südrande des ursprünglichen Molassegebirges bedingt zu sein und ist viel mächtiger als die übrigen Mulden innerhalb der Kreideketten. In der Ostschweiz liegt diese Senkungszone in der eocaenen Toggenburger- oder Fliegenspitzmulde und trennt den Säntisfaltenbüschel von der Churfirstengruppe. Weiter westlich folgt die Amdenermulde. Im Gebiet von Weesen und Niederurnen kann man klar beobachten, dass auch die darunter liegende Mürtschendecke die gleiche Einsenkung in verstärktem Masse mitmacht. Im Gebiet südlich von Einsiedeln ist in den ausgedehnten Flyschmassen die Senkungszone weniger deutlich ausgesprochen, doch erkennt man sie wieder unter den Mythen und von da an über Brunnen, Buochs, Sarnen bis gegen Habkern am Thunersee.

Es wäre wohl denkbar, dass ein Bohrloch unter dieser Senkungszone noch Obermiocaene und Unterpliocaene Sedimente anstechen würde.

Das Vorrücken der ersten grossen Gletscher in das Molasseland hinaus und die Deckenbeschotterung konnten erst nach der Ausfüllung der tiefen Zone am Südrand des Nagelfluhgebirges, also erst nach der Brandung der helvetischen Decken stattfinden. Umgekehrt dürfen

[1]) Marie Jerosch: Die Querdislokationen im mittleren Teil des Säntisgebirges. Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz, Lfg. 16, 1905.

[2]) Vergl. Arnold Heim: Zur Kenntnis der Glarner Überfaltungsdecken. Zeitschr. d. deutschen geol. Ges. Berlin 1905, pag. 111.

wir wohl schliessen, dass sich die Hauptbrandung kurz vor der ersten Eiszeit und älteren Deckenschotterbildung vollzogen hatte.

Ist die neuere Auffassung vom pliocaenen Alter des Deckenschotters (Zone des Elephas meridionalis, Astien-Sicilien), wie sie z. B. in A. de Lapparant's „Traité de Géologie" 1906 gegeben ist, richtig, so haben wir als wahrscheinliches Alter von Molasse- und Alpenfaltung gefunden:

14. Die Zeit der Molassefaltung am nordschweizerischen Alpenrand ist älter als die Brandung der alpinen Überfaltung, und fällt zwischen Obermiocaen und unterstes Pliocaen (Tortonien-Plaisancien), am wahrscheinlichsten in das jüngste Miocaen.

15. Die Brandung der alpinen Überfaltungsdecken fand erst nach vollendeter Molassefaltung statt und fällt zwischen Oberstmiocaen und Mittelpliocaen, am wahrscheinlichsten in das ältere Mittelpliocaen.

Wenn einmal eine exakte Altersbestimmung der südlichsten Nagelfluh des Speer- und Rigigebietes möglich sein wird, so wird auch die Zeit der Molassefaltung und Alpenbrandung schärfer bestimmt werden können.

In einer neuesten Arbeit über Pliocaen bei Chiasso [1]) hat mein Vater nachgewiesen, dass am Südrande der Schweizeralpen die Faltung im Mittelpliocaen fertig vollendet war.

Nach der Hauptbrandung am Nordrande der Alpen erfolgten noch kleine Umstellungen und Bewegungen im Flysch, es entstanden noch weitere Brüche, schon vorhandene (Sax-Schwendibruch) standen noch in Bewegung bis in die Quartärzeit hinein.

Noch vor kurzem hat die von B. Studer aufgestellte geistreiche Hypothese von dem zwischen Alpen und Molasse versunkenen vindelicischen Gebirge vielfache Diskussion erregt. Heute sind die vindelicischen Phantasien eingeschlummert.

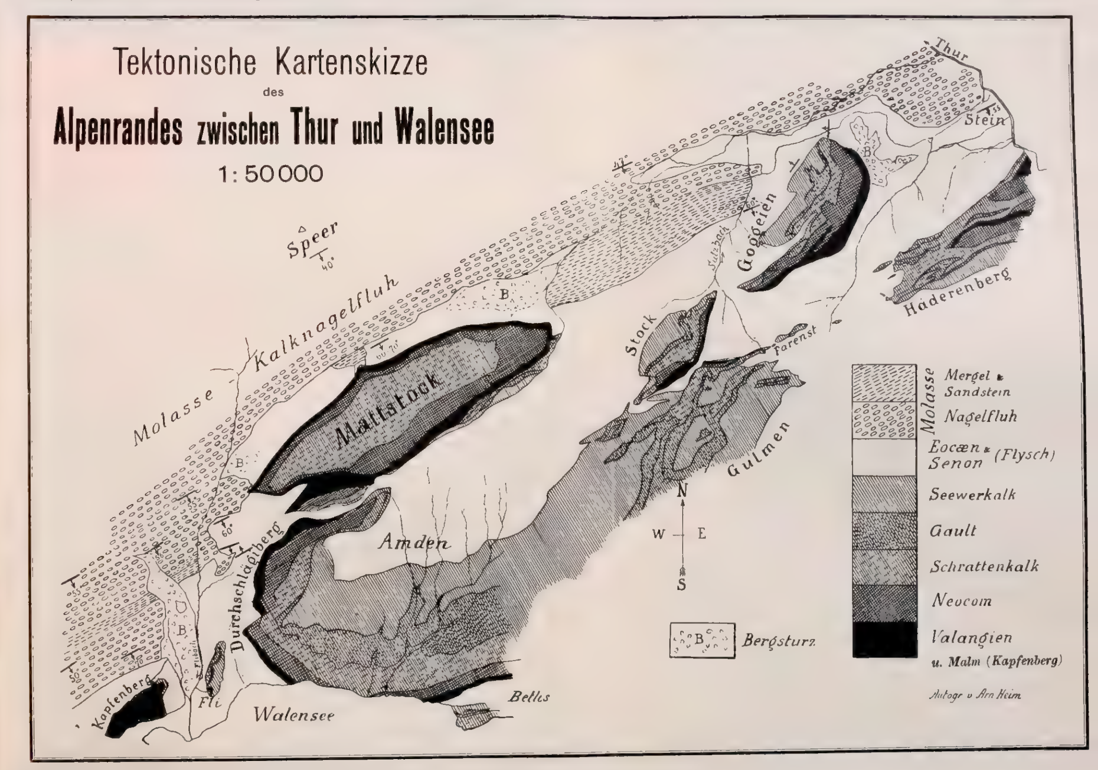
In der älteren Pliocaenzeit standen wohl von Süden nach Norden auf Schweizergebiet drei einfache Faltengebirge als erste Resultate des alpinen Horizontalschubes: 1. Alpengebirge, 2. Nagelfluhgebirge, 3. Juragebirge. Die Überfaltungsdecken standen noch zurück, und erst durch ihr weiteres Vorrücken nach Norden wurden die Alpen mit der Molasse zusammengeschweisst.

* * *

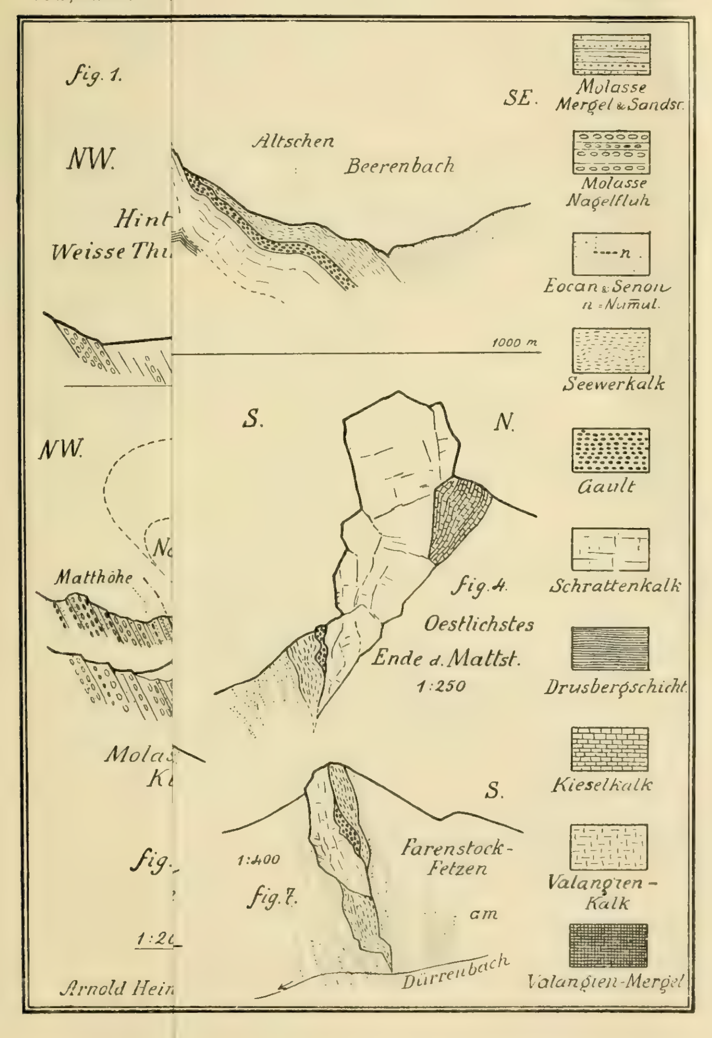
Von genauer Beobachtung von Tatsachen ausgehend bin ich zu der vorgetragenen Theorie des präalpinen Molassegebirges geführt

[1]) Albert Heim: Ein Profil am Südrand der Alpen, der Pliocaenfjord der Breggiaschlucht. Vierteljahrsschr. d. nat. Ges. Zürich 1906.

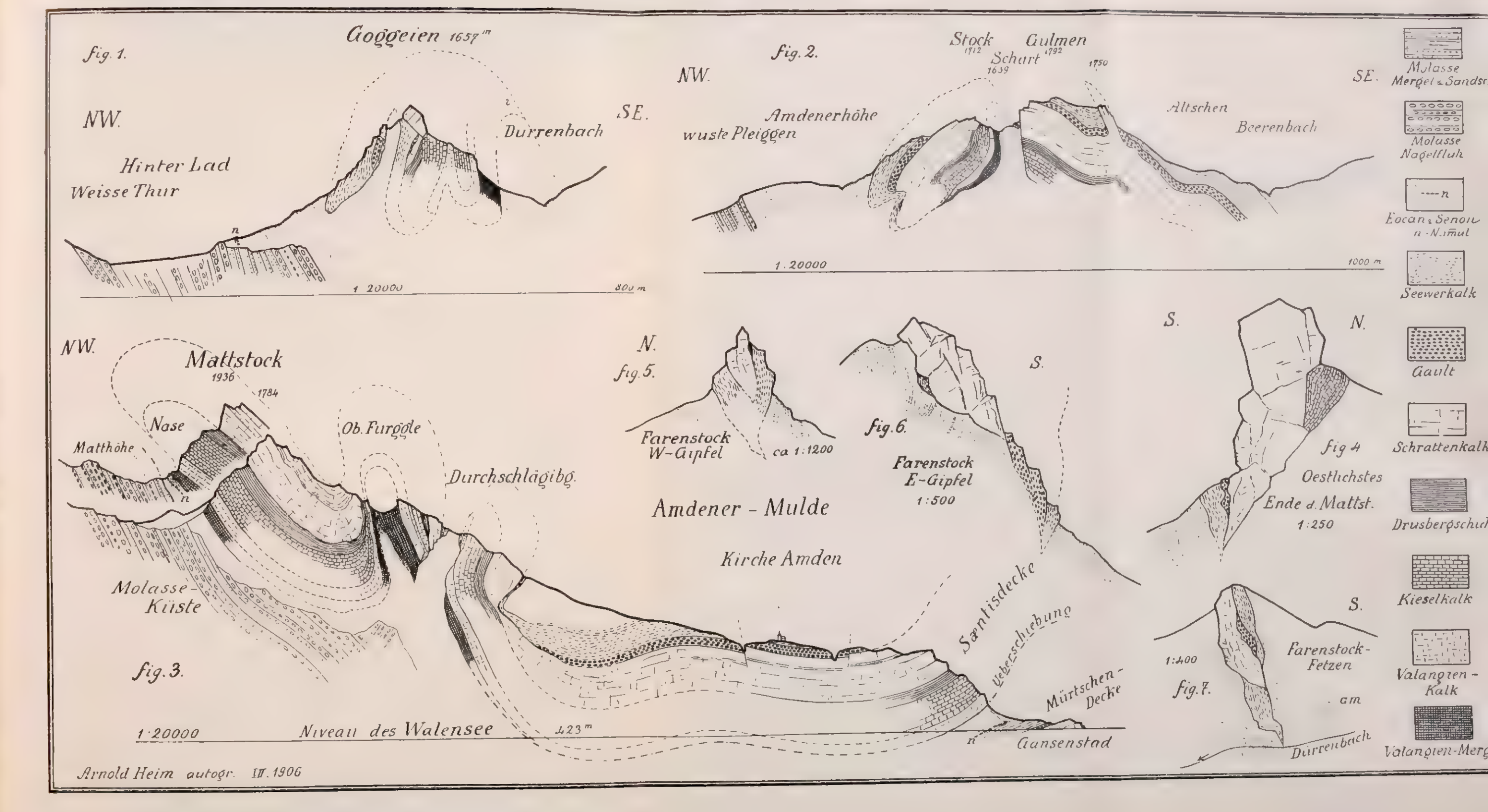




Tektonische Kartenskizze
des
Alpenrandes zwischen Thur und Walensee
1:50000
Thur
Stein
Speer
Kalknagelfluh
Molasse
Mattstock
Goggeien
Sulzbach
Stock
Farenst
Häderenberg
Gulmen
Amden
Durchschlägiberg
Kapfenberg
Fli
Walensee
Betlis
N
W
E
S
Molasse
Mergel u. Sandstein
Nagelfluh
Eocæn u. Senon (Flysch)
Seewerkalk
Gault
Schrattenkalk
Neocom
Valangien u. Malm (Kapfenberg)
Bergsturz
Autogr. v. Arn. Heim


fig. 1.
NW.
SE.
Altschen
Beerenbach
Hint
Weisse Thu
1000 m
S.
N.
NW.
Nc
Matthöhe
fig. 4.
Oestlichstes
Ende d. Mattst.
1:250
Molas
Ki
S.
Farenstock-
Fetzen
1:400
fig. 7.
am
Dürrenbach
fig.
1:20
Arnold Hein
Molasse
Mergel & Sandst.
Molasse
Nagelfluh
Eocan & Senon
n = Numul.
Seewerkalk
Gault
Schrattenkalk
Drusbergschicht
Kieselkalk
Valangien-
Kalk
Valangien-Mergel

Profile durch den Alpenrand zwischen Thur und Walensee.



worden. Sie steht in der Hauptsache in voller Harmonie mit der Überfaltungstheorie, wie sie von Bertrand, Schardt und Lugeon aufgebaut worden ist. Noch schreibt Lugeon 1902 [1]) in seinen „grandes nappes de recouvrement“: „On voit combien le raccord de ces nappes avec la molasse est un problème spécial, tout aussi difficile à résoudre, sinon davantage, que celui qui nous a préoccupé jusqu'ici“. Ist die hier niedergelegte Ansicht nun die richtige Lösung? Die Zustimmung von Schardt und Lugeon [2]) zu meiner Auffassung gibt mir die Zuversicht, dass die Theorie von der Brandung der Alpen am erodierten Nagelfluhgebirge wenigstens teilweise richtig ist. Die Zukunft wird lehren, ob sie allgemeine Gültigkeit hat oder modifiziert werden muss.

[1]) M. Lugeon: Les grandes nappes de recouvrement des Alpes du Chablais et de la Suisse. Bull. Soc. géol. France 4e Serie, tonne 1 1901, pag. 822.

[2]) Diskussion in der Sektion für Geologie an der Vers. der. schweiz. naturf. Ges. St. Gallen, 31. Juli 1906.

Die Erscheinungen der Längszerreissung und Abquetschung am nordschweizerischen Alpenrand.

Von

ARNOLD HEIM.

Vortrag, gehalten an der
Versammlung der schweiz. naturforschenden Gesellschaft (geolog. Sektion)
in St. Gallen, 30. Sept, 1906.

Wer den mittleren Teil des Säntisgebirges mit seinen weithinziehenden grossartigen Faltenwellen kennt und dann westlich das Gebiet zwischen Toggenburg und Walensee besucht, der stösst von einer merkwürdigen und unbegreiflichen Stelle auf die andere. Und doch ist ihm sogleich bewusst, dass der Gulmen als Fortsetzung des Säntisgebirges betrachtet werden muss. Er liegt nicht nur im fortgesetzten Streichen des westlichen Säntisgebirges mit dem Häderenberg, sondern zeigt auch in manchen Beziehungen einen ähnlichen Bau. Vor allem aber stimmt die Schichtenreihe des Gulmen, ebenso wie die der übrigen so sonderbaren Kreideberge eines Goggeien, Stock, Mattstock, Durchschlägiberg vollauf mit derjenigen des Häderenberges überein. Und doch sind Häderenberg und Gulmen etwa einen Kilometer weit in der Längsrichtung voneinander getrennt.

In meiner monographischen Arbeit über den westlichen Teil des Säntisgebirges[1]) habe ich die so merkwürdigen Erscheinungen am Westende des Häderenberges und damit des Säntisgebirges eingehend besprochen und eine Spezialkarte 1 : 2500 aufgenommen. Alle drei Gewölbe des Häderenberges I, II, III endigen plötzlich, ohne unter den Flysch zu tauchen und sind an ihren Enden zerfetzt, enorm metamorph und gequält und in der Längsrichtung zerrissen. Rutschstreifen in der Längsrichtung der Falten lassen sich an vielen Stellen deutlich beobachten. Ganz besonders merkwürdig aber zeigt sich, dass der Gewölbekopf, das ist der westlichste Teil der Säntisgewölbe II und III, unten kopfförmig abgeschnürt und von Flysch untertieft wird. Fast erhält man eine Falte, die oben und unten zylindrisch geschlossen ist. (Vergl. Säntisgebirge, Atlas Taf. XII.)

---

[1]) Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz, Lfg. 16, pag. 425—436.

Gehen wir nun südwestlich zum Gulmen über, so sehen wir in allerschönster Weise, wie das nördliche Gulmengewölbe — wenn von einem Gewölbe noch gesprochen werden kann — in der Längsrichtung mehr als 500 m weit zu einem Faden gestreckt ist. Allein der Faden wechselt perlschnurartig an Dicke und Schichtengehalt. Einmal ist auf der Westseite des Farenstöcklis[1]) der Faden von Seewerkalk, in senonen Flysch eingelagert, ganz zerrissen, dann erscheint auf dem Westgipfel wieder ein Fetzen von Schrattenkalk mit Spuren von Gault im Seewerkalk eingeklemmt (Taf. VIII, Fig. 5). Am Ostende des Farenstöcklis finden wir wieder einen mächtigeren Schrattenkalkklotz. Allein auch dieser geht nicht in die Tiefe; er sitzt schräg und diskordant auf Flysch auf und keilt gegen unten aus, wie das sehr schön am östlichen Farenstöckli zu sehen ist (Taf. VIII, Fig. 6). Auch der Gault und Seewerkalk, die sich südlich daran legen, scheinen gegen die Tiefe zu konvergieren. Wir sehen also ganz analog wie am Gewölbekopf, dass auch das Farenstöckli, d. h. das nördliche Gulmengewölbe gleichzeitig längsgestreckt und nach unten abgequetscht ist.

So bin ich unter Benützung der Arbeit Burckhardts[2]), der zwar das Farenstöckli unter den Flysch hinabtauchen lässt, in meiner Säntisarbeit zu dem Schlusse gelangt, dass Gulmen und Häderenberg in der Längsrichtung um 1 km weit auseinandergerissen sind, und dass das Farenstöckli auffallend an den Gewölbekopf erinnert. Meine seitherigen Detailstudien haben meine Auffassung von 1905 nicht nur bestätigt, sondern noch an ganz neuen, mir damals nicht bekannten Stellen Längszerreissungen und Längsstreckungen feststellen lassen.

Vor allem hat mich vor kurzem eine schmale, wenig auffallende Felsrippe im Dürrenbach überrascht. Es ist ein etwa 3 m dicker und ca. 15 m hoher, nach unten vollständig abgequetschter Fetzen von Seewerkalk, weiter oben mit Linsen von Schrattenkalk und Gault. (Taf. VIII, Fig. 7.) Rutschflächen mit horizontalen Rutschstreifen begrenzen auf deren Nordseite sowohl den Seewerkalk wie den Schrattenkalk! (Kartenskizze Taf. VII.) Auf der westlichen Bachseite findet sich nur noch eine ca. ½ m dicke, ganz in Flysch liegende metamorphe Seewerkalklinse. Diese Fetzen sind genau die Fortsetzung des Farenstöcklis und von diesem in der Längs-

[1]) Burckhardt und ich haben bisher irrtümlich Fahnenstock geschrieben. Auf dem Siegfriedblatt 1:2500 steht Rinderstöckli. Der Bergrücken wird ebenso häufig Rinderstöckli wie Farenstöckli, nicht aber Fahnenstock genannt.

[2]) C. Burckhardt: Die Kontaktzone von Kreide und Tertiär usw. Beiträge zur geol. Karte der Schweiz. 1893.

richtung abgerissen. Auch in diesem Farenstockfetzen am Dürrenbach sehen wir gleichzeitig die Erscheinungen der Längsstreckung und der Abquetschung nach unten.

Als ich die Tafel VII zeichnete, hatte ich einen weiteren analogen Kreidefetzen im Flysch noch nicht gekannt. Seither bin ich in den steilen Flyschwäldern zwischen dem Häderenberg und Farenstöckli geklettert, um die Grenze des senonen Flyschs festzustellen, der sich so deutlich am Farenstöckli und im Dürrenbach zeigt. Da stosse ich mitten im steilen Flyschwald auf einen weiteren Kreidefetzen. Er ist etwa 50 m lang, und besteht wieder aus Schrattenkalk, Spuren von Gault, und deutlichem Seewerkalk. Wie beim Farenstöckli und im Dürrenbach ist der Kreidefetzen nördlich von einer breiten, südlich von einer sehr reduzierten Zone von obersenonem Flysch begleitet. Die Grenze von oberem Flysch mit Glimmersandstein und Senonflysch führt in einem Umweg nach Norden wieder zum Flühli und Gewölbekopf hin.

Wir sehen also, dass zwischen den Säntis- und Gulmenfalten die Kreide durch Längsstreckung in mehrere getrennte Fetzen (Farenstöckli, Fetzen am Dürrenbach, Fetzen östlich des Dürrenbaches, Flühli) zerrissen ist, während der senone Flysch noch in zusammenhängender Zone Häderenberg und Gulmen zu verbinden scheint.

So ist demnach die Lücke vom Säntis zum Gulmen und damit auch zu den Churfirsten überbrückt und die Verbindung von Gewölbekopf (Graustein) und Farenstöckli festgestellt.

Nun treten wir zu den eigentlichen, so gänzlich anders gebauten Klippenbergen über. Mattstock, Stock und Goggeien sind entstanden durch komplizierte Faltung gegen Ende der Hauptüberschiebung; die Überschiebungsflächen sind selbst wieder gefaltet und vertikal oder mehr als vertikal aufgerichtet. Man möchte diese sonderbaren Berge als „Überwurfsklippen“ bezeichnen. Der Mattstock ist eine aufragende Überwurfsklippe, Stock und Goggeien müssen wohl im Gegensatz dazu als tauchende Überwurfsklippen aufgefasst werden (Profile Taf. VIII, Fig. 1, 2, 3). Sie sind entstanden durch Zerschellen und Überstürzen der Brandungswelle der grossen Säntisdecke auf das rauhe und unebene Nagelfluhgebirge.

Meine neuesten Untersuchungen haben mich zu dem Resultat geführt, dass der Stock im Gegensatz zu Burckhardt nur noch im Senon und Flysch mit dem Gulmenmassiv zusammenhängt. In der Schart zwischen Stock und Gulmen findet man den gleichen vertikalen Kontakt von Valangienmergel an Flysch wie auf der ganzen

Südostseite des Goggeien (Taf. VIII, Fig. 1, 2). Stock und Goggeien sind analog gebaute Überwurfsklippen.

Burckhardt hat 1893 das merkwürdige Resultat gefunden, dass in dem tiefen, engen Einschnitt des Sulzbaches zwischen Goggeien und Stock nur Flysch vorliegt, wo die älteste Kreide zu erwarten war. Ich kann diese Tatsache bestätigen, bin aber nicht einverstanden, dass Goggeien und Stock an ihren einander zugekehrten Seiten in der Längsrichtung plötzlich unter den Flysch hinabtauchen. Stock und Goggeien sind einmal aus einem Guss gebaut gewesen, dann seitlich auseinandergewichen, verdünnt und ganz zerrissen. Dort konnte der Sulzbach am leichtesten angreifen, wo die Kreiderippe zerrissen war. Während am Westende des Goggeien wegen starker Bewaldung und Schutt eine Längsstreckung durch Quetschungserscheinungen nicht scharf nachweisbar ist, so kann eine solche um so klarer am Nordostende des Stocks konstatiert werden. Das äusserste Ende des Stocks besteht von Südost nach Nordwest aus steil gestelltem Valangienkalk, Spuren (1—2 m) von Kieselkalk des Hauterivien und wenig mächtigem Seewerkalk. Das gegen den Goggeien gerichtete Ende des Stocks ist zum Teil nach dem Zerreissen mit dem Flysch des Sulzbaches nördlich geschleppt worden. Jeder andere Erklärungsversuch der eigentümlichen Verhältnisse der Beziehungen zwischen den beiden Seiten des oberen Sulzbaches als die der Längszerreissung scheint mir ausgeschlossen.

Vom Gulmengipfel an südlich und östlich lässt sich keine Längsstreckung erkennen. Die Churfirstengipfel mit der mächtigen gegen die Thur und die Fliegenspitzmulde niedertauchenden Kreideschichtreihe zeigen einen geschlossenen Bau, der nur hie und da von Querbrüchen durchsetzt ist (Taf. VIII, Fig. 3).

Doch zeigt die mächtige, weit nach Norden auf die Molasse geschobene Überwurfsklippe des Mattstocks wieder die Erscheinungen der Längsstreckung und Abquetschung. Um diese zu verstehen, muss zunächst einiges über den tektonischen Bau des Mattstocks und Durchschlägiberges hinzugefügt werden.

Der Mattstock gehört wiederum einer nördlicheren Brandungswelle der grossen Säntisdecke an. Er ist völlig losgetrennt vom Durchschlägiberg und damit von der Amdenermulde und den Churfirsten; ein Zusammenhang lässt sich nicht ermitteln. Wahrscheinlich ist auch kein unterirdischer Zusammenhang mehr vorhanden, obwohl die vollkommene Übereinstimmung der stratigraphischen Schichtenreihe vom Durchschlägiberg und Mattstock keinen Zweifel darüber aufkommen lässt, dass beide Berge Glieder der gleichen Säntisdecke sind.

Die prachtvolle Mulde des Mattstocks ist längst bekannt. Arnold Escher hat sie schon 1846[1]) in einem Profil gezeichnet. Aber die Differenz und Abtrennung von Mattstock und Durchschlägiberg ist weder von ihm noch von Burckhardt[2]) 1893 oder A. Rothpletz[3]) 1898 richtig gedeutet worden. Burckhardt zeichnet am Mattstock drei Gewölbe und verbindet ihn direkt mit dem Durchschlägiberg; das dritte Gewölbe beruht auf einer Verwechslung von Valangien- mit Schrattenkalk, und die Verbindung von Mattstock und Durchschlägiberg ausserdem noch auf Verwechslung von Neocom mit Flysch. Während aber Escher und Burckhardt die Mulde richtig zeichnen und Escher zudem noch die doppelte Gewölbenatur des Mattstocks erkannt hatte, verwechselt A. Rothpletz im Schrattenkalk Klüftung mit Schichtung und konstruiert an Stelle der idealen Mulde eine Längsverwerfungsspalte. Der Mattstock besteht in Wirklichkeit 1. aus einer prachtvollen Mulde, die namentlich schön im Schrattenkalk sichtbar ist. 2. Daran schliesst sich nördlich auf die Molasse hinaufliegend eine normale Schichtenreihe vom Schrattenkalk bis zum Valangien und darunter einige Fetzen eines verkehrten Mittelschenkels an. 3. Südlich der Mulde legt sich ein schmales und gegen Osten immer enger gepresstes aufrecht stehendes Gewölbe mit Valangienmergelkern an, dessen südlich aus der Tiefe aufsteigender Schenkel nach unten abgequetscht ist (Taf. VIII, Fig. 3).

Die keilförmige Abquetschung der gesamten Mattstockschichtreihe im südlichen Schenkel des südlichen Gewölbes nach der Tiefe kann besonders schön am südwestlichen Zipfel des Mattstocks und in dem Erosionskessel des Rombachhintergrundes nördlich Amden beobachtet werden. Endlich finden wir die genau gleichen Erscheinungen der Abquetschung nach unten wieder sehr deutlich am Ostende des Mattstocks (Taf. VIII, Fig. 4). Nicht ein scharfer Bruch hat den Südschenkel des aus dem Flysch der Amdenermulde aufsteigenden Mattstock-Südrandes abgeschnitten. Die Schichtenreihe ist sehr wechselvoll reduziert; das eine Mal fehlt die eine Kreideschicht ganz und die andere ist stark metamorph und reduziert, das andere Mal fehlt eine ganze Schichtreihe und der Seewerkalk lehnt sich in Linsen an das Hauterivien oder Valangien an. So kann man längs des Südrandes am Mattstock die mannigfaltigsten und schönsten Reduktionserscheinungen in der ganzen Schichtreihe finden.

---

[1]) Arnold Escher v. d. Linth, Gebirgskunde im Gemälde der Schweiz von O. Heer. 1846. Kt. Glarus.

[2]) C. Burckhardt: Die Kontaktzone von Kreide und Tertiär usw. Beiträge zur geol. Karte d. Schweiz 1893.

[3]) A. Rothpletz: Das geotektonische Problem der Glarneralpen 1898. Atlas.

A. Rothpletz begrenzt in Profilen und Karte den Südrand des Mattstocks durch eine Verwerfung. In Tat und Wahrheit könnte man aber in jedem Profil eine grosse Anzahl von Brüchen vorfinden. Jede Schicht ist auf der anderen geglitten, und im Seewerkalk ist sogar an den gequetschten Stellen[1]) eine Linse oder Flaser innerhalb des gleichen Gesteins auf der anderen geglitten. Die Schichtreihe ist nicht von einem Bruch, sondern von einer Unzahl von Rutschflächen durchsetzt, die meist in der Schichtfläche verlaufen, aber auch häufig die Schichten schräg zu Linsen abschneiden. Eine solche Art der Reduktion muss als Quetschung bezeichnet werden, und es ist prinzipiell falsch, von einer Verwerfung an solchen Stellen zu sprechen. Ich komme am Farenstöckli, Mattstock usw. wieder zu dem gleichen Resultat wie im Säntisgebirge, dass innerhalb einer gequetschten Schichtenreihe die Art und der Grad der Reduktion und Dynamometamorphose von einer Stelle zur andern wechselt. „Die Metamorphose ergreift weder im grossen noch im kleinen in den nördlichen Kreideketten der Alpen eine Felsmasse gleichmässig durch und durch; vielmehr sind die Stellen stärkster Differenzialbewegung und Metamorphose stets lokalisiert.“ [2])

Im Gebiete zwischen Toggenburg und Walensee kann man an vielen Stellen die Gesteinsmetamorphose studieren und wieder, wie überall am nördlichen Alpenrand, die unmittelbare Folge der Stauungen, Streckungen und Quetschungen als Ursache der Dynamometamorphose erkennen. Da ist die stärkste texturelle und strukturelle Gesteins-Metamorphose zu treffen, wo das Gestein unter stärkster Belastung in seiner Mächtigkeit am stärksten reduziert ist. Der Seewerkalk wird stellenweise unter geringerer Bewegung massig marmorisiert, an anderen Stellen unter starker Differentialbewegung, wie es bei verkehrten Mittelschenkeln der Fall ist (Risipass, Häderenberg, Mattstock-Nase) zum Blättermarmor, also zu einem eigentlichen krystallinen Schiefer. Auch im Schrattenkalk kann man z. B. am östlichen Teil des Mattstockes ganze, durch und durch marmorisierte massige Felsen finden. Der grobe Marmor ist von zackigen Thonnäten durchzogen, die durch die Calcitisierung aus dem spurweise thonhaltigen Kalk ausgeschieden worden sind. Dagegen waren die Druckverhältnisse am Alpenrand doch nicht gross genug, um den primär massigen Kalk zu einem Schiefer umzugestalten, wie das in den inneren Alpenzonen der Fall ist. Auch

---

[1]) Vergl. die Untersuchungen über Dynamometamorphose in Arnold Heim: Der westliche Teil des Säntisgebirges, Beitr. zur geol. Karte der Schweiz, Lfg. 16, pag. 461—507.

[2]) l. c. pag. 474.

Gault und Kieselkalk des Hauterivien sind oft metamorph. So ist auf der Südseite des Farenstöckli der Glauconitsandstein in ganz gleicher Weise wie der Hauterivien-Kieselkalk am Ostende des Mattstocks zu einer groben Breccie mit gelb gefärbtem calcitischem Bindemittel geworden. Überall, wo das Gestein kalkhaltig war, hat eine Ausscheidung von Calcit stattgefunden, die aber von ganz verschiedener Struktur ist, je nach Art des Druckes und der Differentialbewegung. Die grössten Calcitkrystalle und massigen Marmore entstehen unter geringer Differentialbewegung, die mikroskopisch fein faserige Struktur des Calcites[1]) im Seewerkalk dagegen nur unter hohem Druck und stärkster Differentialbewegung. Dass diese stärksten Schieferungen und die Streckungen der Seewerkalkforaminiferen zu langen Fäden, wie ich sie eingehend 1905 beschrieben habe, eine mechanische Erscheinung sind, wird wohl heute niemand mehr bestreiten können[2]).

Nun beschäftigen wir uns wieder mit den Längsstreckungen. Am Ostende des Mattstocks, wo ich anfänglich eine Längsstreckung nicht erwartet hatte, befindet sich an einer Stelle eine etwa 2 m dicke und 3 m lange Schrattenkalklinse mit schön glatter Rutschfläche und horizontalen Rutschstreifen begrenzt zwischen Seewerkalk und Drusbergschichten eingeklemmt und gegen Osten ausgezogen zugeschärft. Auch am Mattstock-Ostende geht somit die Längsstreckung mit der Abquetschung nach unten Hand in Hand (Taf. VIII, Fig. 4).

Der Goggeien hat keine Fortsetzung nach Nordost, setzt aber südwestlich im Stock fort. Der Mattstock ist eine noch nördlichere Welle, die ganz allein für sich dasteht — weder südwestlich noch nordöstlich sind Spuren einer Fortsetzung zu erkennen. Wahrscheinlich ging einmal der Mattstock noch etwas weiter nordöstlich. Die östliche Zuschärfung mancher Gesteinslinsen sowie die übrigen Längsstreckungserscheinungen zeigen, dass das Ostende nur zum Teil ein Erosionsende, zum Teil aber auch tektonisch bedingt ist.

Ähnlich sind die Verhältnisse am Westende des Mattstocks, obwohl dort Längsstreckung weniger auffällig zu sehen ist. Sicher ist aber, dass der Mattstock westlich für immer verschwunden bleibt, und auch westlich der Linth bis jetzt keine Spuren seiner früheren Existenz gefunden werden konnten.

Wir steigen nun über den Durchschlägiberg nach Weesen herab, und treffen dort in der eocaenen Unterlage der Säntisdecke eine kleine, aber höchst interessante zerfetzte Kreidefalte im Flysch eingebacken:

---

[1]) Vergl. Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz. Lfg. 16, pag. 471.
[2]) l. c. Tafel XLI.

die Flifalte. Nach den stratigraphischen Merkmalen scheint die Flifalte ein abgerissener Kopf einer tieferen Decke[1]) zu sein. An dieser sehen wir eine ganz neue und andere Ausdrucksweise der Längsstreckung. Die Flifalte ist gegen Süden durch einen schräg die Schichten abschneidenden Bruch mit prachtvollen horizontalen Rutschstreifen zugespitzt.

Bei Weesen liegt der wildzerklüftete Kapfenberg. Er ist eine vielfach zerbrochene schräge Platte von Hochgebirgskalk (Malm)! und Tithon-Korallenkalk auf Seewerkalk und eocaenem Sandstein, und hat nichts mit einem Bergsturz zu tun. Längsstreckungserscheinungen lassen sich hier nicht erkennen, und doch ist gewiss der Kapfenberg nur eine Scholle, die allseitig oder doch sicher gegen Osten von einer zusammenhängenden Decke abgerissen ist.

Von ganz hervorragender Bedeutung sind die Längszerreissungen aber wieder im Bau der nördlichen Kreideketten westlich der Linth. Der Küpfenstock endigt plötzlich nach Westen. Ich habe früher angenommen[2]), dass seine Fortsetzung im Calvarienberg (= Aubrig-Ostende) liege, und die Wagetenkette von der Aubrigkette in der Längsrichtung auseinandergerissen sei.

Nun erscheint auf diese Arbeit folgend soeben der neueste Nachweis von meinem Freund Ernst Blumer[3]), dass die Wagetenkette zum grössten Teil aus Jura besteht, und die Facies der Kreide keineswegs mit derjenigen des Aubrig übereinstimmt. Ich habe vor zwei Jahren die Aubrige und diesen Sommer die Wagetenkette besucht, und bin ganz zu der gleichen Auffassung gelangt. Dass Gross- und Klein-Aubrig zur Säntisdecke gehören, ist ein ganz trefflicher Gedanke von Ernst Blumer. Wir betrachten nun somit die einfache, überschobene Schichtreihe der Wageten (kein Gewölbe!) am Westende des Küpfenstockes als in der Streichrichtung abgerissen. Eine Fortsetzung nach Westen ist noch nicht bekannt. Der Calvarienberg (= Ostende des Gross-Aubrig) ist hingegen aufzufassen als in der Längsrichtung von der Risetenkette (= Säntisdecke, Fortsetzung des Durchschlägiberges) abgerissen. Zwischen beiden liegt nur Eocaen, und die Kreide ist mehr als 5 km weit unterbrochen! Das ist die grösste bis jetzt bekannte Lücke am nördlichen Alpenrand, die durch Längszerreissung entstanden ist. Die fadenförmige Reduktion und Zuspitzung des

---

[1]) Vergl. Arnold Heim: Zur Kenntnis der Glarner Überfaltungsdecken; Zeitschr. d. deutschen geol. Ges. 1905.

[2]) Arnold Heim: Der westliche Teil des Säntisgebirges. Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz. Lfg. 16, pag. 490.

[3]) Ernst Blumer: Zur Kenntnis des helvetischen Alpen-Nordrandes. Vierteljahrsschrift d. Zürcher nat. Ges. 1906.

Calvarienberges hat Burckhardt [1] in einer Spezialkartenskizze dargestellt, ohne ihr die Deutung der Längsstreckung zu geben.

Es muss hier wieder auf die mit der Längsstreckung zusammenfallende Erscheinung der Abquetschung nach unten aufmerksam gemacht werden. Wer die keilförmige Abquetschung am Südrande des Mattstocks kennt, der wird zwischen Gross- und Klein-Aubrig sofort wieder die analoge kopfförmige Abquetschung dieser Falte nach unten in überraschender Klarheit vor sich sehen. Plötzlich fällt der dicke runde Kopf des Gross-Aubrig gegen Westen ab. Vor seiner Stirn liegt Flysch. Fast ebenso rasch endigt der dem Gross-Aubrig in der Streichrichtung gegenüberstehende Kopf des Klein-Aubrig gegen Osten. In dem tiefen Einschnitt des Kratzerlibaches liegt zwischen beiden nur noch ein schmaler Zipfel von Schrattenkalk und Seewerkalk im Flysch [2]).

So wie vom Gulmen zum Farenstöckli sinkt auch vom Klein-Aubrig die Gewölbelinie sehr rasch gegen das zugespitzte Ostende hinab. Man wird an den Vergleich einer horizontal gehaltenen glühenden Glasröhre denken, die seitlich auseinandergerissen wird. Eine starke Schwankung der Gewölbelinie ist auch am Gewölbekopf ausgesprochen, dessen Scheitel wie ein Fisch aus dem Flysch heraufspringt [3]). Die Schwankungen der Faltenlinien in der Längsrichtung sind nicht die Folge von Querfaltung, sondern im Gegenteil unter dem Einfluss der Längsstreckung entstanden.

Noch an anderen Orten sind am nordschweizerischen Alpenrand Andeutungen von Längsstreckung und Abquetschung nach der Tiefe in den Kreideketten vorhanden. So endigt die Kette des Durchschlägiberges gegen Osten fast plötzlich im oberen Rombach; sie scheint nach unten abgeklemmt zu sein. Westlich der Linth setzt der Durchschlägiberg in der Risetenkette fort. Ein Besuch der Riseten (westlich der Linth) hat mir wahrscheinlich gemacht, dass auch das rasche Westende der Durchschlägibergkette durch Abklemmung nach unten und vielleicht dazu noch durch Längszerreissung bedingt ist. Das plötzliche Ende des schmal gepressten Kreidestreifens am Ostende des Säntisgebirges, der Klammeneggzug, kann ebenso am besten

[1]) Carl Burckhardt: Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz. 2. Lfg. 1893. Spezialkarte u. Textpag. 62.

[2]) C. Burckhardt: Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz 1893. Lfg. 2. Die Profile Taf. VII sind nicht ganz richtig; man beachte hingegen die Zeichnungen Taf. VI, Fig. 43 b und 38 c.

[3]) Arnold Heim: Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz 1905. Lfg. 16, pag. 487, Fig. 50.

durch Längszerreissung und Abquetschung nach unten erklärt werden[1]). Die neue Untersuchung der nördlichen Kreideketten im Vierwaldstätterseegebiet durch A. Buxtorf wird lehren, ob und in welcher Art Vitznauerstock und Rigihochfluh seitlich auseinandergerissen sind.

Nach der geologischen Dufourkarte Bl. XIII 1 : 100000 von F. J. Kaufmann erscheint mir sehr wahrscheinlich, dass auch in der Pilatuskette die Unterbrüche der Kreide zwischen der Schrattenfluh und der Schwendelifluh und vielleicht auch derjenige östlich des Schymberges durch Längszerreissung bedingt sind. Wir haben somit am nordschweizerischen Alpenrand Längszerreissung und Abquetschung in den Kreideketten von Osten nach Westen gefunden am:

Säntisdecke:
Klammeneggzug Ostende (— Säntisgewölbe I?)
Haderenberg, Westende v. Säntisgewölbe I
Gewolbekopf, „ „ „ II
„ „ „ „ III
Farenstockli (Ostende — nördliches Gulmengewolbe
mittleres Gulmengewolbe Ostende?
südliches „ „ ?
Goggeien Ostende
„ Westende
Stock Ostende
Mattstock Ostende
„ Westende?
Durchschlägiberg Ostende?
Riseten Westende?

Flifalte Westende

Mürtschendecke?:
Kapfenberg Ostende
Küpfenstock Westende

Säntisdecke[2]:
Aubrig-Calvarienberg Ostende
Gross-Aubrig Westende
Klein-Aubrig Ostende

Drusbergdecke? (?):
Rigihochfluh Westende?
Vitznauerstock Ostende?
Pilatuskette?

Ich habe die Freude, in meinem speziellen Untersuchungsgebiet zwischen Toggenburg und Walensee die Theorie der Längsstreckung, wie ich sie vom Westende des Säntisgebirges ausgehend 1905 abgeleitet habe, nicht nur bestätigt, sondern auch erweitert zu sehen. Auf der Exkursion der schweizerischen geologischen Gesellschaft in die nördlichen Kreideketten vom Toggenburg bis zum Walensee (1906) haben sich alle Teilnehmer meiner Auffassung der Längszerreissung und Abquetschung angeschlossen, und die neueste Schrift von Ernst Blumer[3]) bringt einen weiteren sehr wertvollen Ausbau zu der vorgebrachten Theorie.

Längsstreckung, Längszerreissung und Abquetschung nach der Tiefe haben eine hervorragende Bedeutung in dem komplizierten Bau des nordschweizerischen Alpenrandes. Sie sind nicht auf eine

---

[1]) A. Heim: Das Santisgebirge. Beitr. zur geol. Karte d. Schweiz 1905. Lfg. 16. pag. 67, 68, 486.

[2] Nach A. Tobler und A. Buxtorf: Eclogae geol. helv. 1905.

[3] Nach Ernst Blumer: Zur Kenntnis des Alpen-Nordrandes. Vierteljahrsschr. d. Zürcher nat. Ges. 1906.

Überfaltungsdecke beschränkt, sondern kommen in den verschiedenen Decken am Alpenrand der Nordschweiz in ähnlicher Art zum Ausdruck. Längsstreckung, Längszerreissung und Abquetschung nach unten sind charakteristisch in der Brandungszone der Alpen gegen das Nagelfluhgebirge.

Eine eingehendere Beschreibung der Verhältnisse zwischen Toggenburg und Walensee wird an Hand von Spezialkarten, Zeichnungen und Photographien in einer „Monographie der Churfirsten-Mattstockgruppe" in den Beiträgen zur geol. Karte der Schweiz erscheinen.

Zur Kenntnis des helvetischen Alpen-Nordrandes.

Von

Ernst Blumer.

(Als Vortrag gedruckt.)

Im Begriffe, eine lange Reise anzutreten, drängt es mich, vorher Ihnen und damit der Öffentlichkeit einige Resultate von Untersuchungen zu übergeben, die ich im Laufe dieses Sommers ausgeführt habe. Leider fehlte mir dabei, im Drange der Reisevorbereitungen, die Zeit, um genaue Profile oder ausführliche stratigraphische Detailnotizen und Fossilfunde auszuarbeiten. Ich will hier bloss einige wichtige Hauptergebnisse mit der allernötigsten Begründung Ihnen vorlegen, damit sie nicht allzulang der fortschreitenden Wissenschaft vorenthalten bleiben. Eine ausführliche Monographie über das Gebiet, auf dessen Untersuchung sich das folgende stützt, samt einer geologischen Karte in 1 : 25000 wird später nachfolgen. Mit dem Mangel an Zeit bitte ich Sie, auch den Mangel von Literaturangaben zu entschuldigen. Am besten fassen Sie die folgenden Angaben als eine vorläufige Mitteilung auf.

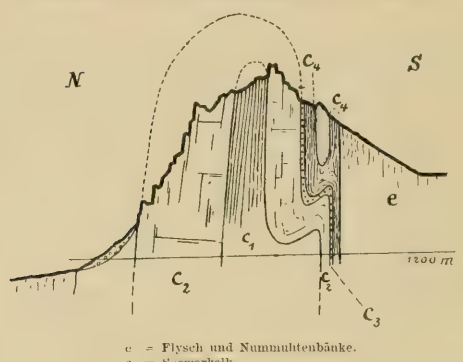
Verehrte Anwesende! So lange als man den Alpen-Nordrand als autochthon annahm, war man naturgemäss auch gezwungen, die denselben bildenden Falten als aus dem Flysch auftauchende, mehr oder weniger regelmässige Gewölbe aufzufassen, wohl zwar oft nach Norden überstürzt, oft mit sehr stark verquetschtem Mittelschenkel, der dann aber, nach der damaligen Ansicht, sich in der Tiefe nach Norden unter das Eocaen und die Molasse bog. Wie viele Tatsachen sind in neuer Zeit gefunden worden, die mit dieser Auffassung nicht mehr stimmen! Ich selbst habe im vergangenen Sommer das Gebiet von Wageten, Brüggler und Köpfenstock eingehend untersucht und zu einem grossen Teil bereits geologisch kartiert. Als verhältnismässig einfacher Kamm zieht sich hier die nördlichste Alpenkette von Niederurnen im Linthtal bis ans Ramseli im Trebsenbachtal, dem grössten Seitental der Wäggitaler-Aa. Der regelmässig hinstreichende Grat liess wenig neues erwarten. Nach den Unter-

suchungen von Burckhardt[1]) handelt es sich um ein, von ganz nebensächlichen Komplikationen abgesehen, einfaches, in der Wageten aufrechtes, im Köpfenstock nach Norden überliegendes Kreidegewölbe mit sehr enggequetschtem Neocomkern, mit Seewerkalk, Gault und Schrattenkalk im südlichen Gewölbeschenkel und bloss mit Schrattenkalk im nördlichen, verkehrten Schenkel. Um so erstaunter war ich, tatsächlich ganz andere Verhältnisse vorzufinden.

Fig. 1.

Wageten-Profil nach Burckhardt.

(Beiträge, Lief. II d. neuen Folge, Taf. V, Profil 32.)



e = Flysch und Nummulitenbänke.
c_4 = Seewerkalk.
c_3 = Gault.
c_2 = Schrattenkalk.
c_1 = Neocom.

1. Burckhardt gab sich besondere Mühe, die Konkordanz zwischen Kreide, Eocaen und Molasse und einen verkehrten Kreide-Eocaen-Molasse-Mittelschenkel nachzuweisen. Aber Burckhardt hat sich bei allen seinen derartigen Untersuchungen durch lokale kleine Aufschlüsse (im ganzen weiten Gebiet von der Wageten bis zum Köpfenstock war es ein einziger) allzusehr beeinflussen lassen. Die Kreide der Wageten steht senkrecht, die nördlich vorgelagerte Molasse des Hirzli fällt durchweg mit etwa 50° nach Süden. Umgekehrt fällt am Köpfenstock die Kreide mit 50° nach Süden, und die Nagelfluh steht senkrecht.

2. Burckhardt glaubte mit vielen anderen, die Molasse am Alpen-Nordrand sei über sich selbst übergelegt und doppelt: Sub-

[1]) Beiträge z. geol. Karte d. Schweiz, Neue Folge, Lief. II, p. 56—80.

alpine Molassesynklinale. Seine Gründe sind aber nicht zwingend. Die sog. rote Molasse, auf deren Auftreten am Kontakt Burckhardt besonderes Gewicht legt und die er für verkehrte aquitanische Molasse hält, fehlt nördlich der Wageten vollständig. Meine vielfachen Begehungen lehren, im Gegensatz zu Burckhardt, dass überall Kalknagelfluh an den Kontakt tritt, der allerdings rote Mergel eingelagert sind. Die wirklich aquitanen Mergel im Biltnerbach sind zudem niemals rot, sondern grau. Weitere, aber noch nicht verarbeitete Beobachtungen machen es mir höchst wahrscheinlich, dass eine subalpine Molassesynklinale nicht vorhanden, dass die Molasse am Alpenrand nicht doppelt liegt und dass am Kontakt nicht älteste, sondern jüngste Molasse ansteht.

3. Wenn so vom verkehrten Kreide-Eocaen-Molasse-Mittelschenkel der Molasse-Anteil sehr wahrscheinlich fehlt, so fehlt der Kreide-Bestandteil sicher. Was man bisher für verkehrten Schrattenkalk gehalten hat, ist Valangien und Jura! Die Hauptmasse der imponierenden Nordwände von Wageten, Brüggler und Köpfenstock ist nicht Kreide, sondern tithonischer Troskalk. In der ganzen langen Kette liegt nicht ein aus dem beidseitig begleitenden Flysch auftauchendes Gewölbe vor, sondern eine einfache Schichtreihe vom Tithon bis zum Eocaen, vor dem vorgelagerten Nagelfluhgebirge aufbrandend und senkrecht gestellt und auf Molasse und Eocaen schwimmend. Nicht Kreide, sondern Jura bildet von der Linth bis zum Trebsenbach den nördlichen Alpenrand.

Die Beweisgründe dafür sind folgende:

1. Jede Gewölbeumbiegung oder irgendwelche Andeutung dafür fehlt auf der ganzen Länge der Kette, von Niederurnen bis zum Trebsenbach, im Neocom ebensogut wie im Schrattenkalk.

2. Es fehlt jegliche Symmetrie in der stratigraphischen Reihe zu beiden Seiten der bisher als Neocomgewölbekern aufgefassten Sinuata-Schichten (Couloni-Schichten Burckh.). Diese Schichten werden überlagert direkt von Schrattenkalk, unterlagert von Altmannschichten, wenig mächtigem Kieselkalk, Pygurusschicht, Valangienkalk und mächtigem Tithon. Dieses liegt unmittelbar auf Flysch auf.

3. Wenn wirklich ein Kreidegewölbe mit Schrattenkalkschenkeln vorläge, so hätte der nördliche, verkehrte Schrattenkalk im ganzen Verlauf der Kette eine etwa achtmal grössere Mächtigkeit als der normale des Gewölbeschenkels. In der Tat zeichnet Burckhardt in seinen Profilen den Mittelschenkel viel mächtiger als den Gewölbeschenkel, ohne aber die nach seiner Anschauung gewiss auffallende Tatsache im Text zu berühren. Er hat hier Valangien- und Tithon-Kalk für Schrattenkalk angesehen.

4. Petrographisch ist dieses Gestein vielleicht in der Farbe und Anwitterungsform von ferne, aber durchaus nicht im Handstück schrattenkalkähnlich. Im oberen Teil stösst man auf Valangienkalk-Oolithe mit Valangien-Petrefakten, darunter liegt in grosser Mächtigkeit ein zum Teil auffallend dichtes, graues, muschelig-splittrig brechendes Gestein, das stellenweise schön erhaltene Korallenkelche führt, sonst sehr petrefaktenarm ist und übereinstimmt mit dem Troskalk der Mürtschendecke im Walenseegebiet.

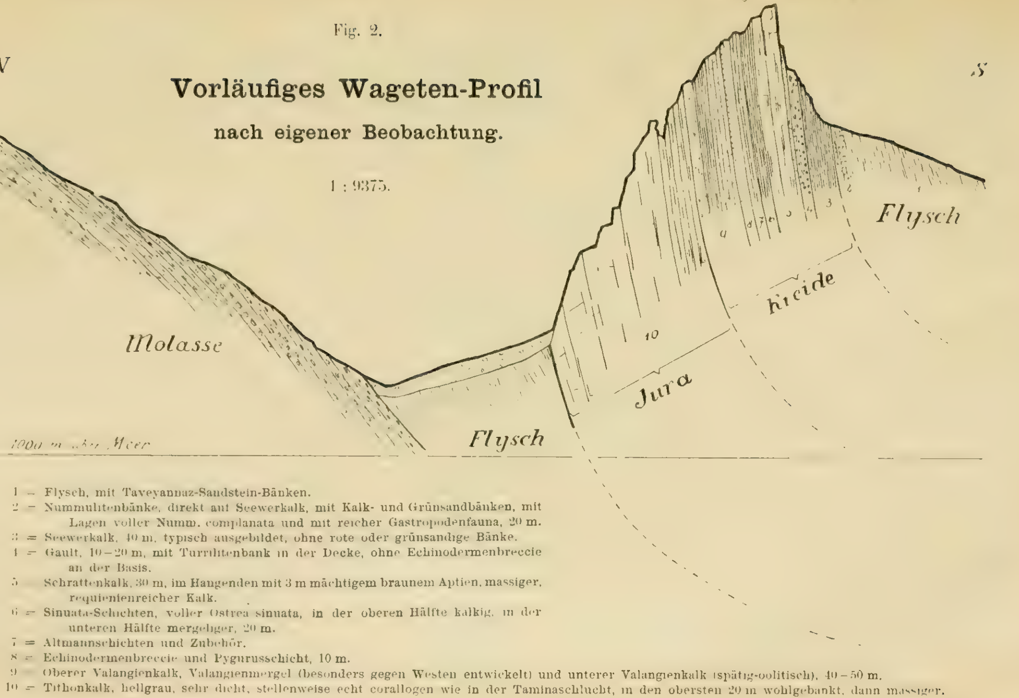
Die so mindestens zur Hälfte aus Juragestein aufgebaute Wageten-Köpfenstock-Kette ist nach der heutigen Anschauung der in diesem Gebiet an der Molasse aufbrandende Stirnrand der Mürtschendecke. Jedoch sind in der stratigraphischen Ausbildung kleine Facies-Unterschiede gegenüber der Mürtschendecke am Walensee vorhanden: Am Walensee ist das Parisian durch wenig mächtige Assilinengrünsande vertreten; an der Wageten ist es nicht nur viel stärker ausgebildet, sondern es enthält auch glaukonitfreie Kalke, in Masse Nummulina complanata und reiche Gastropodenbänke. Ferner sind Seewerkalk und Schrattenkalk durchweg etwas weniger mächtig als am Walensee. Zudem habe ich im Flysch der Wageten Taveyannaz-Sandsteine entdeckt. Niemals ist bis jetzt in den nördlichen Ketten helvetischer Kreide der Ostschweiz dieser diabasische Tuff angetroffen worden. Deuten alle diese Dinge an, dass in der Wageten-Köpfenstock-Kette die tiefe, weit von Süden gekommene Glarnerdecke an den Alpenrand herantritt? Ich lasse die Frage vorläufig noch offen; meine späteren Untersuchungen werden die Entscheidung bringen.

Sicher ist die Fortsetzung der Wagetenkette auf der Ostseite der Linth der Kapfenberg bei Weesen. Nachdem ich das Tithon an Wageten und Köpfenstock konstatiert habe, ist nun Arnold Heim mit Recht überzeugt davon, dass auch der Kapfenberg aus Tithon bestehe.

Verehrte Anwesende! So lange, als man den nördlichen Alpenrand als autochthon auffasste, war man naturgemäss gezwungen, die Falten, die gerade hier wiederholt merkwürdiger Weise durch Flysch unterbrochen sind, als jeweilen unter diesen Flysch hinabtauchend sich vorzustellen. Man betrachtete Säntis, Mattstock, Wageten, Köpfenstock, Gugelberg, Aubrig, Rigihochfluh, Pilatus, Schafmatt, Schrattenfluh als einen zusammenhängenden, stellenweise unter den Flysch sinkenden, langgestreckten Faltenzug, der bald, wie im Säntis, im Pilatus, stärker anschwelle, bald, wie an der Wageten oder der Schafmatt, ein einziges einfaches Gewölbe bilde.

Auch diese Anschauung ist zerronnen. Der Säntis hat seine Fortsetzung nicht in der Wageten; diese endet vielmehr gegen Osten

Fig. 2.



Vorläufiges Wageten-Profil

nach eigener Beobachtung.

1 : 9375.

1 = Flysch, mit Taveyannaz-Sandstein-Bänken.
2 = Nummulitenbänke, direkt auf Seewerkalk, mit Kalk- und Grünsandbänken, mit Lagen voller Numm. complanata und mit reicher Gastropodenfauna, 20 m.
3 = Seewerkalk, 40 m, typisch ausgebildet, ohne rote oder grünsandige Bänke.
4 = Gault, 10—20 m, mit Turrilitenbank in der Decke, ohne Echinodermenbreccie an der Basis.
5 = Schrattenkalk, 30 m, im Hangenden mit 3 m mächtigem braunem Aptien, massiger, requienienreicher Kalk.
6 = Sinuata-Schichten, voller Ostrea sinuata, in der oberen Hälfte kalkig, in der unteren Hälfte mergeliger, 20 m.
7 = Altmannschichten und Zubehör.
8 = Echinodermenbreccie und Pygurusschicht, 10 m.
9 = Oberer Valangienkalk, Valangienmergel (besonders gegen Westen entwickelt) und unterer Valangienkalk (spätig-oolitisch), 40—50 m.
10 = Tithonkalk, hellgrau, sehr dicht, stellenweise echt corallogen wie in der Taminaschlucht, in den obersten 20 m wohlgebankt, dann massiger.

nach den Untersuchungen von Arnold Heim[1]) im Kapfenberg bei Weesen und streicht dort unter die Säntisdecke hinein. Ferner tauchen Säntis, Mattstock, Aubrig usf. an ihren meist ausgespitzten Enden nicht unter den Flysch hinab; sie sind vielmehr längsgestreckt und auseinandergerissen worden beim Vorrücken der Überschiebungsdecken nach Norden. Arnold Heim hat für den Zug von der Wageten über Gugelberg, Aubrig, Rigihochfluh bis zum Pilatus und der Schrattenfluh den Namen Gliederkette aufgestellt und fasste diese Berge auf als die bogenförmig nach vorn geschobenen und dabei längsgestreckten und zerrissenen Glieder einer einst zusammenhängenden Überfaltungsdecke.

Hier setzen unsere Untersuchungen ein. Bereits Tobler und Buxtorf bezweifeln, dass die Rigihochfluh die Fortsetzung der Aubrige sei[2]). Ich pflichte ihren Ausführungen bei. Aber noch mehr; meine Untersuchungen ergaben mit Sicherheit das überraschende und ungeahnte Resultat, dass die Aubrige nicht die Fortsetzung der Wageten-Köpfenstock-Kette darstellen. Aubrig und Wageten gehören zwei ganz verschiedenen Decken an.

Beim Ramseli am Trebsenbache endet die steil gestellte, normale Schichtreihe des imposanten Köpfenstockes plötzlich und wie abgeschnitten. Westlich des Trebsentales findet man, wie schon Burckhardt ausgeführt hat[3]), zunächst nur Flysch. Weiter westlich folgen Gugelberg und die beiden Aubrige. Damit ist die Kreide wieder vorhanden am Alpenrand, aber nicht in Form einer einfachen Schichtreihe wie am Köpfenstock, sondern als einfaches, ziemlich regelmässiges und fast aufrechtes Gewölbe. Aendert sich so plötzlich die Faltung auf diese kurze Distanz von wenigen Kilometern und ohne dass weder am W-Ende des Köpfenstock noch am östlichsten Aubrigausläufer sich irgendwelche Anzeichen eines Ueberganges bemerken lassen?

Aber nicht bloss die Tektonik ist ganz verschieden am Köpfenstock und am Aubrig. Auch die Stratigraphie ist eine andere. In der ganzen Wagetenkette, von Niederurnen bis zum Trebsenbach, auf die Länge von 10 km, ist der Seewerkalk höchstens 50 m mächtig. Treten wir durch den unterbrechenden Flysch an Gugelberg und Aubrig hinüber, so finden wir dasselbe Gestein unvermittelt 200 m mächtig. Dabei zeigt sich keine Spur einer etwa zu vermutenden, allmählichen Mächtigkeitsabnahme des Seewergesteines in der Wagetenkette von Osten nach Westen oder einer entsprechenden

[1]) Säntis, „Beiträge“, Neue Folge, Lief. 16, II. Teil.

[2]) Eclogae, Vol. IX, p. 40.

[3]) „Beiträge“, Neue Folge, Lief. II, p. 61.

Zunahme in der Aubrigkette gegen Osten. So plötzlich wie der Unterbruch durch den Flysch, so scharf wie der Gegensatz in der Tektonik, so unmittelbar und ohne Uebergang ist die Differenz in der Facies.

Der Gault ist in beiden Ketten in der Mächtigkeit nicht sehr verschieden. Aber in der Wagetenkette fehlt die Echinodermenbreccie an der Basis durchweg; an den Aubrigen ist sie durchweg vorhanden. Die Turrilitenbank ist an beiden Orten ausgebildet.

Der Schrattenkalk ist in der ganzen Wageten-Köpfenstock-Kette 20 bis höchstens 30 m mächtig. In der Aubrigkette ist er durchweg normal 200 m mächtig. Hier ist das Aptien mächtig ausgebildet, und ungefähr in der Mitte der mächtigen, weissen Schrattenkalkmauern finden sich wohlgeschichtete, dunkle, mergelige Orbitulinabänke. Nichts davon in der Wagetenkette, wo das Aptien nur durch 2—3 m mächtige, braune Bänke mit weniger häufigen Orbitulinen ganz im Hangenden des weissen Schrattenkalkes dargestellt wird.

In der Wagetenkette sind Neocom und Valangien klar ausgebildet und ähnlich wie in der Mürtschendecke am Walensee; darunter liegt mächtiger Tithonkalk. Am Aubrig haben wir eine andere Ausbildung des Neocom und keine Spur von Tithon.

Während die Wageten-Köpfenstock-Kette zur Mürtschen- oder Glarnerdecke gehört, stimmt die Aubrigkette nach Mächtigkeit und Ausbildungsweise ihrer Schichten vollständig überein mit der Säntisdecke, wie noch folgende Uebersicht deutlich zeigt:

	Aubrigkette	W-Säntis u. W-Churfirsten	Wagetenkette
Seewerkalk	150 m	130 m im westl. Säntis	50 m
Gault	mit Echinodermenbreccie	mit Echinodermenbreccie	ohne Echinodermenbreccie
Schrattenkalk	mindestens 200 m	200—300 m	30 m

Genau in der Natur selbst gemessen, streicht auch die Aubrigkette, gegen Osten verlängert, gar nicht zum Köpfenstock, sondern hinein in die Flyschmulde zwischen Köpfenstock und Tierberg. Aus dieser Flyschmulde tritt nahe am Linthtal, bei Näfels, die Riseten, abgerissen und längsgestreckt gegen Westen, wie die Aubrigkette gegen Osten. Das ist in dieser Gegend die Stirn der Säntisdecke; es ist die westliche, durch den Erosionsunterbruch der Linth abgetrennte Fortsetzung von Mattstock-Durchschlägiberg; es ist die östliche, tektonisch abgerissene Fortsetzung der Aubrigkette. Perlschnurartig zerrissene Nummulitenfetzen im Flysch zwischen Köpfenstock

und Tierberg bilden noch die Brücke zwischen den längsgetrennten Kreideketten von Riseten und Aubrig und zeugen lebhaft von der enormen hier vorhandenen Längszerreissung[1]).

Vergegenwärtigen wir uns zum Schlusse nochmals die Verhältnisse am Alpenrand, vom Rhein bis zur Aare. Fast vom Rheine bis zur Linth bildet die Säntisdecke in hervorragender Entwicklung den nördlichen Alpenrand. Am Rhein wird sie gegen Osten abgelöst durch die Hohkastendecke, eine höhere Zweigdecke[2]). An der Linth wird sie gegen Westen abgelöst durch die tiefere Mürtschendecke; an Stelle der mannigfaltigen Gewölbe der Säntisdecke tritt damit eine einfache, vor der Molasse aufbrandende und davor senkrecht gestellte Schichtreihe. Diese hält an auf rund 10 km. Dann tritt mit den Aubrigen nochmals die Säntisdecke an den nördlichen Alpenrand. Sie reicht bis gegen Euthal. Im weiteren bildet die viel höhere Drusbergdecke den Alpenrand, zunächst im Fluhbrig, dann in davon sich abgabelnden Stirnfalten, die sich wahrscheinlich fortsetzen in der Rigihochfluh und im Pilatus. An der Aare werden die helvetischen Decken abgelöst durch die noch höheren exotischen Decken.

Wie verschieden sind diese Anschauungen von jenen, wo man noch die nördlichsten Kreideberge als auf- und abtauchende Längswellen einer autochthonen Falte auffasste! Wie komplex, wie uneinheitlich erweist sich der nördliche Alpenrand! In der Wageten-Köpfenstock-Kette liegt die interessante Stelle vor, wo sehr wahrscheinlich die tiefste Decke des ganzen schweizerischen Alpenrandes angetroffen wird: die Mürtschen- oder gar die Glarnerdecke. Vielleicht darum bildet sie keine schönen Gewölbe, sondern bäumt sich bloss auf vor dem stauenden Molassegebirge.

Zürich V, im Oktober 1906.

---

[1]) Vergl. Arnold Heim, Abschnitt Längszerreissungen, „Beiträge“, Lief. XVI, p. 486.

[2]) Vergl. Ernst Blumer, „Beiträge“, Neue Folge, Lief. XVI, p. 600.

Zur abzählenden Geometrie.

Die Inflexionen und die Doppeltangenten einer ebenen Kurve.

Von

A. Beck.

1. In einem frühern Aufsatz „Über den Schnitt zweier Kegel und über eine Steinersche Aufgabe betreffend ebene Kurven", Bd. 38 (1893) dieser Zeitschrift, habe ich zu Untersuchungen über ebene Kurven von einer räumlichen Konstruktion Gebrauch gemacht, die auch schon von andern benützt worden war: Von zwei beliebigen Punkten O, O' des Raumes aus werden die beiden Kegel gebildet, welche die ebene Kurve $\mathfrak{C}$ von der Ordnung m zur gemeinsamen Leitlinie haben, und es wird die Raumkurve $\mathfrak{U}$ konstruiert, in welcher sich die beiden Kegel ausserdem noch schneiden und welche offenbar von der Ordnung $m\,(m-1)$ ist. Bezeichnet P den Spurpunkt der Geraden O, O' auf der Ebene von $\mathfrak{C}$, so haben die von P aus an $\mathfrak{C}$ zu legenden Tangenten ihre Berührungspunkte C_0 in den Schnittpunkten von $\mathfrak{U}$ mit $\mathfrak{C}$. Auf diese Weise ergibt sich sofort die erste Plückersche Formel:

$$(1) \qquad n = m\,(m-1) - 2d - 3k,$$

wo m, n, d, k die Ordnung, Klasse, Anzahl der Doppelpunkte und Anzahl der Rückkehrpunkte bezeichnen. Die dualistische Übersetzung liefert als zweite Plückersche Formel:

$$(2) \qquad m = n\,(n-1) - 2t - 3i,$$

(t = Anzahl der Doppeltangenten, i = Anzahl der Inflexionen[1]). Ich habe dann gezeigt (a. a. O. S. 205—206), wie man durch eine andere ähnliche räumliche Konstruktion ebenso einfach die dritte Plückersche Formel erhalten kann:

$$(3) \qquad i - k = 3\,(n - m)$$

Man füge nämlich zu dem Kegel $O\,\mathfrak{C}$ einen beliebigen Kegel zweiter Ordnung hinzu, $O'\,\mathfrak{K}$, und betrachte die Schnittkurve der

[1] Vergl. Rodenberg, Mathem. Annalen, Bd. 26.

beiden Kegel. Es lässt sich dann leicht die Anzahl der Schmiegungsebenen, welche an diese Schnittkurve von O und O' aus gelegt werden können, durch die Singularitäten von $\mathfrak{C}$ ausdrücken und indem man diese beiden Anzahlen einander gleichsetzt, erhält man die Formel 3. Mit den drei Formeln 1—3 sind aber alle andern Beziehungen zwischen den Singularitäten der ebenen Kurve gefunden.

Im Nachfolgenden möchte ich die erste Konstruktion mit den beiden Kegeln $O\,\mathfrak{C}$, $O'\,\mathfrak{C}$ noch weiter verfolgen und namentlich zeigen, wie auch sie dazu benützt werden kann, die Anzahl der Inflexionen und der Doppeltangenten einer ebenen algebraischen Kurve zu berechnen. Ich beschränke mich dabei aber auf eine punkt-allgemeine Kurve, setze also $d = o$, $k = o$. Dann ist

$$(4) \qquad n = m\,(m-1)$$

und die zwei zu beweisenden Formeln lauten dann bekanntlich:

$$(5) \qquad i - 3\,m\,(m-2),$$

$$(6) \qquad t = \frac{1}{2}\,m\,(m-2)\,(m-3)\,(m+3).$$

2. Die Raumkurve $\mathfrak{U}$, in welcher sich die beiden Kegel $O\,\mathfrak{C}$, $O'\,\mathfrak{C}$ ausser in $\mathfrak{C}$ schneiden, hat die Eigenschaft, von einem Punkt Q aus doppelt projiziert zu werden, der zu P harmonisch liegt in Bezug auf O, O'. Nehmen wir dann Q als Kollineationszentrum und die Ebene von $\mathfrak{C}$ als Kollineationsebene einer involutorischen zentrischen Kollineation, so entspricht in dieser Kollineation dem Kegel $O\,\mathfrak{C}$ der Kegel $O'\,\mathfrak{C}$, während die Raumkurve $\mathfrak{U}$ sich selbst entspricht. Legt man durch P eine beliebige Gerade s in der Ebene von $\mathfrak{C}$ und sind C_1, C_2 zwei auf s liegende Punkte von $\mathfrak{C}$, so sind die Schnittpunkte $O\,C_1 \cdot O'\,C_2 = U_{1\,2} = U$ und $O\,C_2 \cdot O'\,C_1 = U_{2\,1} = U'$ zwei konjugierte Punkte von $\mathfrak{U}$.

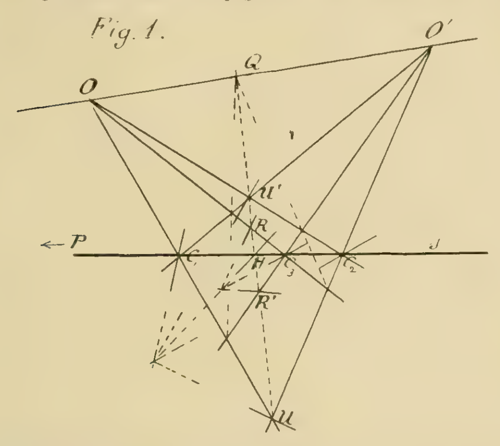
Der doppelt-projizierende Kegel $Q\,\mathfrak{U}$ wird von der Ebene $\mathfrak{C}$ in einer Kurve geschnitten, welche die h a r m o n i s c h e K u r v e $\mathfrak{H}$ von $\mathfrak{C}$ und P heissen möge und welche offenbar von der Ordnung $\frac{1}{2}\,m\,(m-1)$ ist. Jeder Punkt H dieser Kurve liegt harmonisch zu P in Bezug auf zwei Punkte C_1, C_2 von $\mathfrak{C}$ auf der Geraden PH. Die Tangente in H an $\mathfrak{H}$ geht durch den Schnittpunkt der Tangenten in C_1 und C_2 an $\mathfrak{C}$, durch welchen auch die Tangenten in U und U' an $\mathfrak{U}$ gehen.

3. In dem man s sich um P drehen lässt, kann man noch einer einfachen Bedingung in Bezug auf die Punkte C auf s genügen. In dieser Beziehung sind folgende drei Fälle hervorzuheben:

a) Zwei Punkte C_1, C_2 sind unendlich benachbart oder s ist eine Tangente s_0 von $\mathfrak{C}$, Berührungspunkt C_0. Ein Punkt H fällt

mit C_0 zusammen. Jedes weitere Punktpaar $C'_0\, C_3$ liefert zwei unendlich benachbarte Punkte H_0 von $\mathfrak{H}$, harmonisch konjugiert zu P in Bezug auf C'_0, C_3. s_0 ist also eine $(m-2)$-fache Tangente von $\mathfrak{H}$. Da offenbar P im allgemeinen kein Punkt von $\mathfrak{H}$ ist, so ist also die Klasse von $\mathfrak{H}$ gleich $n\,(m-2)$.

b) Es gibt auf s zwei verschiedene Paare von Punkten C, in bezug auf welche P denselben harmonisch konjugierten Punkt D hat. Diese Punkte D sind Doppelpunkte von $\mathfrak{H}$; auf jeder Geraden $Q\,D$ liegen zwei Paare konjugierter Punkte von $\mathfrak{U}$.



c) Der harmonisch konjugierte Punkt zu P in bezug auf C_1, C_2 fällt mit einem Punkt C^* von $\mathfrak{C}$ zusammen. Diese Punkte C^* sind Schnittpunkte von $\mathfrak{H}$ mit $\mathfrak{C}$. Da aber ausser diesen Punkten C^* auch die Punkte C_0 solche Schnittpunkte sind, so ist die Anzahl der Punkte C^* gleich

$$\frac{1}{2}\, m^2\,(m-1) - m\,(m-1) = \frac{1}{2}\, m\,(m-1)\,(m-2).$$

4. Für die weitere Entwicklung der Raumfigur betrachten wir nun die beiden Kurven $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{R}'$ (Restkurven), in welchen die beiden Kegel $O\,\mathfrak{C}$, $O'\,\mathfrak{C}$ noch von dem Kegel $Q\,\mathfrak{U} = Q\,\mathfrak{H}$ geschnitten werden. Beide Kurven sind von der Ordnung

$$\frac{1}{2}\, m^2\,(m-1) - m\,(m-1) = \frac{1}{2}\, m\,(m-1)\,(m-2).$$

Sie entsprechen einander in der involutorischen Kollineation und treffen also die Ebene $\mathfrak{C}$ in denselben Punkten, welche offenbar identisch sind mit den Punkten C^* von 3 *c*.

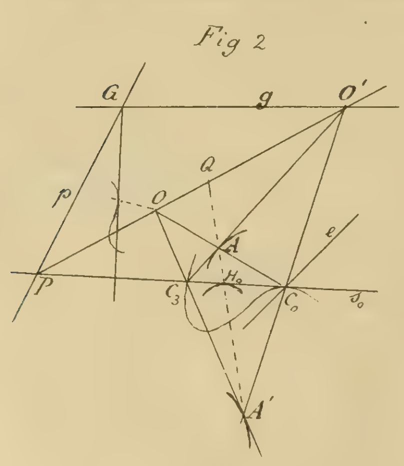
Wenn C_1, C_2, C_3 auf s liegen (Fig. 1) und C_1, C_2 die Punkte U, U' von $\mathfrak{U}$ erzeugen, so ist der Schnittpunkt $U U' Q \cdot O C_3 = R$ ein Punkt von $\mathfrak{R}$, $U U' Q \cdot O' C_3 = R'$ der konjugierte Punkt auf $\mathfrak{R}'$, und die Tangenten in beiden gehen nach dem Schnittpunkt der zugehörigen Tangente von $\mathfrak{H}$ in H und von $\mathfrak{C}$ in C_3.

5. Wir fragen nun nach den gemeinsamen Punkten der beiden Raumkurven $\mathfrak{U}$ und $\mathfrak{R}$ auf dem Kegel $O\,\mathfrak{C}$, denen natürlich gemeinsame Punkte von $\mathfrak{U}$ und $\mathfrak{R}'$ auf dem Kegel $O'\,\mathfrak{C}$ entsprechen. Jeder gemeinsame Punkt von $\mathfrak{U}$ und $\mathfrak{R}$ muss ein Schnittpunkt von $\mathfrak{R}$ mit dem Kegel $O'\,\mathfrak{C}$ sein. Alle drei Kegel O, O', Q haben die Kurve $\mathfrak{U}$ gemein; ausserdem schneiden sie sich paarweise in den Kurven $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{R}, \mathfrak{R}'$; folglich sind die Schnittpunkte von $\mathfrak{R}$ mit dem Kegel O' zu suchen auf den drei Kurven $\mathfrak{C}, \mathfrak{U}, \mathfrak{R}'$, welche auf dem Kegel O' liegen. Die Schnittpunkte von $\mathfrak{R}$ mit $\mathfrak{C}$ sind die oben gefundenen Punkte C^*; jeder Schnittpunkt von $\mathfrak{R}$ mit $\mathfrak{R}'$ ausserhalb der Ebene $\mathfrak{C}$ ist aber offenbar auch ein Punkt von $\mathfrak{U}$. Somit ist die Anzahl der gemeinsamen Punkte von $\mathfrak{U}$ und $\mathfrak{R}$ gleich

$$\frac{1}{2}\, m^2 (m-1)(m-2) - \frac{1}{2}\, m\,(m-1)(m-2) - \frac{1}{2}\, m\,(m-1)^2 (m-2).$$

6. Nun gibt es aber zwei Arten solcher gemeinsamen Punkte $\mathfrak{U}\,\mathfrak{R}$:

a) Der Punkt $\mathfrak{U}\,\mathfrak{R} = A$ liegt nicht zugleich auf $\mathfrak{R}'$. Dieser Fall tritt ein, wenn zwei Punkte $C_1\, C_2$ unendlich benachbart sind (C_0'). Aus C_1, C_3 erhält man dann ein Paar konjugierter Punkte A, A' von $\mathfrak{U}$, deren Tangenten nach C_3 gehen; dabei fällt mit A ein Punkt R und mit A' ein Punkt R' zusammen, weil eine dritte erzeugende $O\; C_2$ resp. $O'\, C_2$ mit der zweiten $O\,C_1$ resp. $O'\,C_1$ unendlich benachbart ist (Fig. 2). Die Erzeugende $Q\; A\; A'$ trifft s_0 in einem der Punkte H_0, in welchen $\mathfrak{H}$ von s_0 berührt wird.



Die Anzahl der Punkte A beträgt nach dem Vorigen

$$n\,(m-2) = m\,(m-1)\,(m-2).$$

Der Fall 6 *a* ist offenbar mit 3 *a* identisch.

b) Der Punkt $\mathfrak{U}\,\mathfrak{R} = B$ liegt auch auf $\mathfrak{R}'$. Dies tritt dann und nur dann ein, wenn auf einer Erzeugenden des Kegels Q zwei Paare konjugierter Punkte U liegen, also $\mathfrak{H}$ einen Doppelpunkt hat. Jeder dieser vier Punkte U ist offenbar auch ein Punkt R und ein Punkt R'. Da nun die Zahl aller Punkte $\mathfrak{U}\,\mathfrak{R}$ und die Zahl der Punkte A bekannt ist, so hat man auch die Zahl der Punkte B gefunden, und da je vier Punkte B auf einer Doppelerzeugenden $Q\,D$ liegen, so erhält man für die Anzahl der Doppelpunkte der harmonischen Kurve:

$$\frac{1}{8}\, m\,(m-1)^2\,(m-2) - \frac{1}{4}\, m\,(m-1)\,(m-2)$$
$$= \frac{1}{8}\, m\,(m-1)\,(m-2)\,(m-3).$$

Der Fall 6 *b* ist mit 3 *b* identisch.

Man kann leicht beweisen, dass die Kurve $\mathfrak{R}$ von einem Punkt Q'_1 aus dreifach projiziert wird, der zu O' harmonisch konjugiert ist in bezug auf O und Q. Auf diesem Kegel Q'_1 liegen die Tangenten von $\mathfrak{R}$ in den Punkten A. Entsprechendes gilt für $\mathfrak{R}'$: der Scheitel Q_1 des dreifach projizierenden Kegels ist harmonisch konjugiert zu O in bezug auf O' und Q und nach ihm hin gehen die Tangenten von $\mathfrak{R}'$ in den Punkten A'. — Jede Gerade s_0 liefert $\frac{1}{2}\,(m-2)\,(m-3)$ Gerade durch Q, welche gleichzeitig Tangenten von $\mathfrak{R}$ und von $\mathfrak{R}'$ sind.

7. **Die Inflexionen.** Die Tangenten s_0 von P an $\mathfrak{C}$ haben mit der Kurve ausser dem Berührungspunkt $C_0 = C_1\,C_2$ noch $m-2$ andere Punkte $C_3 \cdots$ gemein, von denen im allgemeinen keiner mit C_0 zusammenfällt, da P ein beliebiger Punkt in der Ebene $\mathfrak{C}$ ist. Es wird also auch keiner der Punkte A in die Ebene $\mathfrak{C}$ fallen. So oft ein Punkt A in die Ebene $\mathfrak{C}$ fallen würde, so oft würde durch P eine Inflexionstangente von $\mathfrak{C}$ gehen und umgekehrt, so lange wenigstens keiner der Scheitel O, O' in der Ebene $\mathfrak{C}$ liegt.

Man wird also zu den Inflexionen gelangen können, wenn man den Punkt P nicht fest annimmt, sondern ihn eine gerade Linie p durchlaufen lässt, wozu nötig ist, auch einen der beiden Scheitel O, O' sich ändern zu lassen. Wir nehmen also an, O' durchlaufe eine gerade Linie g, deren Spurpunkt G dann natürlich auf p liegen muss (Fig. 2.). Die Punkte A werden dann eine Raumkurve $\mathfrak{A}$ beschreiben und die Anzahl der Inflexionen von $\mathfrak{C}$ wird bestimmt werden können, wenn wir angeben können, wie viel Punkte von $\mathfrak{A}$ in die Ebene $\mathfrak{C}$ fallen.

Da aber jede andere Ebene die Kurve $\mathfrak{A}$ in der gleichen Anzahl von Punkten schneidet, so wählen wir eine Ebene ε, die beliebig durch den festen Punkt O gelegt wird und deren Spur irgend eine

Gerade e in der Ebene $\mathfrak{C}$ ist. Wir sind dann leicht im Stande, die Punkte A anzugeben, die in dieser Ebene ε liegen. Wenn A in ε liegt, so liegt C_0 auf e. Es gibt also m Punkte C_0. In jedem derselben legen wir die Tangente, welche auf p den Punkt P und auf $\mathfrak{C}$ die Punkte $C_3, \cdots$ bestimmt. Indem wir P mit O verbinden, erhalten wir auf g den Punkt O' und die Gerade $O' C_3$ bestimmt dann auf $O C_0$ den Punkt A. Die Anzahl solcher Punkte A in ε ist also gleich $m(m-2)$.

Aber es fragt sich nun, ob der Punkt O selbst auch zur Kurve $\mathfrak{A}$ gehöre, entsprechend gewissen speziellen Lagen der Ebene ε durch O. In der Tat können wir solche spezielle Lagen leicht angeben. Wenn nämlich A mit O zusammenfallen sollte, so müsste die Gerade $O' A$ mit $O' O$, also C_3 mit P zusammenfallen. Auf p liegen m solcher Punkte $C_3 = P$: von jedem derselben gehen $n-2$ Tangenten an $\mathfrak{C}$ und gleichzeitig erhalten wir die zugehörige Lage von O' auf g. Entsprechend diesen speziellen Lagen von ε fallen also $m\,(n-2)$ Punkte A nach O. Diese Ebenen ε bilden $m\,(n-2)$ Ebenenbüschel, deren Achsen nach den $m\,(n-2)$ Berührungspunkten auf $\mathfrak{C}$ gehen. Diese Achsen sind also die Tangenten von $\mathfrak{A}$ in dem $m\,(n-2)$-fachen Punkt O.

Nach dem Vorigen ergibt sich als Ordnungszahl der Kurve $\mathfrak{A}$:

$$m(m-2) + m(n-2) = m(m^2-4).$$

Nun ist aber zu bedenken, dass der Punkt O', indem er die Gerade g durchläuft, auch einmal in die Ebene $\mathfrak{C}$ fällt, nach G, mit dem dann auch P zusammenfällt. Auch für diese spezielle Lage lässt sich die Konstruktion der Punkte A durchführen; sie fallen in die Berührungspunkte der Tangenten von G an $\mathfrak{C}$ und zwar je $(m-2)$ mal, weil auf jeder dieser Tangenten $m-2$ Punkte C_3 liegen (Fig. 2). Diese $n\,(m-2)$ Punkte von $\mathfrak{A}$ in der Ebene $\mathfrak{C}$ haben also nicht die Bedeutung von Inflexionspunkten der Kurve $\mathfrak{C}$. Rechnen wir sie ab, so bleibt als Anzahl der Inflexionspunkte:

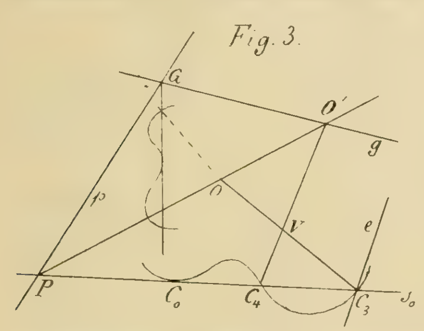
$$i = m(m^2-4) - m(m-1)(m-2) = 3\,m(m-2), \text{ w. z. b. w.}$$

8. Die Doppeltangenten. Nachdem i bestimmt ist, könnte man t nach Formel 2 berechnen. Wir wollen aber zeigen, wie t auch direkt abgeleitet werden kann in ähnlicher Weise wie i.

Dazu betrachten wir wieder die Tangenten s_0, welche von P an $\mathfrak{C}$ gehen und welche $\mathfrak{C}$ noch je in $m-2$ Punkten $C_3, C_4, \cdots$ schneiden. Je zwei dieser Schnittpunkte bestimmen ein Paar konjugierter Punkte von $\mathfrak{U}$, die wir mit V bezeichnen wollen. Zu jeder Tangente s_0 gehören also $\frac{1}{2}(m-2)(m-3)$ solcher Punktepaare V. Würde s_0 eine Doppeltangente sein, so würde in jedem ihrer beiden Berührungs-

punkte ein Paar konjugierter Punkte V in der Ebene $\mathfrak{C}$ zusammenfallen. Umgekehrt würde ein in die Ebene $\mathfrak{C}$ fallender Punkt V eine Doppeltangente durch P anzeigen, so lange wenigstens keiner der beiden Scheitel O, O' in der Ebene $\mathfrak{C}$ liegt.

Nun wenden wir dasselbe Verfahren an wie in 7, indem wir O' eine Gerade g beschreiben lassen, so dass P in der Ebene $\mathfrak{C}$ eine Gerade p beschreibt, welche durch den Spurpunkt G von g geht. Dann beschreiben die Punkte V eine Raumkurve $\mathfrak{V}$, deren Ordnung zu bestimmen ist. Wir legen wieder durch O eine beliebige Ebene ε, deren Spur e sei, und bestimmen die Anzahl der Punkte V, die in dieser Ebene liegen (Fig. 3). Der Punkt C_3 ist jetzt ein Schnittpunkt von $\mathfrak{C}$ mit e. Indem wir von ihm aus die Tangenten an $\mathfrak{C}$ legen, erhalten wir die Punkte C_4 und auf p den Punkt P, daraus O' auf g und endlich V als Schnittpunkt von $O C_3$ mit $O' C_4$. Die Zahl der so erhaltenen Punkte V beträgt also:



$$m(n-2)(m-3) = m(m-2)(m-3)(m+1).$$

Unter den Ebenen ε durch O gibt es aber spezielle, für welche O auch ein Punkt von $\mathfrak{V}$ wird. Soll nämlich V nach O fallen, so muss die Gerade $O' V$ mit der Geraden $O' O$, also der Punkt C_4 mit P zusammenfallen. Diese Punkte C_4 sind also die m Schnittpunkte von p mit $\mathfrak{C}$. Von jedem gehen $n-2$ Tangenten an $\mathfrak{C}$ und auf jeder derselben liegen $m-3$ Punkte C_3, durch welche die Spur e gehen muss. Die Anzahl der nach O fallenden Punkte V beträgt also:

$$m(n-2)(m-3) = m(m-2)(m-3)(m+1),$$

so dass wir für die Ordnungszahl der Kurve $\mathfrak{V}$ erhalten:

$$2m(m-2)(m-3)(m+1).$$

Die speziellen Ebenen ε bilden $m(n-2)(m-3)$ Ebenenbüschel, deren Achsen nach den Punkten C_3 gehen; diese Achsen sind die Tangenten von $\mathfrak{V}$ in dem vielfachen Punkt O.

Was nun die Schnittpunkte von $\mathfrak{V}$ mit der Ebene $\mathfrak{C}$ betrifft, so ist zu beachten, dass sie nur dann zu Doppeltangenten führen, wenn O' nicht in der Ebene $\mathfrak{C}$ liegt. Fällt der Punkt O', indem er g durch-

läuft, nach G, so lässt sich die Konstruktion der Punkte V noch ausführen. Sie fallen dann in diejenigen Punkte, in welchen $\mathfrak{C}$ von den Tangenten geschnitten wird, die von G aus an $\mathfrak{C}$ gelegt werden können und zwar in jeden $(m-3)$ mal. Die Ordnungszahl von $\mathfrak{B}$ ist also um $n(m-2)(m-3)$ zu vermindern. Da aber bei einer Doppeltangente jeder der beiden Berührungspunkte auf $\mathfrak{B}$ liegen muss, so erhalten wir schliesslich für die Anzahl der Doppeltangenten:

$$t = \frac{1}{2}\Big[2m(m-2)(m-3)(m+1) - m(m-1)(m-2)(m-3)\Big]$$

$$= \frac{1}{2} m(m-2)(m-3)(m+3), \text{ w. z. b. w.}$$

9. In bezug auf die Raumkurven $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}'$ und $\mathfrak{B}$ mögen noch die folgenden Bemerkungen gemacht werden. Dabei ist die Gerade q zu beachten, welche durch G geht und zu p harmonisch konjugiert ist in bezug auf GO und g und welche die Punkte Q für die verschiedenen Lagen von O' enthält. Die Reihe der Punkte P ist perspektiv zu den Reihen der Punkte O' und Q.

Die Punkte A' beschreiben eine Raumkurve $\mathfrak{A}'$, welche mit $\mathfrak{A}$ auf dem Kegel $O\mathfrak{C}$ liegt. Auf jeder Erzeugenden dieses Kegels liegen ausser O $m-2$ Punkte A und $n-2$ Punkte A'. Zu jedem Punkt von $\mathfrak{A}$ gehört ein Punkt von $\mathfrak{A}'$ der Art, dass ihre Verbindungslinie die Gerade q schneidet in dem korrespondierenden Punkt Q. Die Kurve $\mathfrak{A}'$ ist ebenfalls von der Ordnung $m(m^2-4)$, aber sie hat in O einen $m(m-2)$-fachen Punkt. Beide Kurven $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{A}'$ gehen durch die Inflexionspunkte von $\mathfrak{C}$. Während aber $\mathfrak{A}$ die Berührungspunkte der Tangenten von G an $\mathfrak{C}$ zu $(m-2)$-fachen Punkten hat, geht $\mathfrak{A}'$ einfach durch die $n(m-2)$ weitern Schnittpunkte dieser Tangenten mit $\mathfrak{C}$.

Auf der Kurve $\mathfrak{B}$ liegen die Punkte paarweise so, dass ihre Verbindungslinie die Gerade q in dem korrespondierenden Punkt Q schneidet. Auf jeder Erzeugenden des Kegels $O\mathfrak{C}$ liegen ausser O $(n-2)(m-3)$ Punkte V. Zu jeder Doppeltangente von $\mathfrak{C}$ gehört auf q ein bestimmter Punkt Q, nach welchem hin die Tangenten von $\mathfrak{B}$ in den Berührungspunkten der Doppeltangente gehen.

3.

Beiträge zur Kenntnis der Schweizerflora (VI).

Begründung der Namensänderungen in der zweiten Auflage der „Flora der Schweiz" von Schinz und Keller.

Von

Hans Schinz und A. Thellung.

(Fortsetzung.)

(Vergl. Vierteljahrsschrift der Naturf. Ges. Zürich. Jahrg. 51, 1906.)

Cotoneaster integerrima Medik. Gesch. der Botanik (1793), 84.

Mespilus Cotoneaster L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 479.

Cotoneaster vulgaris Lindl. in Trans. Linn. soc. XIII (1822), 101.

Die Linnésche Bezeichnung fällt, da wir von Doppelnamen absehen, ausser Betracht.

Amelanchier vulgaris Mönch Meth. (1794), 682.

Mespilus Amelanchier L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 478.

Crataegus rotundifolia Lam. Encycl. I (1783), 84.

Amelanchier ovalis Medik. Gesch. der Botanik (1793), 79 non (Willd.) DC.

Aronia rotundifolia Pers. Syn. II (1807), 39.

Amelanchier rotundifolia Dumont de Courset nach K. Koch Dendrol. I (1869), 178.

Die oben erwähnten Gründe betr. die Linnésche Benennung spielen auch hier wieder mit. Crataegus rotundifolia Lam. ist als totgeborener Name ohne Einfluss auf die Nomenklatur. Amelanchier ovalis Medik. (nicht DC.) ist nach dem von Medikus angeführten Synonym Mespilus Amelanchier Jacq. unzweifelhaft unsere europäische Art. Nach dem Index Kewensis wäre A. ovalis Medik. = A. canadensis Medik. l. c., einer nordamerikanischen Art, zu setzen, was äusserst unwahrscheinlich ist, da Medikus doch nicht wohl die gleiche amerikanische Art gleichzeitig unter zwei Namen beschrieben, die europäische dagegen — auf die er zweifellos den Gattungsnamen in erster Linie bezog — unberücksichtigt gelassen haben kann. Tatsächlich finden wir bei K. Koch Dendrol. l. c. A. ovalis Medik. als Synonym von A. rotundifolia (= A. vulgaris Mönch). Der Irrtum des Ind. Kew.

rührt offenbar davon her, dass sich die Verfasser durch das Homonym Pyrus ovalis Willd. [Berl. Baumzucht (1796), 259; Amelanchier ovalis DC. Prodr. II (1825), 632 non Medik.], das sich auf eine amerikanische Art [Amelanchier spicata (Lam.) Köhne, nach dem Ind. Kew. = A. canadensis Medik.] bezieht, verleiten liessen, auch A. ovalis Medik. hieher zu rechnen; sie übersahen dabei, dass Am. ovalis Medik. und Pyrus ovalis Willd. völlig unabhängig von einander aufgestellt worden sind! — Wir hatten in der 2. Auflage der Flora, der Autorität des Index Kewensis folgend, den Namen A. vulgaris Mönch verwendet, da wir A. ovalis Medik. auf eine amerikanische Art beziehen zu müssen glaubten; seither sind wir jedoch zu der eben erläuterten abweichenden Auffassung gelangt.

Fragaria moschata Duchesne Hist. nat. frais. (1766), 145.
  Fragaria elatior Ehrh. Beitr. VII (1792), 23.

Fragaria viridis Duchesne Hist. nat. frais. (1766), 135.
  Fragaria collina Ehrh. Beitr. VII (1792), 26.

Potentilla silvestris Necker Del. Gall.-Belg. I (1768), 222.
  Tormentilla erecta L. Spec. plant. ed. 1 (1753), 500.
  Fragaria Tormentilla Crantz Stirp. Austr. fasc. II (1763), 23.
  Potentilla Tormentilla Necker Hist. Comm. Acad. Palat. II (1770), 491.
  P. erecta Hampe in Linnaea XI (1837), 50, nicht Wallroth, Uspenski und Anderer.

Die Kombination P. erecta (L.) Hampe, die mit den Prioritätsgesetzen am besten im Einklang steht, haben wir, Ascherson und Graebner folgend, deswegen nicht angewendet, weil einerseits die Möglichkeit der Verwechslung mit P. recta L. vorliegt und anderseits der Name P. erecta von verschiedenen Autoren in von dem Hampes abweichendem Sinne verwendet worden ist — allerdings nie für eine gültige Spezies. Der Name P. erecta (L.) Hampe kommt also für die in Frage stehende Art doch sehr in Betracht. War er aber einmal, um Konfusionen zu vermeiden, fallen gelassen, so musste als ältester gültiger Name P. silvestris Necker (1768) gewählt werden; denn wiewohl P. Tormentilla Necker (1770) als auf Fragaria Tormentilla Crantz (1763) gegründet, aufgefasst werden kann, so ist die Neckersche Kombination doch hinfällig, da Fragaria Tormentilla Crantz in die Kategorie der totgeborenen Namen fällt.

Potentilla Tabernaemontani Aschers. in Verhandl. Bot. Ver. Brandenb. XXXII (1891), 156.
  Potentilla verna L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 498 zum kleinsten Teil.
  Potentilla opaca L. Herb., Amœn. acad. IV (1760), 274 zum Teil (mit Ausschluss der Synonyme); Schinz u. Keller, 1. Aufl.

Über die ausserordentlich verzwickte Nomenklaturfrage vergl.

die sehr eingehenden Ausführungen unseres berühmten Freundes Geh. Reg.-Rat Ascherson, der ersten Autorität auf diesem Gebiete, in den Verhandl. de Bot. Ver. Prov. Brandenb. l. c. und in Ascherson und Graebner Synops. VI, 1 (1905), 805 und 791.

Filipendula Ulmaria (L.) Maxim. in Act. hort. Petrop. VI (1879), 251.
 Spiraea Ulmaria L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 490.
 Ulmaria pentapetala Gilib. Fl. Lithuan. V (1782), 236.

Filipendula hexapetala Gilib. Fl. Lithuan. II (1781), 237.
 Spiraea Filipendula L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 490.
 Ulmaria Filipendula Hill Hort. Kew. (1768), 214.

Die beiden Linnéschen Spiraea-Arten ulmaria und filipendula gehören nach der übereinstimmenden Auffassung der neueren Systematiker nicht zu diesem Genus. Als Gattungsnamen kommen für sie in Betracht: Filipendula Tourn. 1700 und Ulmaria Tourn. 1700. Wir haben mit Ascherson und Graebner (Synops. VI, 436 [1902]), im Gegensatz zu Focke in Engler und Prantl's Natürl. Pflanzenfamilien, dem ersteren Namen den Vorzug gegeben, da er schon 1737 von Linné und 1763 von Adanson wieder aufgenommen worden ist, Ulmaria dagegen erst 1768 von Hill, 1782 von Gilibert und 1794 von Mönch.

Alchimilla eualpina A. u. G. Syn. VI 1 (1902), 388.
 Alchimilla alpina Schinz u. Keller Fl. der Schweiz ed. 1 (1900), 283 non L.

Alchimilla alpina L. umfasst die drei von A. u. G. ihr als Unterarten subordinierten A. eualpina A. u. G., A. Hoppeana (Rchb.) A. u. G. [nicht Buser wie in unserer Flora steht] und A. anisiaca Wettstein (in der Schweiz fehlend).

Rosa pendulina L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 492.
 Rosa cinnamomea L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 491.
 Rosa alpina L. Spec. pl. ed. 2 (1762), 703.

Die Gründe, die den vorzüglichen Rosenkenner und Mitherausgeber der Flora der Schweiz, Prof. Dr. Rob. Keller, veranlasst haben, entgegen den strengen Nomenklaturregeln unter Umgehung der Bezeichnung cinnamomea dem Namen pendulina den Vorzug zu geben, hat derselbe in Ascherson und Graebner Synopsis VI_{1}, 299 auseinandergesetzt und wir verweisen auf jene Stelle.

Melilotus indicus (L.) All. Fl. Pedemont. I (1785), 308.
 Trifolium Melilotus indicus L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 765.
 Melilotus parviflora Desf. Fl. Atlant. II (1800), 192.

Dorycnium germanicum (Gremli) Rouy Fl. de Fr. V (1899), 139.
 Dorycnium Jordani Loret et Barrandon ssp. germanicum Gremli Neue Beitr. V (1890), 72.
 Dorycnium suffruticosum auct. germ. et helv. non Villars.

Radiola linoides Roth Tent. Fl. Germ. I (1788), 71.
Linum Radiola L. Spec. pl. ed. I (1753), 281.
Radiola multiflora (Lam.) Aschers. Fl. Prov. Brndenb. ed. 1 (1864), 106.
Linum multiflorum Lam. Fl. Fr. III (1778), 70
ist ein unnötiges Synonym zu L. Radiola L. und fällt daher ausser Betracht.
Acer opalus Mill. Gard. Dict. ed. 8 (1768), n. 8.
Acer italum Lauth de Acere (1781), n. 8.
Acer opulifolium Vill. Hist. Pl. Dauph. III (1789), 802.
Hypericum acutum Mönch Meth. (1794), 128.
Hypericum tetrapterum Fries Novit. VI (1823), 94.
Fumana procumbens (Dunal) Gren. u. Godr. Fl. de France I (1848), 173.
Helianthemum procumbens Dunal in DC. Prodr. I (184), 240.
Cistus Fumana L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 525.
Helianthemum marifolium (L.) Mill. Gard. Dict. ed. 8 (1768, n. 24.
Cistus marifolius L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 526.
Cistus canus Jacq. Fl. austr. III (1775), 42 non L.
Helianthemum canum Dunal in DC. Prodr. I (1824), 277 ecl. syn. L.
Cistus canus L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 525 = eine mditerrane Pflanze und durchaus verschieden von der unserigen
Helianthemum apenninum (L.) Lam. et DC. Fl. franç. IV (185), 824.
Cistus apenninus L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 529.
Helianthemum polifolium Pers. syn. II (1807), 80.
Helianthemum chamaecistus Mill. Gard. Dict. ed. 8 (1768), n.
Cistus Helianthemum L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 528.
Helianthemum vulgare Gärtn. Fruct. et sem. I (1788), 31.
Viola sepincola Jord. Observ. VII (1849), 8.
Viola Beraudii Bor. Fl. Centr. Fr. ed. 3, II (1857), 76.
Viola austriaca Kern. in Ber. nat. Verh. Innsbr. III (18?), 71.
Vergl. W. Becker in Kneuckers Allg. bot. Zeitschr. IX (190., 114.
Viola pyrenaica Ram. ex. DC. Fl. franç. IV (1805), 803.
Viola sciaphila Koch Syn. Fl. Germ. ed. 2, I (1843), 90.
Viola silvestris Lam. Fl. Fr. II (1778), 680 pr. p. et Rchb. Icongr. I (1823), 80.
Viola silvatica Fries ex Hartm. f. in Bot. Notiser (1841), 1.
Epilobium decurrens Spreng. Hort. Hal. (1812) ex Rchb. Icon. It. II (1824), 89 (wird hier irrig zu E. obscurum (Schreb.) Roth gezogen).
Epilobium adnatum Griseb. in Bot. Zeitung X (1852), 851.
Epilobium tetragonum L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 348 ist eine die Arten Lamyi, adnatum und obscurum umfassende Sammelart.

Wie wir leider erst nachträglich bemerken, ist „Epilobium decurrens Spreng. Fort. Hal. 1812" sehr wahrscheinlich ein blosser Herbar- (höchstens Katalog-) name ohne Beschreibung; in diesem Fall müsste der Art der allgemein gebräuchliche Name E. adnatum Griseb. belassen werden.

Epilobium alpestre (Jacq.) Krock. Fl. Sil. I (1787), 605.

Epilobium montanum var. alpestre Jacq. Enum. Vind. 64 et Observ. annexae (1762), 239.

Epilobium alpestre Hoppe Exs. Cent. I (1799).

Epilobium trigonum Schrank Baier. Fl. I (1789), 644.

Epilobium alpestre Schmidt Fl. böm. IV (1794), 81 und auch in Murith Guide bot. Val. (1810), 66 = E. alsinefolium Vill. (1779), hat also mit unserer Art nichts zu tun.

Haussknecht, in seiner vortrefflichen Monographie der Gattung Epilobium (1884), 151, ist der Ansicht, dass die Art trigonum zu benennen sei, da Krocker wohl der Autor von E. alpestre Jacquini aber nicht kurzweg von E. alpestre sei. Wir sind hier abweichender Meinung und fassen die Schreibweise Krockers: E. alpestre Jacquini als identisch mit der heute gebräuchlichen Zitation E. alpestre (Jacq.) auf und sehen daher die Notwendigkeit nicht ein, auf den Namen trigonum greifen zu müssen.

Torilis arvensis (Huds.) Link Enum. Hort. Berol. I (1821), 265.

Caucalis arvensis Huds. Fl. Angl. (1762), 98.

Scandix infesta L. Syst. ed. XII (1767), 732.

Caucalis helvetica Jacq. Hort. Vindob. III (1776), 12 t. 16.

Torilis infesta Spreng. Pl. Umb. Prodr. (1813), 24.

Torilis helvetica C. C. Gmel. Fl. bad. I (1805), 617.

Sium erectum Huds. Fl. Angl. (1762), 103.

Sium angustifolium L. Spec. pl. ed. 2, II (1763), 1672.

Foeniculum vulgare Mill. Gard. Dict. ed. 8 (1768), n. 1.

Anethum Foeniculum L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 263.

Foeniculum capillaceum Gilib. Fl. Lituan. II (1781), 40.

Foeniculum officinale All. Fl. Pedem. II. (1785), 25.

Silaus flavescens Bernh. Syst. Verz. Pflanz. Erfurt (1800), 174.

Peucedanum Silaus L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 246.

Seseli selinoides Jacq. Enum. (1762), 51.

Seseli pratense Crantz Stirp. Austr. III (1767), 96.

Silaus pratensis Besser ap. Spreng. in Schult. Syst. VI (1820), XXXVI.

Silaus selinoides Halácsy in A. Kern. Sched. Fl. Austro-Hung. IV (1886), 37; Simonk. Enum. Fl. Transsilv. (1886), 261.

Seseli selinoides Jacq. und Seseli pratense Crantz sind totgeborene Namen und finden daher keine Berücksichtigung.

Levisticum officinale Koch Umb. in Act. Leop. Carol. XII, 1 (1824), 101.
Ligusticum Levisticum L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 250.
Angelica Levisticum All. Fl. Pedem. II (1785), 10.
Angelica paludapifolia Lam. Fl. franç. III (1778), 451.
Levisticum paludapifolium Rchb. Icon. Fl. Germ. XXI (1867), 50.
Lamarcks Bezeichnung ist totgeboren und fällt daher ausser Betracht.

Monotropa hypopitys L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 387 umfasst die beiden Spielarten glabra Bernh. und hirsuta Roth.

Loiseleuria procumbens Desv. in Journ. bot. III, 1 (1813), 35 hatte von Linné (Spec. pl. ed. 1 [1753]), 151) den Namen Azalea procumbens erhalten, diese Art ist aber in der Folge aus der Gattung Azalea ausgeschieden und von Desvaux dafür die Gattung Loiseleuria geschaffen worden. Spätere, ausser Berücksichtigung fallende Benennungen sind:
Chamaeledon procumbens Link Enum. hort. Berol. I (1821), 210.
Chamaecistus serpyllifolius S. F. Gray Nat. Arrang. brit. pl. II (1821), 401.

Erythraea pulchella (Sw.) Fries Novit. II (1817), 30.
Gentiana pulchella Sw. in Vet. Acad. Handl. (1783), 84.
Gentiana ramosissima Vill. Fl. Delph. (1785), 23.
Erythraea ramosissima Pers. Syn. I (1805), 283.

Cynoglossum montanum L. Amoen. III (1756), 402.
Cynoglossum germanicum Jacq. Observ. II (1767), 31.

Myosotis lingulata Lehm. Asperif. I (1818), 110.
Myosotis caespitosa K. F. Schultz Fl. Starg. Suppl. (1819), 11.

Myosotis collina (Hoffm.) Rchb. in Sturm Deutschl. Fl. XI. (1825), 42.
? M. scorpioides collina Ehrh. Herb. exsicc. n. 51 und Beitr. V (1790), 177 (blosser Name): das Exsiccatum gehört nach einigen Autoren zu M. collina (hispida), nach anderen zu M. versicolor.
M. [arvensis] collina Hoffm. Deutschl. Fl. (1791), 61 (ausschliesslich des Ehrhartschen Synonyms).
M. hispida Schlechtd. in Gesellsch. Naturf. Fr. Berl. Mag. VIII (1814), 230; Rchb. Deutschl. Fl. XVIII (1858), 85.
Die Art könnte auch schlechtweg als M. collina Hoffm. bezeichnet werden, da der Autor sie nicht als Varietät, wie manche Floristen angeben, sondern als Spezies (allerdings zweiten Ranges) hinter M. arvensis [= intermedia Lk.] aufführt.

Myosotis arenaria Schrad. ap. K. F. Schultz Prodr. Fl. Starg. Suppl. I (1819), 12.
Myosotis stricta Link ex Roem. u. Schult. Syst. IV (1819), 104.
Garcke gibt dem Schraderschen Namen die Jahreszahl 1818 und

zieht ihn dementsprechend der Linkschen Bezeichnung vor; wir sind ihm darin gefolgt, obgleich wir eine Publikation der M. arenaria Schrad. vom Jahre 1818 nicht finden können.

Linaria monspessulana (L.) Mill. Gard. Dict. ed. 8 (1768) n. 9.

Antirrhinum monspessulanum L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 616.

A. repens L. l. c. 614.

Linaria repens Mill. l. c. n. 6.

Antirrhinum striatum Lam. Fl. franç. II (1778), 342.

Linaria striata DC. Fl. franç. ed. 3 III (1805), 586.

Die meisten neueren Autoren verwenden den Namen L. striata (Lam.) DC., weil Lamarck als erster die zwei auf die gleiche Art bezüglichen Linnéschen Namen — zu einem dritten — vereinigt hat. Nach den heute gültigen Nomenklaturregeln ist jedoch im Falle einer solchen Zusammenziehung die Aufstellung eines neuen Namens nicht statthaft, sondern es muss der eine der beiden schon vorhandenen Namen (in erweitertem Sinne) verwendet werden. Wir haben uns mit Fiori und Paoletti für L. monspessulana (L.) Mill. entschieden, während z. B. der Index Kewensis — wohl nach dem Prinzip der Raumpriorität — L. repens als gültigen Namen verwendet.

Veronica urticifolia Jacq. Fl. Austr. I (1773), 37 t. 59; L. fil. Suppl. (1781), 83.

V. latifolia L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 13 nach den meisten Synonymen, Scop. Fl. Carn. ed. 2 I (1772), 13, nicht L. herb. und nicht Koch noch Boiss.

Von den von Linné l. c. unter V. latifolia angeführten Synonymen beziehen sich sicher auf V. urticifolia: Ver. foliis oppositis plicatis dentatis etc. Hort. Cliff. p. 8 n. 6 [hier werden folgende Synonyme genannt: V. maxima latifolia, seu folio Quercus Moris. hist. 2 p. 322 s. 3 t. 23 f. 18 (sehr kenntliche Abbildung!); Boerh. lugdb. 1 p. 225; V. maxima Dalech. hist. 1165 cum. ic.; Chamaedrys spuria major latifolia Bauh. pin. 248]; Roy. lugdb. 303; Chamaedrys spuria major latifolia Bauh. pin. 248; etwas zweifelhaft ist dagegen die Zugehörigkeit der Ver. pratensis omnium maxima Buxb. cent. 1 p. 23 t. 34! aus Bithynien.

Gleichwohl ist der Name V. latifolia für unsere Art nicht wohl anwendbar, da einerseits das Linnésche Herbarexemplar nicht hieher gehört und anderseits der Name V. latifolia von verschiedenen Autoren in drei verschiedenen Bedeutungen verwendet worden ist.

1. V. latifolia L. herb.; Boiss. Fl. Or. IV (1879), 449 (nicht L. Spec. und nicht Koch) = V. pseudo-Chamaedrys Jacq. Fl. Austr. I (1773), 37 tab. 60 = V. Teucrium L. Spec. pl. ed. 2 I (1762), 16 var. major (Schrad.) Rchb. Deutschl. Fl. XX (1862), 65 (V. latifolia var. major Schrad. Fl. Germ. I (1806), 35);

2. V. latifolia L. Spec. pl. l. c. nach den Synonymen; Scop. Fl. Carn. ed. 2 I (1772), 13; Lam. Fl. franç. II (1778), 441 (nicht Koch und nicht Boiss.) = V. urticifolia Jacq. l. c.; L. fil. l. c.; DC. Fl. franç. ed. 3 III (1805), 459; Gaud. Fl. Helv. I (1828), 15; Sturm Deutschl. Fl. XIV (1833), 58; Koch Syn. ed. 1 (1837), 525, ed. 2 I (1843), 619, etc.;
3. V. latifolia Schrad. Fl. Germ. I (1806), 33; Sturm Deutschl. Fl. XIV (1833), 58; Koch Syn. ed. 1 (1837), 526, ed. 2 I (1843), 621; Aschers. Fl. Brandenb. (1864), 481 (nicht L. herb. und nicht L. Spec.); V. Teucrium u. latifolia Rchb. Fl. Germ. exc. (1830–2), 368 = V. Teucrium L. Spec. pl. ed. 2 I (1762), 16; Lam. Fl. franç. II (1778), 442; DC. Fl. franç. ed. 3 III (1805), 460; Gaud. Fl. Helv. I (1828), 21; Rchb. Deutschl. Fl. XX (1862), 65. etc.

In Berücksichtigung dieser Unsicherheit in der Deutung des Linnéschen Namens V. latifolia haben wir mit Garcke, Fiori e Paoletti u. a. die Bezeichnung V. urticifolia Jacq. vorgezogen (indessen kommt auch die Kombination V. latifolia (L.) Scop. in Frage).

Veronica didyma Ten. Prodr. Fl. Nap. (1811), VI.
V. polita Fr. Novit. Suec. ed. 1 IV (1819), 63!

Manche deutsche Autoren (so Reichenbach, Garcke) verwerfen den Namen V. didyma Ten. mit der irrigen Begründung, dass Tenore unter dieser Bezeichnung ausser V. polita Fr. noch eine zweite Art, nach den einen V. agrestis L., nach den anderen V. opaca Fr., verstanden habe; tatsächlich fehlen aber diese zwei Arten der Flora von Neapel, und da dort aus dieser Artengruppe ausser V. didyma (polita) nur V. Tournefortii Gmel. vorkommt, die Tenore selbst fast gleichzeitig (Fl. Nap. I, 1811—15) unter dem Namen V. Buxbaumii unterschieden und beschrieben hat, so ist nicht einzusehen, welche zweite Art unter dem Namen V. didyma inbegriffen sein sollte. Vielmehr verhält sich die Sache gerade umgekehrt: in seinem „Prodromus" führt Tenore nämlich neben seiner V. didyma noch eine V. agrestis „L." auf, welche beide Namen nach der Angabe des Vorkommens sich nur auf V. polita Fr. beziehen können. Ver. didyma bezeichnet also zur Zeit ihrer ersten Aufstellung nur einen Teil von V. polita Fr. — später [Sylloge, 1830] hat der Autor selbst den Umfang seiner Spezies vergrössert — und mit Rücksicht auf diese Tatsache könnte die Verwendbarkeit der Tenoreschen Namen vielleicht bestritten werden; doch sind wir der Meinung, dass Fries, als er 1819 den Begriff der Tenoreschen Spezies weiter fasste, nicht berechtigt war, einen neuen Namen aufzustellen, sondern die Bezeichnung V. didyma Ten. in verbesserter Umgrenzung hätte beibehalten sollen.

Valerianella dentata Pollich Hist. Pl. Palat. I (1776), 30.
? Valeriana locusta δ. dentata L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 34.
Fedia Morisonii Spreng. Pugill. I (1813), 14.
Valerianella Morisonii DC. Prodr. IV (1830), 627.

V. dentata Poll. ist, unbekümmert darum, ob die Linnésche Varietät hieher gehört oder nicht, auf jeden Fall der älteste spezifische Name für unsere Art.

Valerianella eriocarpa Desv. in Journ. Bot. II (1809), 314.
Fedia rugulosa Spreng. Pugill. II (1815), 2.
Valerianella campanulata Bivona Stirp. Rar. Sicil. Manip. IV (1813—15), 18.
Valeriana incrassata Bory u. Chaub. Nouv. Fl. Pélop. (1838), 2.
Valerianella incrassata Nyman Syll. (1854—55), 62.

Knautia Godeti Reut. in Cat. gr. jard. bot. Genève (1857), 4 ist, wie bereits in der Flora bemerkt wurde, verschieden von der in unserem Gebiete vorläufig noch nicht nachgewiesenen K. longifolia Koch Syn. Fl. german. et helv. ed. 1 (1837), 343.

Phyteuma corniculatum Clairv. Man. herb. (1811), 63, emend. Gaud. Fl. Helv. II (1829), 177; R. Schulz Monogr. Phyt. (1904), 135.
Phyteuma Scheuchzeri All. Fl. Pedem. I (1785), 116, emend. A. DC. Monogr. Camp. (1830), 190; Schinz u. Keller Fl. d. Schweiz ed. 1 (1900), 506.

R. Schulz verwendet in seiner monographischen Bearbeitung der Gattung Phyteuma für diese Art den Namen Ph. corniculatum, der zuerst von Gaudin (1829) in dem auch von R. Schulz akzeptierten, gegenüber de Clairville etwas erweiterten Sinne auf sie angewendet worden ist, während die verbesserte Umgrenzung des Namens Ph. Scheuchzeri All. durch Alph. de Candolle vom Jahre 1830 datiert; den Allionischen Namen verwendet R. Schulz (l. c. 139) in dem ursprünglichen engern Sinne seines Autors für eine das westliche Areal der Gesamtart einnehmende Subspecies, die er als Ph. corniculatum Gaud. ssp. Scheuchzeri (All.) Gaud. l. c. 177 bezeichnet. Dieses Vorgehen ist jedoch nach den heute gültigen Nomenklaturregeln unstatthaft; es muss im Falle solcher Zusammenziehungen für die Gesamtart der älteste für irgend einen Teil derselben aufgestellte Namen (in diesem Fall Ph. Scheuchzeri All.) in erweitertem Sinne zur Anwendung kommen.

Phyteuma pedemontanum R. Schulz Monogr. Bearbeitung der Gattung Phyteuma (1904), 163.
Phyteuma pauciflorum L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 170 zum Teil.

Campanula cochleariifolia Lam. Encycl. I (1783), 578 non Vahl (1790).
Campanula Bellardi All. Fl. Ped. I (1785), 108.

Campanula caespitosa All. l. c. 109, non Scop.

Campanula pusilla Hänke in Jacq. Collect. II (1788). 79.

Betreffend die Nomenklatur dieser Art verweisen wir auf die Ausführungen von H. Feer in Journ. de Botanique IV (1890), 373.

Adenostyles alliariae (Gouan) Kerner in Oesterr. bot. Zeit. XXI (1871). 12.

Cacalia Alliariae Gouan Illustr. (1773), 65.

Cacalia tomentosa Jacq. Fl. austr. III (1775), 20.

Cacalia albifrons L. f. Suppl. (1781), 353.

Adenostyles albida Cass. in Bull. Soc. Philom. (1816) und in Dict. Sc. Nat. I Suppl. (1816), 60.

Adenostyles albifrons Rchb. Fl. Germ. excurs. (1830/32), 278.

Erigeron atticus Vill. Hist. des pl. Dauph. III (1789), 237.

Erigeron Villarsii Bell. App. ad. Fl. Ped. (1792), 38.

Dass die Pflanze in Attika (Griechenland) nicht vorkommt, hindert nach den heute gültigen Nomenklaturregeln die Annahme des Villarsschen Namens nicht.

Inula squarrosa (L.) Bernh. ex DC. Prodr. V (1836), 164 non L.

Conyza squarrosa L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 861.

Conyza vulgaris Lam. Fl. franç. II (1778), 73.

Inula vulgaris (Lam.) Beck in Denkschr. d. math. naturw. Klasse d. k. Akad. Wien XLIV (1882), 329.

Die Pflanze ist Inula squarrosa (L.) Bernh. zu benennen trotz des ältern Homonyms I. squarrosa L. Spec. pl. ed. 2 (1763), 1240, da der Speziesname squarrosa von 1753 aus Prioritätsgründen den Vorzug verdient. Zudem hat glücklicherweise die Annahme des Bernhardischen Namens keine weitern Änderungen im Gefolge, da Inula squarrosa L. (1763) nach der Auffassung sämtlicher neuern Autoren mit I. spiraeifolia L. Syst. ed. X, 2 (1759), 1219, Spec. plant. ed. 2 (1763), 1238 zu einer und derselben Art gehört, die viele Autoren (Koch, Nyman, Rouy und Foucaud etc.) als squarrosa L. bezeichnen, wozu sie I. spiraeifolia L. als var. ziehen; man braucht nun einfach, wie dies auch Fiori und Paoletti getan haben, den Namen spiraeifolia zum Artnamen zu erheben und I. squarrosa zur Varietät zu degradieren, was schon deswegen das Richtigste ist, weil ja der Name spiraeifolia die Priorität hat.

Matricaria discoidea DC. Prodr. VI (1837), 50.

Santolina suaveolens Pursh Fl. Am. Sept. II (1814), 520.

Tanacetum suaveolens Hook. Fl. Bor. Am. I (1833), 327.

Cotula matricarioides Bong. Veg. Ins. Sitcha (1833), 29.

Lepidotheca suaveolens Nutt. in Am. Phil. Trans. VII (1841), 454.

Chryanthemum suaveolens (Pursh) Ascherson Fl. Brandenb. ed. 1 (1864), 332.

Chamomilla discoidea Gay et A. Br. in Bot. Zeit. (1852), 650.
Matricaria suaveolens „Koch" Schinz u. Keller, 1. Aufl. (1900), 531 non L. nec. Koch.

Matricaria suaveolens L. Fl. Suec. ed. 2 (1755), 297 und Spec. pl. ed. 2 (1763), 1256 ist eine kleinköpfige Form von M. chamomilla L.; M. suaveolens Koch Syn. ed. 2, 440 und 1070 (1846) ist = Anthemis lithuanica Bess. (von A. Cotula L. nicht spezifisch verschieden). Da der Name Matricaria suaveolens L. keine selbständige Art bezeichnet und folglich aus der Reihe der Speziesnamen verschwinden muss, so kommt für M. discoidea DC. eventuell doch die Kombination M. suaveolens (Pursh) Schinz u. Keller l. c. (ausschliesslich des Autornamens Koch) in Frage.

Aronicum doronicum (Jacq.) Rchb. Fl. Germ. Excurs (1830/32), 233.
Arnica Doronicum Jacq. Fl. Austr. I (1773), 57.
Arnica Clusii All. Fl. Pedem. I (1785), 205.
Doronicum Clusii Tausch in Flora XI (1825), 178.
Aronicum Clusii Koch Syn. ed. 1 (1837), 382.
Doronicum hirsutum Lam. Encycl. II (1785), 313.

Senecio alpinus (L.) Scop. Fl. Carn. ed. 2, II (1772), 164.
Cineraria alpina L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 880.
Cineraria cordifolia Jacq. Fl. Austr. II (1774), 47.
Senecio cordifolius Clairv. Man. herb. (1811), 241 non L. f. (1781).
Senecio cordatus Koch in Flora XVII (1834), 613.

Senecio rupester W. u. K. Pl. rar. Hung. II (1805), 136.
Senecio nebrodensis DC. Prodr. VI (1837), 350 non L.!

Arctium L. Gen. pl. ed. 5 (1754), 357.
Lappa Tourn. Inst. (1700), 450; Rupp. Fl. Jen. ed. Hall. (1745), 189.

Arctium Lappa L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 816.
Lappa officinalis All. Fl. Pedem. I (1785), 145.
Lappa major Gärtn. de fruct. II (1791), 379.
Arctium majus Bernh. Verz. Pfl. Erf. (1800), 154.

Arctium minus (Hill) Bernh. Verz. Pfl. Erf. (1800), 154.
Lappa minor Hill Veg. Syst. IV (1772), 28.
Lappa glabra Lam. Fl. franç. II (1778), 37.

Cirsium tuberosum (L.) All. Fl. Pedem. I (1785), 151.
Carduus tuberosus L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 824.
Cirsium bulbosum DC. Fl. franç. IV (1805), 118.

Centaurea leucolepis DC. Prodr. VI (1837), 568.
Centaurea alba auct. non L.

Die Linnésche Centaurea alba ist eine auf der Pyrenäenhalbinsel verbreitete, von unserer Pflanze durchaus verschiedene Art. Vergl.

übrigens Hayek in Verh. d. zool. bot. Ges. LI (1901), 10 und in Denkschr. d. math. naturw. Klasse k. Akad. Wien LXXII (1901), 107.

Centaurea dubia Suter Fl. Helv. II (1802), 202.

Centaurea transalpina Schleich. Cat. plant. in Helv. nasc. ed. 2 (1807), 10 [nom. nud.] et in Reichenb. Fl. Germ. exc. (1832), 214.

Centaurea nemoralis Jord. Pugill. plant. nov. (1852), 104.

Centaurea nigra L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 911 pr. p.

Die echte C. nigra L. (im engern Sinn) kommt in der Schweiz nicht vor.

Centaurea cirrhata Rchb. Fl. Germ. exc. (1832), 214.

Centaurea rhaetica Moritzi Die Pfl. Graub. (1838), 81.

Centaurea plumosa (Lam.) Kern. in Österr. bot. Zeitschr. XX (1870), 44.

Jacea plumosa Lam. Fl. franç. II (1778), 71.

Centaurea phrygia L. Spec. pl. ed. 1 (1753), 910 pr. p.

Centaurea nervosa Willd. Enum. pl. hort. reg. bot. Berol. (1809), 925.

Centaurea elatior (Gaud.) Hayek in Denkschr. d. math. naturw. Klasse d. k. Akad. Wien LXXII (1901), 737.

Centaurea phrygia L. var. elatior Gaud. Fl. helv. V (1829), 393.

Centaurea pseudophrygia C. A. Mey. in Rupr. Beitr. zur Pflanzenkenntn. d. russisch. Reich. IV (1842), 82.

Centaurea variegata Lam. Encycl. I (1783), 668.

Centaurea axillaris Willd. Spec. pl. III (1800), 2290.

Centaurea polycephala Jord. Observ. pl. crit. V (1847), 67.

Centaurea paniculata L. Spec. pl. ed. 2 (1763), 1289 pr. p.

Leontodon hirtus L. Syst. ed. 10 (1758/59), 1194.

Hyoseris taraxacoides Vill. Prosp. (1779), 33.

Rhagadiolus taraxacoides All. Fl. Pedem. I (1785), 227.

Thrincia hirta Roth Catalect. fasc. I (1797), 98.

Leontodon taraxacoides Mérat in Ann. Sc. nat. sér. 1, XXII (1831), 108.

Tragopogon dubius Scop. Fl. Carn. ed. 2, II (1772), 95.

Tragopogon major Jacq. Fl. Austr. I (1773), 19.

Willemetia stipitata (Jacq.) Cass. in Dict. Sc. Nat. XLVIII (1827), 428.

Hieracium stipitatum Jacq. Fl. Austr. III (1775), 51.

Crepis apargioides Willd. Spec. pl. III (1800), 1594.

Willemetia hieracioides Monn. Ess. Hierac. (1829), 80.

Taraxacum erectum (Mey.) Schrank. Baier. Fl. II (1789), 314.

Leontodon erectus Mey. Arb. eintr. Freunde I. J. 3, 69 und Abb. nach Schrank l. c.

L. nigricans Kit. in Schult. Oest. Fl. ed. 2 (1814), 405.

L. alpinus Hoppe in Sturm Deutschl. Fl. XI (1825), Heft 41.

Taraxacum nigricans Rchb. Fl. Germ. Exc. (1830/32), 270.

T. officinale var. alpinum Koch Syn. ed. 2 II, 1 (1844), 492.
T. alpinum C. Koch in Linnaea XXIII (1850), 676.

Crepis conyzifolia (Gouan) Dalla Torre Atlas Alpenflora (1884), 145.
Hieracium conyzaefolium Gouan Illustr. (1773), 59.
Hieracium conyzoideum Lam. Fl. franç. II (1778), 97.
Hieracium grandiflorum All. Fl. Pedem. I (1785), 217.
Crepis grandiflora Tausch in Flora XI (1828), 80.

Crepis mollis (Jacq.) Aschers. Fl. Brandenb. 1. Aufl. (1864), 385.
Hieracium molle Jacq. Fl. Austr. II (1774), 12.
Hieracium succisaefolium All. Fl. Pedem. I (1785), 215.
Crepis succisaefolia Tausch in Flora IX (1828), 79.
Crepis succisaefolia Tausch var. mollis Koch Syn. ed. 1 (1837), 441.

* * *

Mit der Durchsicht des Textes und der Über- und Umarbeitung verschiedener Genera und Arten, zwecks Herausgabe einer französischen Ausgabe der *Flora der Schweiz von Schinz und Keller* beschäftigt, haben wir nun auch die durch die Beschlüsse des Wienerkongresses (1905) notwendig gewordene Nomenklaturrevision vorgenommen und wir werden diese Revisionsresultate sofort nach erfolgter Drucklegung der vorliegenden Begründungen publizieren. Die Zahl der neuerdings notwendig gewordenen Namensänderungen ist grösser als wir uns ursprünglich, bei Abschluss der vor dem Wienerkongress publizierten zweiten Auflage der Flora vorgestellt haben; sie wird namentlich bedingt durch die Artikel 44, 49, 50 und 51 der Wiener Nomenklaturregeln. Diese Artikel, weil unbequem, nicht beachten, hiesse einfach die Beschlüsse des Kongresses zu illusorischen gestalten und dazu können wir, selbst auf die Gefahr hin, von nicht fachmännisch geschulten Rezensenten neuerdings getadelt zu werden, unmöglich Hand bieten. Ebenso unberührt lassen uns übrigens die zarten Andeutungen von „anatomischer“ und „physiologischer“ Seite, dass von diesem und jenem hervorragenden Botaniker eine „pedantische Handhabung des Prioritätsgesetzes“ als kleinlich empfunden werde oder empfunden worden sei. Entweder oder! entweder setzen wir uns über die Beschlüsse des Kongresses hinweg und lassen einem, angeblich von „höhern Gesichtspunkten“ getragenen, persönlichen Empfinden freien Lauf, oder wir unterziehen uns der Mehrheit und damit den Beschlüssen und verhelfen diesen mit Andern zur Durchführung. Wir haben uns für das Letztere entschlossen.

Notizen zur schweizerischen Kulturgeschichte.

Von

Ferdinand Rudio und Carl Schröter.

19. „Naturschutz“ in der Schweiz. *)

Auf Anregung ihres Präsidenten, des Herrn Dr. Fritz Sarasin in Basel, hat im vergangenen Juli (1906) bei ihrer Versammlung in St. Gallen die Schweizerische Naturforschende Gesellschaft eine „Kommission zur Erhaltung von Naturdenkmälern und prähistorischen Stätten“ gewählt. Präsident derselben ist Dr. Paul Sarasin in Basel, Mitglieder für Geologie die Herren Prof. Heim und Schardt. für Botanik Wilczek und Schröter, für Zoologie Prof. Zschokke und Dr. Fischer-Siegwart, für Prähistorie Dr. Heierli und P. Sarasin. Als juridischer Beirat steht ihr Dr. Christ in Basel zur Seite. Diese Kommission soll eine Zentralstelle für alle Naturschutzbestrebungen der Schweiz darstellen. Sie wird, wie schon gemeldet, in jedem Kanton durch Vermittlung der Kantonalen Naturforschenden Gesellschaften eine Subkommission ernennen, die sich mit andern, ähnliche Zwecke verfolgenden Vereinigungen ins Einvernehmen setzen wird (Tierschutzvereine, Pflanzenschutzvereine, Alpenklub, Verschönerungsvereine, Verkehrsvereine, historische Gesellschaften etc.). Auch die forstlichen Behörden sollen begrüsst werden, und mit den lokalen Museen, die ja oft genug Hüterinnen von Naturdenkmälern sind, wird Fühlung gesucht werden.

Der an der konstituierenden Sitzung in Bern anwesende Präsident der Schweizerischen Gesellschaft für Heimatschutz, Regierungsrat Albert Burckhardt in Basel, sprach der neuen Organisation die warme Sympathie der ältern Schwester aus und versprach, dass die „Heimatschützler“ alle in den Bereich der Naturdenkmäler fallenden Fragen der neuen Kommission überweisen werden. Die juridische Frage wurde von Prof. Heim beleuchtet, der darüber mit Prof. Eug. Huber konferiert hatte. Die Sache liegt hier so, dass über die im

*) Wir geben hier, mit einigen Zusätzen, ein Referat wieder, das zuerst am 2. November 1906 in der Neuen Zürcher Zeitung erschienen war. (Verfasst von C. S.)

eidgen. Jagd- und Fischereigesetz enthaltenen Schutzbestimmungen hinaus ohne eine Verfassungsrevision nur die Kantone legiferieren können. Es wurde beschlossen, eine Enquete in allen Kantonen über schon bestehende gesetzliche Bestimmungen zu veranstalten. Es besteht eine Konvention mit Bestimmungen gegen das Ausgraben und Feilhalten von Edelweiss, der die Kantone Nidwalden, Obwalden, Schwyz, Uri, Luzern, Bern, Innerrhoden, Freiburg, Wallis und, in einzelnen Teilen, Graubünden beigetreten sind. Der Kanton Wallis hat letztes Jahr eine ganz rigorose Vorschrift gegen das Ausgraben von Pflanzen überhaupt erlassen; unter Mitwirkung des Komitees der Schweizerischen Botanischen Gesellschaft wird gegenwärtig eine etwas mildere Redaktion dieses Gesetzes vorbereitet. Auch manche Gemeinden sind für sich vorgegangen: so hat Oensingen das Pflücken und Ausgraben der sehr bedrohten seltenen Iberis saxatilis auf der Ravellenfluh verboten, St. Antönien das Pflücken von Edelweiss. Der Kanton Neuenburg hat die erratischen Blöcke auf Staatsboden gesetzlich geschützt, der Kanton Waadt sogar sämtliche Blöcke als unverletzliche historische Denkmäler erklärt.

Nachdem also als Hauptaufgaben der Kommission für das kommende Jahr die Schaffung der Subkommissionen, die Anlegung von Verzeichnissen aller schon geschützten und noch zu schützenden Naturdenkmäler und die Sammlung der gesetzlichen Vorschriften bezeichnet waren, brachte eine darauf folgende freie Diskussion unter den aus allen Kantonen stammenden Anwesenden noch manche nützliche Anregung und manche interessante Mitteilung.*)

Als ein Hauptagitationsmittel im Interesse eines wirksamen Schutzes der Pflanzen- und Tierwelt wurde die Belehrung der Jugend durch Schule und Haus bezeichnet. Es soll dem jugendlichen Gemüt der Respekt vor der lebenden Natur eingeimpft werden, damit dem schonungslosen, massenweisen Abpflücken von Blumen Einhalt geboten werde; es soll der Gedanke wach gehalten werden, dass das lebende Geschöpf in seiner natürlichen Umgebung am schönsten wirkt, dass man eine Blume bewundern kann, auch ohne sie zu pflücken, und dass ein kleiner, gut zusammengestellter Strauss hundertmal schöner wirkt als ein durch Massenmord zusammengerafftes Monstre-Bouquet.

Sehr zu begrüssen ist in dieser Richtung das durch Regierungsrat Düring in Luzern angeregte Vorgehen, an den Lehrerversammlungen dieses Thema zur Diskussion zu stellen.

---

*) Vergleiche auch den inhaltreichen Vortrag von Rob. Glutz-Graff, eidg. Forstassistenten in Zürich: „Ueber Natur-Denkmäler, ihre Gefährdung und Erhaltung", Solothurn, Buchdruckerei Union. 1905. Ferner: Conwentz. Die Gefährdung der Naturdenkmäler und Vorschläge zu ihrer Erhaltung. Berlin 1904.

Als ein wünschenswertes Ziel der Naturschutzbestrebungen wurde ferner die Erstellung von „naturhistorischen Merkbüchern“ für jeden Kanton hingestellt. Bekanntlich ist man in dieser Richtung in Deutschland schon seit längerer Zeit unter Führung von Direktor Conwentz in Danzig mit grossem Erfolg vorgegangen. Es existieren für Preussen schon eine ganze Anzahl „forstbotanischer Merkbücher“, herausgegeben auf Veranlassung des Ministeriums für Landwirtschaft, Domänen und Forsten, in denen bezirksweise alle bemerkenswerten und erhaltungswürdigen Waldbilder, Waldbäume und Einzelbäume beschrieben und zum Teil abgebildet sind. In Westpreussen, Pommern, Posen und Westfalen sind Merkbücher erschienen, für Schlesien und die Rheinprovinz sind Vorarbeiten publiziert. In Bayern, in Baden und in Hessen sind schön ausgestattete Werke über die grössten, schönsten oder sonst merkwürdigen Bäume erschienen; in Belgien sind die merkwürdigsten Bäume inventarisiert. Eine prächtige Sammlung schöner Baumtypen enthalten die „Charakterbilder mitteleuropäischer Waldbäume“ von Prof. Klein in Karlsruhe.

Die Schweiz ist in dieser Richtung bahnbrechend vorgegangen durch das prächtige „schweizerische Baumalbum“, das in 25 Blättern grossen Formats und schönster Ausführung unsere Baumgestalten abbildet. Einer der hier dargestellten Bäume, die berühmte grösste Eibe der Schweiz auf dem Gerstler bei Burgdorf, wurde seinerzeit von den Herren P. und F. Sarasin gekauft und der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft geschenkt. Der Veranstalter des Unternehmens, Oberforstinspektor Dr. Coaz, teilte an der Sitzung in Bern mit, dass eine Fortsetzung dieses Prachtwerkes in Vorbereitung sei; daneben soll eine billigere Ausgabe in kleinerem Format erscheinen. Auch bei den umfassenden Erhebungen über die Verbreitung der wildwachsenden Holzarten der Schweiz, welche im Auftrag des Departements des Innern unter Leitung von Dr. Coaz und des botanischen Museums des Polytechnikums im Gange sind, werden besonders interessante Bäume und Waldbilder notiert und deren Erhaltung angestrebt. Neuerdings hat Henri Correvon ein reizendes, enthusiastisch geschriebenes und reich illustriertes Buch über „Nos arbres“ herausgegeben. Die schweizerische Zeitschrift für Forstwesen lässt auf Anregung ihres rührigen Redakteurs Dr. Fankhauser öfters Bilder und Beschreibungen schöner Bäume erscheinen, die später gesammelt werden sollen. Prof. Felber bespricht in einem vor kurzem bei Huber in Frauenfeld erschienenen reich illustrierten Bande „Natur und Kunst im Walde“. Die Direktion des Innern in Baselland hat dem Kantonsforstamt den Auftrag gegeben, das Material zu sammeln für die Publikation eines forstbotanischen Merkbuches. Ebenso

im Kanton Solothurn. Im Kanton Waadt hat der Forstverein die Sache an die Hand genommen. Und an der heurigen schweizerischen Forstversammlung in Lausanne wurde eine Motion der Herren Badoux und Glutz betreffend „Schaffung von Urwald-Reserven" sympathisch aufgenommen und dem Komitee zur Begutachtung überwiesen.

Es wird in dem Begleitschreiben zu dieser Motion u. a. der Arvenwald von Tamangur im Scarltal im Unterengadin genannt. Dieses Tal überhaupt würde sich, so wurde in Bern vom Schreiber dieser Zeilen weiter ausgeführt, vortrefflich zu einem schweizerischen Nationalpark eignen, „wo keine Axt und kein Schuss erklingen dürfte": es hat reiche Arven-, Lärchen- und Fichtenwälder, wilde Legföhrenbestände, eine schöne Alpenflora und, wenn man ein Stück des anstossenden Ofengebietes dazu nähme, ausgedehnte Bestände der hochstämmigen Bergföhre, in denen noch der Bär haust. Es gäbe, wenn ein genügend grosses Stück eingehegt wäre, einen prächtigen Zufluchtsort für die letzten Reste mancher alpiner Tierform und würde sich vielleicht auch für Wiedereinbürgerung des Steinbocks eignen. Ein schönes Zukunftsbild tauchte da vor den Naturschutzmännern auf.

Beschlüsse wurden in dieser Sache noch keine gefasst, aber es wird wohl eine zukünftige Aufgabe der Kommission sein, die Mittel und Wege ausfindig zu machen, wie dieses schöne Ideal verwirklicht werden könne. Ohne ganz bedeutende finanzielle Opfer für die Ablösung der Nutzungsberechtigungen wird es da natürlich nicht abgehen. Wer macht den Beginn mit einer Stiftung als Anfang eines „Nationalpark-Fonds"?

Ausser den Wäldern verdienen aber noch andere Vegetationen Schutz vor Vernichtung. So namentlich die durch Abtorfung und Entwässerung bedrohten Torfmoore mit ihrer höchst eigenartigen Pflanzen- und Tierwelt. Die schweizerische botanische Gesellschaft hat schon Schritte eingeleitet zur Erhaltung des am Nordfuss des Pilatus gelegenen Hochmoors „Maienstoss" bei Eigental. Auch in Einsiedeln geht man mit dem Gedanken um, ein solches Refugium zu schaffen.

Eine Pflanzengesellschaft von höchstem Interesse ist die Walliser Felsensteppe mit ihren südlichen, der Trockenheit angepassten Formen. Sie ist durch die stete Ausdehnung des Weinbaus bedroht: die „Société Murithienne" im Wallis hat begonnen, sich ihrer anzunehmen. Die interessanten Vergesellschaftungen pontischer Florenelemente auf den Moränenhügeln des nördlichen Teils des Kantons Zürich verdienten ebenfalls durch Ankauf eines Terrains geschützt zu werden; dieser Aufgabe wird sich wohl die zürcherische botanische Gesellschaft annehmen. Mehr und mehr werden durch Uferbauten die natürlichen

Seeufer mit den eigenartigen Pflanzengesellschaften der „Grenzzone„ vernichtet; die Erhaltung solcher natürlicher Ufer liegt auch im Interesse des Landschaftsbildes.

An solchen Aufgaben des Pflanzenschutzes arbeitet schon seit Jahren die unter dem tätigen Präsidium von Henri Correvon stehende, 1883 gegründete „Association pour la protection des plantes“, die neuerdings in dem 1900 entstandenen deutschen „Verein zum Schutze und zur Pflege der Alpenpflanzen“ eine Nachfolgerin gefunden hat. Die „Association“ hat durch Wort und Schrift viel für die Idee des Schutzes von Alpenpflanzen getan; sie hat namentlich auch die Gründung der Alpengärten befördert, deren gegenwärtig schon 27 bestehen. Die schweizerischen werden seit längerer Zeit vom Bund unterstützt. In Schweden hat, einer Anregung von Conwentz folgend, die Akademie der Wissenschaften ein Komitee für Naturschutz gewählt. Dieses Komitee schlägt ebenfalls die Schaffung von „Nationalparken“ oder „Naturparken“ vor. „Diese Naturparke sollen eine möglichst vollständige Sammlung der schwedischen ursprünglichen Pflanzengesellschaften enthalten, und daneben auch solche durch den Menschen erzeugte, deren spätere Entwicklung der Untersuchung wert ist“. Sämtliche Hauptgruppen der schwedischen Pflanzenformationen sind in dem Vorschlage berücksichtigt worden: Buchenwälder, Eichen- und gemischte Laubwälder, Fichten- und Kiefernwälder, Eiben- und Wachholderbestände, subalpine Birkenbestände, alpine Pflanzenvereine, Torfmoore, Seen und Seeufer, Wiesen, Heiden, Dünen etc. sind durch je eine Anzahl vorgeschlagener Schutzgebiete vertreten. Zwei grössere Gebiete sind als „Nationalparke“ im eigentlichen Sinn vorgeschlagen; eines mit einem Flächeninhalt von 15 Quadratmeilen in Lappland, das andere am Oberlauf des Piteelfs; ausserdem die mit Kieferwald bewachsene Düneninsel Gotska Sandön. Auch Schutzgebiete für Vögel, für Säugetiere und für geologische Bildungen werden vorgeschlagen.*)

Vor kurzem ist in Preussen eine dem Unterrichtsministerium unterstellte „Staatliche Stelle für Naturdenkmalpflege in Preussen“ geschaffen und Prof. Conwentz als „Staatlicher Kommissär“ ernannt worden. Sie hat am 22. Oktober 1906 ihre „Grundsätze“ publiziert. Als Naturdenkmäler werden hier folgendermassen definiert: „Besonders charakteristische Gebilde der heimatlichen Natur, vornehmlich solche, welche sich noch an ihrer ursprünglichen Stätte befinden, seien es Teile der Landschaft oder Gestaltungen des Erdbodens oder Reste der Pflanzen- oder Tierwelt.“

---

*) Vergl. Andersson, Gunnar. Über die in Schweden in der letzten Zeit zum Schutze der Natur vorgenommenen Massregeln (Schwedisch!) Ymer 1905. Stockholm.

Sehr lehrreich ist die folgende Aufzählung von Beispielen zu schützender Naturdenkmäler in Preussen:

1. Teile der Landschaft. Die Schneegruben im Riesengebirge, das Bodetal im Harz, Heideflächen im Lüneburgischen, Hochmoor in Ostpreussen.
2. Gestaltungen des Erdbodens. Basaltfelsen mit säulenförmiger Absonderung im Rheinland, der Muschelkalk mit Gletscherschrammen bei Rüdersdorf, die Kreidesteilküste auf Rügen, des Waldboden der Braunkohlenzeit in der Lausitz, Endmoränen und erratische Blöcke im Flachland.
3. Reste der Pflanzenwelt. Die Salzflora bei Artern, die Steppenflora im Weichselgebiet, die Zwergbirkenbestände in der Lüneburger Heide und im Harz, der Buchenbestand bei Sadlowo, Ostpreussen, der Eibenbestand in der Tucheler Heide, die Mistel bei Segeberg in Schleswig-Holstein, die Wassernuss (Trapa) bei Saarbrücken.
4. Reste der Tierwelt. Marine und nordische Reliksformen in Binnengewässern, der Biber und andere schwindende Arten in Altwässern der Elbe, der Möwenbruch bei Rossitten, die Kormorankolonie in Westpreussen, der Lummenfels auf Helgoland.

Auch in Preussen wird an den Opfersinn der Bevölkerung appeliert: „Die Erhaltung von Naturdenkmälern selbst und die Beschaffung der dazu notwendigen Mittel bleibt Sache der Beteiligten. Fonds für derartige Zwecke stehen der staatlichen Stelle nicht zur Verfügung. (Siehe den Schluss dieses Artikels.)

Ferner existiert auch in der bayrischen Rheinpfalz eine „Kreiskommission für Naturpflege“ unter dem Präsidium von Prof. Lauterborn in Ludwigshafen, die als begutachtendes Organ über die Intakthaltung des Landschaftsbildes zu wachen hat und Vorschläge machen soll für zu erhaltende Naturobjekte.

Prof. Bachmann in Luzern machte darauf aufmerksam, wie erfolgreich die blumenmordende Gier der Touristen an der Rigi auf Unschädliches dadurch abgelenkt wurde, dass man jetzt dort massenhaft die schöne blaue Distel *(Eryngium alpinum)* in den Gärten kultiviert und zum Verkauf anbietet. Die Idee ist in der Tat sehr gut, dass man durch Massenanzucht schöner Alpenpflanzen im Gebirge selbst und durch Verkauf dieser kultivierten Exemplare die wilde Flora zu schützen trachtet. Das wäre namentlich für Fremdenzentren wie Zermatt sehr angebracht, wo nach Mitteilungen von Dr. Rikli die Alpenpflanzenverheerung durch Händler ganz erschreckende Dimen-

sionen angenommen hat. Geologischerseits wurde auf energischeren Schutz der erratischen Blöcke hingewiesen. Die vielerorts bestehenden Bestimmungen zu deren Erhaltung werden oft sehr lax gehandhabt.

Noch manche weitere Anregung fiel: es sollte bei Eisenbahnkonzessionen jeweilen vertraglich bestimmt werden, dass alle bei Erdarbeiten gefundenen naturhistorischen oder prähistorischen Objekte anzumelden und abzuliefern seien. Auf diese Weise wurden die Mammutfunde bei Niederweningen gemacht. Es wurde auf zu schützende Tiere hingewiesen: den Adler, der mehr und mehr verschwindet, und dessen Schaden doch nicht gross ist; das Hochwild, dessen Schutz in den Freibergen durch nachfolgenden Massenmord oft illusorisch gemacht wird etc. Als weiter zu schützende Pflanzen wurden *Gentiana lutea* und namentlich *Cyclamen* am Wallensee genannt, wo für Gärtner die Knollen sackweise gegraben werden, ebenso *Leucojum vernum* in manchen Gegenden (Born bei Olten). Es möge hier noch auf eine sehr gutgefasste Bestimmung des niederösterreichischen Landtages hingewiesen werden: „Hinsichtlich folgender Pflanzen: Kohlröschen (Männertreu), Frauenschuh, Aurikel, stengelloser Enzian und Ophrys-Arten ist das Ausheben und Ausreissen samt der Wurzeln und Knollen, sowie das Feilhalten bewurzelter oder mit Knollen versehener Pflanzen verboten. Eine Ausnahme bilden nur jene Fälle, wo es sich um wissenschaftliche Zwecke handelt; in diesem Falle muss jedoch die Bewilligung der Behörde eingeholt werden".

Man ging mit dem Bewusstsein auseinander, in einer guten Sache tätig zu sein. Mögen die Bestrebungen der „Naturschutzkommission" der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft in den weitesten Kreisen unserer Bevölkerung kräftige Unterstützung finden. Sie ist auf den edeln Opfersinn derselben angewiesen, denn finanzielle Mittel stehen ihr zunächst nicht zur Verfügung.

20. Nekrologe.

Die Naturforschende Gesellschaft hat im Jahre 1906 wieder den Verlust mehrerer Mitglieder zu beklagen, die ihr auf den verschiedensten Gebieten wertvolle Dienste geleistet haben und denen daher auch in den Annalen der Gesellschaft ein ehrenvolles Andenken gesichert ist. Wir erinnern hier insbesondere an Arnold Bodmer-Beder, an Wilhelm Ritter und an August Weilenmann.

Arnold Bodmer (1836—1906, Mitgl. d. Gesellsch. seit 1890, Mitgl. der Engeren Bibliothekskommission seit 1892).

In der Morgenstunde des letzten Maitages ist in einem Alter von beinahe 70 Jahren ein Mann aus dem Leben geschieden, der es wohl verdient, dass seiner in den öffentlichen Blättern ausführlicher gedacht wird.*) Arnold Bodmer von Riesbach, geboren 1836, war Urenkel des bekannten Freiheitshelden Bodmer von Stäfa. Er trat schon als dreizehnjähriger Knabe anno 1849 in das von seinem Grossvater im Jahre 1819 am Mühlebach gegründete Hafnereigeschäft „zum Weyer" ein und übernahm es 1861 in Verbindung mit seinen Verwandten Schoch-Bodmer und Walter Bodmer. In Wanderjahren und auf Reisen hatte der junge energische Mann seinen Blick für das Schöne geschärft und seinen klaren Verstand und praktischen Sinn in nützliche Bahnen geleitet, und er fand nun innerhalb beinahe dreier Jahrzehnte reiche Gelegenheit, seine besonderen Fähigkeiten in dem erworbenen Geschäfte mit Erfolg zu betätigen und es zusammen mit seinen Partnern zu hoher Blüte zu bringen. Bodmer war daneben auch in gemeinnütziger Weise vielfach tätig und hat z. B. als Gemeindegutsverwalter der Bürgergemeinde Riesbach lange Jahre die uneigennützigsten Dienste geleistet. 1888 trat er aus Gesundheitsrücksichten als zweiundfünfzigjähriger Mann aus seinem Geschäfte zurück.

Mit wahrem Feuereifer benutzte er die nun erlangte Musse dazu, sich in die Wissensgebiete der Mineralogie, Petrographie und Geologie hineinzuarbeiten, denen er sich schon in seiner Jugend so gerne hingegeben hätte. Während einer Reihe von Semestern besuchte er an den hiesigen Hochschulen die sämtlichen Vorlesungen und Übungen in diesen Fächern und machte teils zusammen mit den übrigen Studierenden, teils für sich allein oder in Gesellschaft seiner Lehrer vielseitige und oft ausgedehnte Exkursionen, besonders in unsern schweizerischen Hochalpen. Auch nach verschiedenen Vulkangebieten Italiens lenkte er wiederholt für längere Wochen seine Schritte. Namentlich die Methoden der modernen Gesteinsforschung an der Hand des Mikroskops und der Dünnschliffe hatten es ihm angetan, und es ist ihm denn auch gelungen, sich durch unermüdliche Tatkraft und Ausdauer die Errungenschaften dieses Wissenszweiges so weit zu eigen zu machen, dass er selbständige Forschungen unternehmen durfte. Eine reiche Suite selbstgesammelter Gesteine und weit über tausend meist selber hergestellter mustergültiger Dünnschliffe sind sprechende Zeugen seines hingebenden Fleisses. Seine wissenschaftlichen Publikationen verstand er mehr und mehr mit wohlgelungenen mikrophotographischen Bildern zu schmücken, die dartun, wie gut es seiner Energie und feinen Beobachtungsgabe gelungen ist, auch hier die zahlreichen Schwierigkeiten zu überwinden.

Die erste seiner wissenschaftlichen Arbeiten, veröffentlicht 1894 im 39. Jahrgang der Vierteljahrsschrift der Zürcherischen Naturforschenden Gesellschaft, ergeht sich über eine Suite ostafrikanischer Gesteine, die Prof. Dr. C. Keller von seiner Reise in den Somaliländern zurückgebracht hatte. Vier weitere Arbeiten, die zwischen 1897 und 1900 im „Neuen Jahrbuch für Mineralogie und Geologie" erschienen sind, beschäftigen sich mit Erzlagerstätten des Bündner Oberlandes und einigen Felsarten des Plessurgebietes und östlichen Rhätikons. Mit besonderer Vorliebe aber wandte sich A. Bodmer schliesslich der Aufgabe zu, die Materialien der Steinwerkzeuge aus schweizerischen Pfahl-

*) Der Nekrolog, den wir hier abdrucken, stammt aus der Feder von Herrn Prof. Dr. U. Grubenmann und wurde zuerst in der Neuen Zürcher Zeitung (No. 160, 11. Juni 1906) veröffentlicht.

baustätten zu untersuchen. Dabei gelang es ihm, sehr schöne Resultate zu erzielen und besonders ihre Abstammung aus den Schweizeralpen (Gotthardgebiet und Wallis) höchst wahrscheinlich zu machen. Eine ebenfalls im „Neuen Jahrbuch“ (1902) darüber veröffentlichte Arbeit brachte ihm die herzliche Anerkennung verschiedener bedeutender Fachgelehrten der Schweiz und des Auslandes. Dieser Erfolg war für ihn nun wohl die treibende Feder, noch intensiver jenes bis jetzt ziemlich brach liegende Gebiet zu bebauen. Von seiten des hiesigen Landesmuseums wurde ihm der ehrenvolle Auftrag erteilt, die dortigen reichen Artefakte aus den Pfahlbauten nach ihrem petrographischen Charakter zu bearbeiten.

Im Jahre 1870 hatte sich Bodmer mit Ida Beder von Zürich verehelicht. Er lebte mit ihr in glücklichster Ehe bis zu ihrem, Ende 1902 erfolgten Tode. Der Verlust seiner treuen, liebenswürdigen und hingebenden Gattin war für den hochbetagten Mann ein niederschmetternder Schicksalsschlag, der ihn auch die Beschwerden des Alters besonders bitter empfinden liess. Mehr und mehr zog sich der greise Mann in den letzten Jahren aus dem geselligen Leben zurück, um sich allein, vom Morgen bis zum Abend, ganz den petrographischen Untersuchungen seiner Steinwerkzeuge zu widmen.

Arnold Bodmer war Mitglied der hiesigen Antiquarischen Gesellschaft; seit 1890 hat er auch der Zürcherischen Naturforschenden Gesellschaft angehört, deren Sitzungen er bis in die letzten Jahre mit grosser Regelmässigkeit besuchte. Von 1892 an bekleidete er in ihrer engern Bibliothekskommission das Amt eines Fachbibliothekars für Mineralogie, Geologie und Paläontologie. Leider war es ihm nicht mehr vergönnt, die bereits weit vorgeschrittene Untersuchung über die Steinwerkzeuge der Pfahlbauten zu Ende zu führen. Wiederholte Schlaganfälle beraubten ihn während der letzten Wochen allmählich seiner geistigen und körperlichen Kräfte, bis ihn der Tod von seinem Schmerzenslager erlöste. Mit dem Problem der Herkunft schweizerischer Steinwerkzeuge wird sein Name immer verbunden bleiben! Möge es einer jüngeren Kraft beschieden sein, unter Benutzung der vom Verstorbenen bereits gezeitigten Resultate und mit gleichem wissenschaftlichem Ernste und gleich treuer Gewissenhaftigkeit das verheissungsvolle Werk zu einem erfolgreichen Abschluss zu bringen.

Wilhelm Ritter (1847—1906, Mitgl. d. Gesellsch. seit 1883, Präsident von 1896—1898).

Am 18. Oktober 1906 starb im Asyl Remismühle Prof. Dr. W. Ritter, ein Mann, der sich um unser eidgenössisches Polytechnikum in hohem Masse verdient gemacht hat und dessen Name auf dem Gebiete der graphischen Statik weit über unsere engen Landesgrenzen hinaus bekannt ist. Es möge einem ehemaligen Schüler und spätern Assistenten und Fachkollegen des Verewigten vergönnt sein, dem Andenken seines verehrten Lehrers hier einige Worte der Erinnerung zu weihen.*)

Wilhelm Ritter wurde in Liestal, am 14. April 1847 geboren; er war das zweitjüngste von fünf Geschwistern. Sein Vater war Johann Friedrich Ritter, Lehrer an der Mädchenprimarschule in Liestal. Der Sohn erhielt seine erste Schulbildung im Heimatsort (Primarschule 1853—59, Bezirksschule 1859—62). Dann

*) Der vorliegende, von G. Thurnherr zusammengestellte Nekrolog ist auch, mit dem Bildnisse Ritters geschmückt, als separate Broschüre erschienen.

besuchte er die Gewerbeschule (jetzt Realschule) in Basel, trat 1865 ins Polytechnikum in Zürich ein, und erwarb sich, erst 21 Jahre alt, 1868 das Diplom als Bauingenieur, als der erste unter 20 Kandidaten.

Hierauf war er ein Jahr beim Bau der Alföldbahn in Ungarn tätig. Doch ergriff er, bei seiner vorwiegend theoretischen Anlage, sehr gerne die Gelegenheit, zur Theorie überzugehen, als die Aufforderung an ihn erging, Assistent seines hochverehrten Lehrers Prof. Dr. Culmann zu werden (1869). Bald darauf habilitierte er sich (1870) als Privatdozent für Ingenieur-Fächer. In dieser Eigenschaft wurde er mit den Vorlesungen über Baumechanik an der Architektenschule und über praktische Geometrie an dem damals noch bestehenden „Vorkurse" betraut. Nebenbei hielt er Vorlesungen über eiserne Dachstühle und verschiedene Gebiete der Statik. Bei den Studierenden war der junge Assistent und Dozent sehr beliebt, „denn er pflegte ihnen die Wege zu ebnen zum Verständnis der Vorträge und Theorien des genialen Culmann, der häufig auf die Fassungskraft seiner Zuhörer zu wenig Rücksicht nahm, indem er — wie Geibel das Wesen des lehrenden Genius so anschaulich zeichnet — meinte, wo seine Flügel ihn trugen, da sollten andere gehen können". (E. Meister, in seinem trefflichen Nekrolog über Ritter in der „Schweiz. Bauzeitung" vom 27. Oktober 1906.)

Hier hatte Ritter reichliche Gelegenheit, sich gründlich und allseitig mit den genialen Leistungen Culmanns vertraut zu machen und sein eigenes grosses Talent für graphische und rechnerische Probleme zu entwickeln; aus dieser Zeit stammt seine Erstlingsschrift „Die elastische Linie und ihre Anwendung auf den kontinuierlichen Balken". Er entwickelt in dieser Schrift die in ihren Grundzügen von Prof. Baurat Mohr herrührende graphische Berechnung des kontinuierlichen Balkens, die dann im Jahre 1883 eine Ergänzung erfuhr und später zur Basis des 3. Bandes seines Hauptwerkes über graphische Statik gemacht wurde.

Die Ingenieurschule unseres Polytechnikums nahm dazumal eine massgebende Stelle unter den technischen Hochschulen ein. Culmann hatte in genialen Zügen den Weg zu einer graphischen Berechnung der Baukonstruktionen entworfen. Diese neuen Ideen und die Uebersichtlichkeit, die jeder graphischen Methode eigen ist, hatten in allen interessierten Kreisen warme Anerkennung gefunden.

Im Jahre 1873 erfolgte die Berufung Ritters nach Riga. Hierüber, sowie über den Aufenthalt in Riga 1873—82 lasse ich einen Freund und Kollegen Ritters, Herrn Professor Dr. Beck, sprechen, der dazumal ebenfalls an der technischen Hochschule in Riga lehrte.

„Der Ruhm Culmanns bewirkte, dass andere technische Hochschulen bemüht waren, Schüler Culmanns für die Lehrstühle der graphischen Statik zu gewinnen. So hatte das Polytechnikum in Riga, das im Jahr 1862 eröffnet worden war, einen früheren Assistenten Culmanns, Bessard, als Professor der Ingenieurwissenschaften berufen. Bei dem Bau der mächtigen 710 Meter langen Eisenbahnbrücke über die Düna bei Riga hatte dieser Gelegenheit gehabt, die Culmannsche Theorie praktisch zu verwerten. Aber im Frühjahr 1873 hatte Bessard das Unglück, von einer andern Brücke herunterzustürzen, an welcher er mit Studierenden des Polytechnikums Beobachtungen und Versuche anstellen wollte. Der plötzliche Tod Bessards machte eine möglichst rasche Neubesetzung des verwaisten Lehrstuhles nötig. Es wurde daher von Riga aus Professor Moll nach Zürich gesandt, um einen Nachfolger für Bessard zu finden.

Auf Culmanns warme Empfehlung hin wurde dessen sechsundzwanzigjähriger Assistent Ritter nach Riga berufen und dieser war bereit, in kürzester Frist die Professur anzutreten.

Das Polytechnikum in Riga war damals im Aufblühen begriffen. Gegründet durch den Gemeinsinn der baltischen Städte und Stände, besass es in seiner Eigenartigkeit manche Vorzüge gegenüber den meisten andern Hochschulen Russlands, namentlich eine gewisse Freiheit und Unabhängigkeit, welche seiner Entwicklung sehr förderlich waren. Da die Vortragssprache die deutsche war, so konnten Lehrkräfte aus Deutschland, Oesterreich und der Schweiz berufen werden und die junge Hochschule kam dadurch in vielfache und lebhafte Beziehungen zur deutschen Wissenschaft und Kultur. Dieser Vorteil wurde auch in Russland selbst von vielen geschätzt, so dass nicht nur aus den Ostseeprovinzen, sondern auch aus dem eigentlichen Russland und aus Polen sich immer mehr Studierende nach der baltischen technischen Hochschule wandten.

Unter diesen Verhältnissen musste die Berufung nach Riga für Ritter grossen Reiz haben. Er konnte in deutscher Sprache und in selbständiger Stellung mit jugendlichem Eifer und grossem Erfolg weiter arbeiten an der Verbreitung der graphischen Statik und auch selbst zu ihrer weitern Entwicklung beitragen. Aber auch für die Rigasche Hochschule war es in ihrer Lage von grossem Wert, in ihrer Entwicklungszeit eine solche jugendliche Kraft zu besitzen, einen Lehrer, der mit idealem Sinn vorwärts strebte, aber auch durch seine grosse Besonnenheit, Milde und Güte sich das unbedingte Vertrauen und die Sympathie sowohl seiner Kollegen als auch der Studierenden zu erwerben verstand. So hat Ritter als Professor und als Vorstand der Ingenieurabteilung wesentlich beigetragen zum weiteren Aufblühen des Rigaschen Polytechnikums, und dem ganzen russischen Reich ist es zu gute gekommen, was er in seiner ausgezeichneten Lehrtätigkeit in Riga seine Zuhörer lehrte.

Doch bestand die Tätigkeit Ritters nicht nur im Lehren, sondern er hatte auch vielfach Gelegenheit, seine Wissenschaft praktisch zu verwerten und zu erproben.

Eine sehr nützliche und fruchtbringende Tätigkeit entfaltete Ritter als Mitglied des „technischen Vereins". Dieser Verein, der im Gebäude des Polytechnikums seine Sitzungen hielt und in welchem sich alle Vertreter der Technik zusammenfanden, war für die aufblühende Industrie Rigas von grosser Bedeutung. Ritter liess sich immer bereit finden, Vorträge zu halten, und beteiligte sich lebhaft an den Diskussionen. Besondere Verdienste erwarb er sich aber um den Verein dadurch, dass er bis zu seinem Weggang die mühsame Arbeit als Redakteur der von dem Verein herausgegebenen „Rigaschen Industriezeitung" besorgte, in welcher sich auch viele Artikel aus seiner Feder befinden. Man war bei Ritter gewöhnt, dass alles, was er übernahm, gut und mit grösster Gewissenhaftigkeit ausgeführt wurde.

Bei aller seiner Arbeit fand Ritter doch noch Zeit für das sehr angenehme gesellschaftliche Leben in Riga. Da er musikalisch sehr begabt und selber ein vortrefflicher Klavierspieler war, hatte gediegene musikalische Unterhaltung für ihn besonderen Reiz. In der ersten Zeit sang er noch im Chor mit bei der Aufführung von Oratorien.

Am wichtigsten für Ritter war aber die Gründung eines eigenen Hausstandes. Bei Gelegenheit eines Besuches in der Heimat im Sommer 1874 verlobte er sich mit Fräulein M. Jacoby aus Boston U. S. A. und in den Weihnachtsferien reiste er wieder hinaus, um in der Schweiz seine Vermählung zu

feiern und die junge Gattin nach Riga zu führen, wo sie im Ritterschen Freundeskreis auf das herzlichste aufgenommen wurde. Für Ritters tiefes Gemüt, das in rauschenden Freuden und Vergnügungen der Welt keine Befriedigung fand, konnte nur das stille traute Familienleben die reine und reiche Quelle des Glückes sein. In seinem gastfreundlichen Hause fand nun in ungezwungener Weise ein reger Freundesverkehr statt, wobei Ritter von seiner gewandten jungen Gattin auf das Beste unterstützt wurde.

Als im Jahre 1882 Ritters hochverehrter Lehrer Culmann in Zürich starb, war es ganz natürlich, dass Ritter für die Professur in Vorschlag gebracht und berufen wurde. Wenn auch die Nationalität nicht massgebend sein soll, so konnte man sich doch darüber freuen, dass die Schweiz in der Lage war, unter ihren eigenen Söhnen einen durchaus würdigen Nachfolger Culmanns zu besitzen, und für Ritter war es ein sehr angenehmer Gedanke, aus der Fremde, wo er neun Jahre lang erfolgreich gewirkt und reiche Erfahrungen gesammelt hatte, wieder in die Schweiz zurückzukehren und die weitere Arbeit seines Lebens der heimatlichen Hochschule zu widmen. In Riga empfand man seinen Weggang als grossen Verlust, der aber nicht abzuwenden war. Ritters Andenken ist in Riga immer ein sehr ehrenvolles geblieben."

Man freute sich in Zürich lebhaft über Ritters Rückkehr, da seine Lehrtätigkeit von früher her noch in bester Erinnerung war. Im Vortrag schlicht, einfach und klar, ohne viel Umschweife sofort auf das Wesentliche eintretend, war er in den Uebungen ein wohlwollender Lehrer und Berater. Er freute sich, wenn seine Schüler in ihrem Lerneifer auf neue Lösungen kamen und verhielt sich dagegen nicht ablehnend; er liess sie das Gefundene mit dem Vorhandenen vergleichen und sie bestmöglich gewähren, wenn auch nicht das Vollendetste erreicht wurde; überlegen, beobachten und denken lernen sollten seine Schüler.

Professor Ritter hatte aber auch für die spätere Entwicklung derselben ein reges Interesse. Er wusste, wie wichtig die ersten Stellen für die Laufbahn des jungen Technikers sind, und suchte seine Schüler bestmöglichst nach ihren Talenten und Neigungen unterzubringen. So verdanken ihm viele die geordneten Anfänge ihrer Laufbahn. Die Schüler anerkannten es und bewahrten ihm Liebe und Verehrung, was sie oft nach langen Jahren durch Briefe und Aufmerksamkeiten bewiesen.

Die ersten Jahre in Zürich nannte Professor Ritter selbst die glücklichsten seines Lebens: „Die wissenschaftliche Tätigkeit meiner Kollegen spornte mich in hohem Masse an. Wissenschaftliche Arbeiten fanden hier hohe Anerkennung und bald entwickelte sich auch Gelegenheit, in praktischen Aufgaben zu wirken, indem ich von Jahr zu Jahr in statischen Fragen mehr in Anspruch genommen wurde."

Unter seinen wissenschaftlichen Arbeiten ist in erster Linie die Umarbeitung des 2. Bandes von Culmanns Werk über graphische Statik, „Die Anwendung der graphischen Statik" zu nennen.

Beim Tode des grossen Meisters war der 1. Band seiner graphischen Statik schon längst in neuer Bearbeitung erschienen; der 2. Band, die Anwendung für den praktisch tätigen Ingenieur, das Wichtigste, war leider nur in Fragmenten und Skizzen vorhanden. Ritter übernahm mit diesem literarischen Nachlass Culmanns die grosse Aufgabe, dessen Lebenswerk fortzusetzen und auszugestalten. Als erste Arbeit in diesem Sinne entstand 1886 „Der elastische Bogen". Hier entwickelte Ritter in konzentrierter Form die allgemeine

Berechnung des Bogens auf Grund der Elastizitätstheorie, die ihrerseits eine graphische Bearbeitung erfahren hatte. Das nicht sehr umfangreiche Werk kam für die damalige Zeit einem grossen Bedürfnis entgegen, indem dazumal auch die analytischen Methoden sehr unvollständig waren. Die Lösung war eine überraschend übersichtliche und elegante. Nirgends zuvor hat Kraft- und Seileck eine so fein durchdachte Anwendung gefunden. Und die Resultate, die diese übersichtliche, sich allen Spezialfällen anschmiegende Theorie erreichte, waren das, was man in der Praxis verlangte.

Im Jahre 1888 erschienen dann der 1. Band seines Hauptwerkes: „Die Anwendung der graphischen Statik nach C. Culmann, 1890 der 2. und 1900 der 3. Band (bei A. Raustein in Zürich). Dieses Werk stellt die eigentliche Lebensarbeit Ritters dar, die Arbeit, die ihm die grösste Befriedigung brachte, bei der er sich von seiner Alltagsarbeit erholte, deren Manuskripte ihn auf die sonnigen Höhen des Zürichberges begleiteten und die er in seine Ferien mitnahm. In jedem dieser Bände dringt er tief in den Stoff ein, den er behandelt. Die Gründlichkeit, die peinliche Genauigkeit, die allen seinen Arbeiten anhaftet, spiegelt sich auf jeder Seite wieder. Der 1. Teil, „Die im Innern des Balkens wirkenden Kräfte", behandelt die Spannungstheorie und die elastischen Formveränderungen; er enthält interessante theoretische Erwägungen und Beiträge zur Festigkeitslehre. Der 2. Teil, „Das Fachwerk", und der 3. Teil, „Der kontinuierliche Balken", sind für den praktisch tätigen Ingenieur geschrieben. Da findet der Bauingenieur in klarer, übersichtlicher Form die Anleitungen zu seinen Berechnungen. Es ist erstaunlich, wie viel im engen Rahmen zusammengedrängt wurde, ohne dass dadurch die Klarheit verloren ging. Wenn das Problem verschiedene Lösungen zuliess, war immer die gewählt, die bei höchster Vollendung am schnellsten brauchbare Resultate lieferte.

Durch diese Werke und durch seine Lehrtätigkeit hatte Prof. Ritter die graphische Statik zum Gemeingut der gebildeten Techniker gemacht. Für die Praxis blieb sein Werk nicht ohne bedeutenden Einfluss. Immer mehr wurden die Konstruktionen durchgeprüft und gewissenhaft durchgerechnet.

Den 4. Band seines Werkes, „Der Bogen", konnte der Verfasser selbst nicht mehr der Oeffentlichkeit übergeben. Seine damals einsetzende Krankheit hinderte ihn daran. Sein Sohn, Ingenieur Hugo Ritter, hat die nahezu bis zur Vollständigkeit gediehenen Manuskripte veröffentlicht, so dass die Lebensaufgabe Ritters gelöst, ziemlich vollständig vor uns liegt.

Gleichzeitig mit seinen wissenschaftlichen Arbeiten beschäftigten ihn zahlreiche Expertisen und Gutachten. In technischen Fragen wurde er vielseitig um Rat angegangen. Die bei seinen Untersuchungen gewonnenen Erfahrungen verwendete er nutzbringend in seinen Werken und veröffentlichte sie in zahlreichen Berichten, meist in der „Schweizerischen Bauzeitung", wenn er glaubte, dass sie für die Praxis von Interesse seien.

So verdanken wir ihm gemeinschaftlich mit Professor Gerlich ein Gutachten über das Pilatusbahnprojekt 1886, und einen gemeinschaftlich mit Professor Tetmajer ausgearbeiteten an den Bundespräsidenten Welti gerichteten Expertenbericht über den Brückeneinsturz bei Mönchenstein, worin in objektiven Erwägungen die Ursachen der Katastrophe erörtert werden (1891). Weitere technische Objekte, bei denen Ritter als Begutachtender mitwirkte, sind u. a.: Die Waffenhalle im Landesmuseum, der Turm der Kirche in Enge, der eiserne Vorhang im Stadttheater, die Bauten an der Rämistrasse etc.

Eine erste Folge des Unglücks bei Mönchenstein war das Entstehen der „Verordnung betreffend die Berechnung und Prüfung der eisernen Brücken- und Dachkonstruktionen auf den schweizerischen Eisenbahnen", (19. Aug. 1892), an deren Entstehung und Ausarbeitung Prof. Ritter ein Hauptverdienst hatte.

Die Katastrophe und die damit zusammenhängenden Berechnungen und Prüfungen der schweizerischen Eisenbahnbrücken brachten ihm ein vollgerüttelt Mass neuer Arbeit, indem ein grosser Teil der bedeutendsten Brückenobjekte der meisten schweizerischen Bahnen von ihm neu durchgerechnet wurde.

Vom Jahre 1896 an finden wir ihn mit dem armierten Beton beschäftigt. Die dazumal neue Bauweise gab viel zu reden. Sie hatte das Unglück, der Theorie weit vorausgeeilt zu sein, so dass für sie keine Erfahrungen, keine Versuche und auch keine befriedigende Berechnungsmethode vorhanden waren. In seiner Abhandlung, „Die Bauweise Hennebique" 1899, bringt nun Ritter einen willkommenen Wegweiser für die Berechnung und Ausführung der Eisenbetonkonstruktionen. Unter dem Namen „Methode Ritter" wurde dieses Verfahren von den Interessenten rasch aufgegriffen und ist heute noch in der Schweiz überall in Anwendung.

Dass es einem solchen Manne an zahlreichen Ehrungen nicht fehlte, ist selbstverständlich. 1887—1891 bekleidete er das Amt des Direktors am eidgenössischen Polytechnikum. „Die Kollegen, deren Verehrung ihn an diese Stelle gehoben hatte, brachten ihm uneingeschränktes Vertrauen entgegen. Von allen Seiten ruhmte man seine Objektivität und sein Eingehen in alle Interessen des Lehrerkollegiums und der Studentenschaft. Die Studierenden fühlten bei ihm bald das herzliche, tiefe Wohlwollen für sie heraus; gar manchen hat er durch milde Zusprache und freundschaftliches Interesse vor dem Entgleisen bewahrt. Glatt und reibungslos vollzogen sich die Dinge unter seinem milden Szepter, obwohl damals noch die Reglemente des Polytechnikums strenger gehandhabt wurden als heutzutage. Wenn er jeweilen die mildere Form der Anwendung derselben vollzog, so ging das nicht etwa aus gutmütiger Schwäche hervor, sondern war die Folge tiefer Erwägungen, mit denen er seine Ansicht gegenüber den Vertretern strengerer Massregeln mit Festigkeit zu verteidigen wusste. Seine Ansprachen an die Studierenden bei der Eröffnung der Jahreskurse zeugten von einem feinen Verständnis für die Jugend, die er über alles liebte." (C. Schröter, Grabrede.)

1885—1902 war er Mitglied der städtischen Baukommission, dem späteren Baukollegium der Stadt Zürich; der Schweiz. Ingenieur- und Architektenverein wählte ihn in seinen Vorstand. Auch der Zürcherischen Naturforschenden Gesellschaft stand er 1896—98 als Präsident vor und leistete ihr während des mühevollen Jubiläumsjahres ausgezeichnete Dienste. Bei Gelegenheit dieses Festes verlieh ihm die Universität den Doktortitel honoris causa. Die Stadt Zürich schenkte ihm und seiner Familie 1889 das Bürgerrecht.

1893 unternahm er im Auftrage des schweizerischen Schulrates eine Studienreise an die Weltausstellung in Chicago, bei welcher Gelegenheit er den Brückenbau Amerikas studierte; — er hat die Ergebnisse dieser Studien in einem Reisebericht: „Der Brückenbau in den Vereinigten Staaten Amerikas" 1894 niedergelegt. Seine Aufnahme in Amerika war eine ungemein herzliche. Die technischen Unterrichtsanstalten, die grossen Fabriken und Eisenwerke und die Eisenbahngesellschaften empfingen ihn mit grosser Zuvorkommenheit und gewährten ihm viele Vorteile. Während seiner langen Reise fand er überall ein offenes Haus, so dass er fast nie ein Hotel aufsuchen musste.

1889 erhielt er einen Ruf an die technische Hochschule in München, den er aus Liebe zum Polytechnikum und zu seinem Lande ablehnte. Der schweizerische Bundesrat gewährte ihm zum Danke dafür die Anstellung auf Lebenszeit.

Das Vorstehende zeichnet die Bedeutung des Mannes nach aussen; seine Beziehungen zu Kollegen, Freunden und zur Familie schildert die treffliche Rede, die Herr Prof. Dr. Schröter bei der Beerdigung im Namen der Behörden und der Lehrerschaft an die Trauerversammlung richtete:

„Uns Kollegen war Ritter ein Vorbild an strenger Pflichterfüllung, an selbstloser Hingabe, an absoluter Objektivität, unverwüstlicher Gerechtigkeitsliebe und rührender Bescheidenheit, an Milde des Urteils und an unendlicher Herzensgüte.

Nie auch habe ich meinen Freund über einen andern Uebles reden hören. Auch zu Hause war dies streng verpönt: „Ich liebe nicht, dass über einen andern Ungünstiges gesprochen wird, der nicht da ist, um sich zu verteidigen." Dem Unrecht trat er energisch und mit offenem Visier entgegen und scheute sich auch nicht, einem Kollegen unter vier Augen deutlich die Wahrheit zu sagen. Seine Uneigennützigkeit zeigte sich in besonders schönem Lichte in dem höchst bescheidenen Masse, nach dem er seine Expertisen einschätzte. Seine Ansätze waren oft so niedrig, dass die Auftraggeber in Verlegenheit kamen. „Ich arbeite für die Wissenschaft und nicht um Geld", pflegte er zu sagen und nur die Rücksicht auf den geistigen Arbeitsmarkt veranlasste ihn, überhaupt Rechnung zu stellen; in manchen Fällen verwendete er den Betrag zu milden Gaben.

Ritter war ein grosser Naturfreund und kannte nichts Schöneres, als zu Fuss, mit Vorliebe ganz allein, die Täler zu durchstreifen; auch Hochtouren hat er manche gemacht. Der tragische Fall seines Wanderfreundes Sulzer am Sanetschpasse machte aber einen so tiefen Eindruck auf ihn, dass er von da an Hochtouren mied. Seine feinfühlige Natur geriet beim Unglück anderer in so intensive Mitschwingungen, dass er Wochen und Monate darunter litt. So ging ihm der Eindruck der Unglücksstätte von Mönchenstein, die er unmittelbar nach der Katastrophe besuchte, tief zu Herzen. In solchen Fällen war er wortkarg und vermied jeden Scherz. Er nahm dann seine Zuflucht zur Musik; in ihr fand er wieder Ruhe. Er liebte nur ernste Musik, diese aber leidenschaftlich und war ein trefflicher Klavierspieler, der seine Gefühle in eigenen Tönen wiederzugeben verstand, freilich nur im engsten Kreise.

Am schönsten entfaltete sich das tiefe Gemüt dieses seltenen Mannes im reichen Familienleben, bei seiner treuen Gattin und seinen geliebten fünf Kindern. Diesen war er ein trefflicher Vater; er weckte in ihnen Liebe zur Natur und leitete sie zur Beobachtung an. Seine Söhne liess er schon früh bei seinen Privatarbeiten sich beteiligen, unterrichtete sie selbst im technischen Zeichnen und liess sie ihm mithelfen bei der Ausführung von Untersuchungen an Ort und Stelle, sowie bei konstruktiven Arbeiten zu Hause. So legte er den Grund zu ihrer Ausbildung im technischen Beruf, den die beiden älteren Söhne mit Erfolg begonnen haben. Er hat noch die Freude gehabt, sie als Architekt und als Ingenieur in guten Stellungen zu sehen.

Sein gastliches Haus stand jedem offen, namentlich seinen Schülern, die Sonntags oft den ganzen Tag bei ihm ein und aus gingen. Die Abende, soweit sie nicht von geschäftlichen Sitzungen in Anspruch genommen waren, wurden der Familie und einer einfachen Geselligkeit gewidmet, bei der er mit seinem kindlichheitern Sinn von ganzem Herzen dabei war.

Ritter war eine tiefreligiöse Natur von echter Frömmigkeit. Er war ein treues, überzeugtes Glied der Methodistengemeinde und bekannte sich offen zu seinen Ueberzeugungen, hatte aber auch volles Verständnis für Andersdenkende."

Die fein organisierte Natur Ritters war auf die Dauer den Anstrengungen, die er sich zumutete, nicht gewachsen. „Mehr und mehr", so schreibt er selbst, „stellte sich eine nervöse Erregtheit und Müdigkeit ein, die mir das Arbeiten oft erschwerte." Im Frühling 1902 zeigten sich die Symptome der Krankheit stärker als je zuvor. Ritter musste schweren Herzens seine Vorlesungen aufgeben. Er verfiel zuerst in einen Zustand tiefer Melancholie und absoluter Arbeitsunfähigkeit, von der er in Locarno, Albisbrunn und in Spiez am Thunersee Heilung suchte. Da es im Frühling 1904 noch einmal schien, als könnte er seine Arbeiten wieder aufnehmen, hielt er die Diplomprüfungen ab und las im Sommersemester noch einmal seine graphische Statik. Doch sein Zustand verschlimmerte sich abermals zusehends, so dass er neuerdings seine Tätigkeit einstellen musste. Er blieb bis März 1905 in einem Sanatorium in Küssnacht am Vierwaldstättersee. Dann siedelte er ins Asyl Remismühle über. Seine geistigen Fähigkeiten nahmen infolge des fortschreitenden Gehirnleidens stetig ab, aber sein Gemütszustand war ein heiterer, stillergebener. Er fühlte sich hier, wo er von einem fröhlichen, echten Christentum der Tat umgeben war, treu gepflegt von seiner aufopfernden Gattin, bis an sein Ende wohlgeborgen, und ist dann auch friedlich und still eingeschlafen.

Eine feinfühlende Natur von stiller Grösse, in rastloser, fruchtbringender Arbeit sich verzehrend, voll reichen Innenlebens und hohem Adel der Gesinnung: so wird das Bild Ritters fortleben bei allen, die ihn kannten.

Nun ruht er draussen, auf dem stillen Friedhof von Turbenthal, nahe bei der schönen Kirche des trauten Dorfes, umgeben von reichbewaldeten Hügeln, in einem friedlich lieblichen Tälchen, ganz allein und einsam, wie er es liebte.

Verzeichnis der Publikationen von W. Ritter.

(Zusammengestellt von Woldemar Ritter, Architekt.)

S. B. = Schweizerische Bauzeitung.
R. I. = Rigasche Industriezeitung.
E. = „Eisenbahn".

1871. 1. Die elastische Linie und ihre Anwendung auf den kontinuierlichen Balken. Ein Beitrag zur graph. Statik, gr. 8° (31 S. mit eingedr. Holzschn. und 1 lithogr. Tafel in quer 4°). Zürich, Meyer & Zeller.
1a. Dasselbe: 2. gänzl. umgearb. und bed. erweiterte Auflage. Zürich 1883.
1b. Dasselbe: ins Französische übersetzt von M. Koechlin. Paris 1886.

1874. 2. Anwendung der Theorie des kontinuierlichen Trägers auf Drehbrücken. Notizblatt d. Techn. Vereins zu Riga.

1876. 3. Eine neue Festigkeitsformel. „Zivilingenieur". S. 309.
4. Die Wöhlerschen Festigkeitsversuche und die neuesten ministeriellen Bestimmungen zur Berechnung eiserner Brücken. R. I. II. 1 Tafel, S. 4, 15.
5. Der Bogen mit festem Auflager. Zeitschr. f. Bauwesen.

1877. 6. Versteifungsfachwerke bei Bogen- und Hängebrücken. Zeitschr. f. Bauwesen.
7. Graphische Bestimmung der Stützmauerstärke. E. VII.

8. Die zufällige Belastung bei Eisenbahnbrücken. Mit Zeichg. u. 1 Tafel. R. I. III., S. 61.
9. Die Verwertung der Wöhlerschen Festigkeitsversuche für die Praxis. R. I. III., S. 133.
10. Pneumatische Fundierungen. 1 Taf. R. I. III., S. 34, 169, 183, 196, 208.

1878. 11. Die Aa-Brücke bei Bilderlingshof. 2 Tafeln. R. I. IV., S. 235, 259.
12. Die Riga-Tuckumer Eisenbahn. 1 Tafel. R. I. IV., S. 187.
13. Ein selbstregistrierender Festigkeitsapparat. 1 Tafel. R. I. IV., S. 92, 123.

1879. 14. Die Statik der Tunnelgewölbe, gr. 8° (VIII., 68 Seiten mit 17 eingedr. Holzschnitten u. 2 lithogr. Taf. in quer 4°). Berlin 1879, Springer.
14a. La statica delle volte nelle gallerie. Trad. di Gius. Martelli. 8. Milano 1880.
15. Die Konkurrenzprojekte für eine Strassenbrücke über den Libauer Hafen. R. I. V., S. 73, 93.
16. Das Wellblech in der Bautechnik. 1 Tafel. R. I. V., S. 245, 261, 272,

1880. 17. Beitrag zur Theorie der Fachwerke. E. XII.
18. Bestimmung des Erddrucks mit Rücksicht auf Kohäsion. E. XIII.

1881. 19. Statische Berechnung eines armierten Laufkrahns. 1 Tafel. R. I. VII., S. 80, 145, 158.
20. Erwiderung auf den Artikel: C. Badche: Zur „statischen Berechnung eines armierten Laufkrahnes“ des Herrn Prof. W. R. R. I. VIII. 1882, S. 42.
21. Zementprüfungen in Russland. R. I. VII., S. 121.
22. Verwandlung der russischen Masse und Gewichte in metrische. R. I. VII., S. 169.

1882. 23. Über die Korksteine von Grünzweig & Hartmann. R. I. VIII., S. 25. 39. 54.

1883. 24. Statische Berechnung der Versteifungsfachwerke der Hängebrücken, 17 Fig. S. B. I., S. 6, 14, 19, 23, 31, 36.

1884. 25. Das Trägheitsmoment eines Liniensystems. Vierteljahrsschr. d. Naturf. Gesellsch. Zürich.
26. Flut und Ebbe. Öff. Vortr. geh. i. d. Schweiz. VIII. Band. Schwabe, Basel 1885.

1885. 27. Die Belastungsprobe der neuen Quaibrücke in Zürich, mit 1 Textfig. S. B, V., S. 3.
28. Die sekundären Spannungen in Fachwerken, mit 11 Textfig. S. B. V., S. 65.

1886. 29. Der elastische Bogen, berechnet mit Hülfe der graph. Statik, gr. 8°. (IV., 64 S. mit 20 Textfig. und 2 lithogr. Taf.) Zürich, Meyer & Zeller.
30. Der Einsturz des Züricher Niederdruckreservoirs, mit 5 Textfig. S. B. VII., S. 114.
31. Gerlich E. und W. R. Gutachten über das Pilatusbahnprojekt. (Pilatusbahn, 1886.)

1888. 32. Anwendungen der graphischen Statik. Nach C. Culmann bearbeitet. 1. Teil: Die im Innern eines Balkens wirkenden Kräfte, gr. 8° (XII, 184 S.) mit 65 Textfig. und 6 Tafeln. Zürich, Meyer & Zeller.
33. Die Trägheitsellipse, geometrisch abgeleitet, mit 6 Textfig. S. B. XI., S. 121.

1889. 34. Die Tragfähigkeit strebenloser Fachwerkpfeiler, mit 4 Textfig. S. B. XIII., S. 111.
35. Einige Aufgaben aus dem Gebiete der Trägheitsellipse, mit 4 Textfig. S. B. XIV., S. 43.

1890. 36. Vorlesungen über Graphische Statik. (Autogr.)
37. Anwendungen der Graphischen Statik. Nach C. Culmann bearbeitet. 2. Teil: Das Fachwerk, mit 119 Textfig. und 6 Taf. gr. 8° (X., 229 S.) Zürich, Meyer & Zeller.

1891. 38. Der Bericht der eidgen. Experten Prof. R. und Prof. Tetmajer über die Mönchensteiner Brückenkatastrophe, mit 26 Textfig. und 12 Tafeln. S. B. XVIII., S. 114, 118, 124.

38a. Dasselbe, mit 71 Fig. und 1 Farbendrucktafel. Zürich 1891. 4⁰. Zürcher & Furrer.

39. Oberst Karl Pestalozzi. Zürich 1891.

40. Die inneren Kräfte eines belasteten Stabringes. 2 Textfig. S. B. XVII., S. 13.

1892. 41. Über den Wert der Belastungsproben eiserner Brücken. S. B. XX., S. 14.

1893. 42. Erwiderung auf das Gutachten der Herren Collignon und Hausser über die Mönchensteiner Brückenkatastrophe, mit 2 Textfig. S. B. XXI., S. 122, 128, 135.

43. Die Beschädigung der Mönchensteiner Brücke beim Hochwasser vom Jahre 1881, mit 18 Textfig. S. B. XXI., S. 149, 162.

44. Der Brückenbau in den Vereinigten Staaten Amerikas. Bericht der schweiz. Delegierten über die Weltausstellung in Chicago, mit 60 Textfig. und 12 Taf. 8⁰. Zürich, A. Raustein.

45. Skizzen von der Chicagoer Weltausstellung. S. B. XXII., S. 79, 91, 100.

46. Die neue Faltenzugbrücke in Chicago, 3 Textfig. S. B. XXII., S. 86.

1894. 47. Die Bruchprobe der Eisenbahnbrücke in Wohlhusen. S. B. XXIII., S. 112.

48. Das Addieren und Subtrahieren mit dem logarithmischen Rechenschieber, 7 Textfig. S. B. XXIII., S. 37.

49. Der Brückenbau i. d. Ver. Staaten Amerikas. Auszug aus dem gleichlautenden Bericht. 19 Textfig. S. B. XXIV., S. 165.

50. Das technische Unterrichtswesen d. Ver. Staaten Amerikas. S. B. XXIV., S. 10, 21.

1895. 51. Vorläufiger Bericht über die Brückenversuche in Mumpf, mit 1 Taf, S. B. XXIV., S. 133.

1896. 52. Der elastische Bogen, berechnet mit Hülfe der Graphischen Statik, gr. 8⁰. (IV., 64 S. mit 20 Textfig. und 2 lith. Taf.) Zürich, Meyer & Zeller.

53. Neubau der Coulouvrenière-Brücke in Genf. Vortrag, geh. im Zürcher Ing. u. Arch.-Ver., 4. März 1896. S. B. XXVII., S. 100.

54. Der Fränkelsche Schwingungszeichner, 9 Textfig. S. B. XXVIII., S. 10.

1897. 55. Die Schwingungen des neuen Kirchturms in Enge, 13 Textfig. S. B. XXIX., S. 42, 48.

1899. 56. Die Schwingungen der Kirchenfeldbrücke in Bern beim eidgen. Sängerfest am 8. und 9. Juli 1899. Bericht. S. B. XXXIV., S. 114.

1900. 57. Anwendungen der Graphischen Statik. Nach C. Culmann bearbeitet. 3. Teil: Der kontinuierliche Balken, mit 184 Textfig. und 4 Taf. 8⁰. Zürich. A. Raustein.

58. Die Richterswiler Holzriese, mit 10 Textfig. S. B. XXXV., S. 199, 213,

59. Die Bauweise Hennebique. (9 S. in 4⁰ mit Fig.) Sonderabzug aus S. B. 1899 XXXIII., Nr. 5, 6, 7. Zürich, E. Rascher.

59a. Dasselbe. 3. Aufl. (9 S. m. Abbildg.) gr. 4⁰. Zürich, E. Raschers Erben. 1902.

59b. Dasselbe. 4. Aufl. 1904.

1901. 60. Arn. Geiser, W. R. und F. Schüle. Expertenbericht betr. den Gebäudeeinsturz in der Aeschenvorstadt Basel am 28. Aug. 1901, mit 2 Taf. Zürich, Zürcher & Furrer. 4⁰.

1902. 61. Gutachten über Betoneisenkonstruktionen und Deckenkonstruktionen an den Vorsteher des Baudepartements Basel-Stadt, von A. Geiser. W. Ritter und F. Schüle. Basel, Zbinden. 8⁰.

1906. 62. Anwendungen der Graphischen Statik. Nach C. Culmann bearbeitet. 4. Teil: Der Bogen. (VII, S. mit 120 Fig. und 3 Taf gr. 8°) Zürich. A. Raustein.

Mitarbeiter

an Zwicks Deutsch. Jahrbuch d. Baugewerbe 1873 bis 1875 (Baumechanik);
an Otto Luegers Lexikon der gesamten Technik und ihrer Hilfswissenschaften;
am schweizerischen Bau- und Ingenieur-Kalender:

1901—1905 Hölzerne Brücken.
1901—1903 Eiserne Brücken.

Redakteur

der Rigaschen Industrie-Zeitung 1875—1881.

August Weilenmann (1843—1906, Mitgl. d. Gesellsch. seit 1866, Sekretär von 1870 bis 1880).

Am 10. November 1906 starb in Zürich Dr. August Weilenmann,[*] Professor der Physik an der Kantonsschule und Honorarprofessor am eidg. Polytechnikum. Wer hat ihn nicht gekannt, den Unermüdlichen, der stets gemessenen Schrittes seinen vielen Verpflichtungen nachging, die kraftvolle Gestalt mit dem energischen und doch freundlichen Gesichtsausdruck! Prof. Weilenmann war eine der bekanntesten und geachtetsten Persönlichkeiten zu Stadt und Land.

August Weilenmann wurde am 9. Januar 1843 als Sohn einfacher Bauersleute in Knonau geboren. Nach Absolvierung der Schulen seiner Heimatgemeinde trat er ins Lehrerseminar ein, um sich für höhere Studien vorzubereiten. Allein der schon frühzeitig im Denken und Handeln äusserst selbständige Jüngling verliess die Berufsschule schon nach 1½ Jahren, um sich privatim fürs Medizinstudium vorzubereiten. Der Plan wurde wieder geändert, mit 18 Jahren trat Weilenmann in die 6. Abteilung des eidg. Polytechnikums ein und bestand nach 3 Jahren mit glänzendem Erfolge die Diplomprüfung in Mathematik und Physik. Prof. Rudolf Wolf erkannte in dem einundzwanzigjährigen Lehramtskandidaten den wissenschaftlich produktiven, gewissenhaften Arbeiter und ausgezeichneten Beobachter und ernannte ihn zum Assistenten an der eben gegründeten Sternwarte, eine Stellung, in welcher er während eines vollen Dezenniums verblieb. 1867 trat Weilenmann als Hilfslehrer der Mathematik dem Lehrkörper der Kantonsschule bei und widmete sich seit 1873 ganz der Lehrtätigkeit, zuerst als Mathematikprofessor am Gymnasium und später, als Nachfolger Prof. Lommels, als Physiklehrer an der gesamten Kantonsschule. Er kam so auf das seinen Neigungen am besten entsprechende Arbeitsgebiet, in dem er ganz Hervorragendes geleistet hat. 1885 bezog er das neue Physikgebäude an der obern Rämistrasse; wie hatte er sich darauf gefreut, das jetzt im Bau begriffene physikalische Institut, für dessen Einrichtung er noch so viel gearbeitet hat, zu beziehen! — Neben seiner Lehrtätigkeit an der Kantonsschule war Weilenmann Privatdozent der Meteorologie an der Universität und nachher am eidg. Polytechnikum, das ihn vor fünf Jahren zum Honorarprofessor ernannte, und fand ausser seiner Betätigung als Vortragender in den Vereinigungen des Gewerbe- und Arbeiterstandes und als

---

[1]) Der nachfolgende Nekrolog stammt aus der Feder des Herrn Prof. Dr. U. Seiler und ist zuerst in der Schweizerischen Lehrerzeitung erschienen (5. Januar 1907).

Direktor de Zentralen Zürichbergbahn immer noch Zeit zu intensiver Forscherarbeit. Von seinen zahlreichen Publikationen, zum Teil auch pädagogischen Inhaltes, s ien die Mitteilungen über seine Sonnenfleckenbeobachtungen, die Verarbeitung d s breitschichtigen Beobachtungsmaterials der schweizerischen meteorologischen Stationen, die Anwendung der Thermodynamik auf die theoretische Meteorologie, die Untersuchungen über Reibung, Zentralbewegung und die astronomische Refraktion erwähnt und endlich ein aus seiner reichen pädagogischen Erfahrung hervorgegangener Leitfaden der Physik, der bis auf ein paar Seiten beendigt wurde.

Prof. Weilenmann hat eine ungeheure Arbeitslast bewältigt. Sein eigentliches Lebenswerk aber ist seine Tätigkeit als Physiklehrer an der Kantonsschule Zürich. Es hat wohl kaum einen Lehrer gegeben, zu dem alle seine Schüler mit solcher Verehrung aufschauten und an den sie sich zeitlebens so freudig erinnerten, wie Papa Weilenmann. Das bekundeten bei seinem Hinschiede die zahlreichen Kranzspenden von Maturitätsklassen, welche zum Teil schon vor vielen Jahren die Kantonsschule verlassen hatten. Alle Schüler liebten ihn wegen seines Wohlwollens und seines Taktgefühles; sie schätzten ihn, weil sie fühlten, dass er seine ganze grossartige Persönlichkeit für den Unterricht einsetzte, dass ihm keine Arbeit zu viel war, den Unterricht nach den neuesten Erfahrungen und Entdeckungen interessant und anschaulich zu gestalten. Klarheit in Sprache und mathematischer Formulierung, weitgehende Verwendung der mathematischen Hilfsmittel nach möglichst leichtfasslichen Methoden und Gewandtheit und Sicherheit im Experimentieren, das die theoretischen Entwickelungen immer begleitete, zeichnete seinen Unterricht aus. Er steckte sich das Ziel weit, und nur seiner ausgezeichneten Lehrgabe ist es zu verdanken, dass jeder strebsame Schüler seinem Unterricht folgen konnte. Weilenmann war ein Feind der enzyklopädischen Vielwisserei; aber er hat es verstanden, seine Schüler zu naturwissenschaftlichem Denken anzuleiten, und mancher Student hat auf der Hochschule wieder zu Weilenmanns Heften gegriffen, um sich dort Rat zu holen. — Auch den Teilnehmern des ersten Lehrerkurses der Universität Zürich sind Prof. Weilenmanns Experimentalvorträge zur Einführung in die Prinzipien der modernen Physik in bester Erinnerung.

Weilenmann fasste den Unterricht, die wissenschaftliche Forschung, das ganze Leben als ein Streben nach Wahrheit auf; das war der Inhalt seiner Religion. Milde im Urteil gegen die Mitmenschen — er konnte alle Schwächen übersehen, nur die Unwahrheit nicht — war er stets hilfsbereit und hatte für die Armen immer eine offene Hand und einen guten Rat. Seine eiserne Natur und sein stets rüstiger Geist schien jeder Bürde gewachsen. Da machte ein Schlaganfall dem reichen Leben ein plötzliches Ende. Ehre seinem Andenken!

Sitzungsberichte von 1906.

Sitzung vom 8. Januar 1906 auf Zimmerleuten.

Beginn 8¼ Uhr. Vorsitzender: Herr Prof. Dr. U. Grubenmann.

Der Präsident heisst die Mitglieder an der ersten Sitzung des neuen Jahres herzlich willkommen; er zeigt an, dass Herr Privatdozent Dr. Konrad Bretscher das Neujahrsblatt für 1906 geschrieben hat; es trägt den Titel: Zur Geschichte des Wolfes in der Schweiz. Dem Verfasser wird im Namen der Gesellschaft der beste Dank ausgesprochen, ebenso werden auch den Herren Prof. Kleiner und Bodmer-Beder ihre Bemühungen bei der Austeilung des Neujahrsblattes verdankt. Das Protokoll der letzten Sitzung erhält die Genehmigung.

Die Herren Dr. Rudolf Lämmel und Dr. Walter Minnich werden einstimmig in die Gesellschaft aufgenommen.

Durch die Herren Prof. Lang und Hescheler wird Frl. Dr. Marie Daiber, Assistentin am zoologischen Institut, als Mitglied vorgeschlagen. Der Vorsitzende weist darauf hin, dass die Eventualität der Aufnahme von Damen in unsere Gesellschaft schon vor einiger Zeit im Vorstande erwogen wurde und sich dabei die übereinstimmende Ansicht ergeben hat, es liege durchaus kein Grund zu einer ablehnenden Haltung vor. Zur Aufnahme wird ferner durch Herrn Prof. Grubenmann angemeldet:

Herr Dr. phil. et med. Arthur Wreschner, Privatdozent der Philosophie an beiden Hochschulen.

Herr Privatdozent Dr. Hermann Jordan macht „Weitere Mitteilungen über die physiologische Bedeutung der Ganglien bei den Wirbellosen".

Herr Prof. Dr. Albert Heim bringt „Mitteilungen über den geologischen Bau des Südfusses der Alpen".

An der Diskussion nehmen teil die Herren Prof. Grubenmann, Prof. Heim, Prof. Schröter, Direktor Huber, Dr. Erb.

Schluss der Sitzung 10 Uhr 30.

Sitzung vom 22 Januar 1906 im Auditorium 9 d der landwirtschaftlichen Schule des Polytechnikums.

Beginn 8¼ Uhr. Vorsitzender: Herr Prof. Dr. U. Grubenmann.

Für diese Sitzung, zu der auch zahlreiche Gäste erschienen waren, hatte Herr Dr. Jakob Huber. Chef der botanischen Abteilung des Goeldi-Museums für Naturwissenschaften in Pará (Brasilien), einen Vortrag über Pilzzüchtende Ameisen zugesagt. Die geschäftlichen Traktanden waren auf die folgende Sitzung vertagt, doch wird die Anmeldung von Herrn Bruno Zschokke, Privatdozent am Polytechnikum und Adjunkt an der eidg. Materialprüfungsanstalt, durch Herrn Prof. Grubenmann eingeführt, angezeigt.

Der Vortrag des Herrn Dr. Huber ist von Vorweisung zahlreicher Projektionsbilder begleitet. An der Diskussion beteiligen sich die Herren Prof. Standfuss und Dr. Huber. Der Vorsitzende spricht dem Vortragenden für seine prächtigen Darbietungen den wärmsten Dank aus und dankt ferner den Herren Prof. Schröter und Prof. Jaccard für die gütige Überlassung des Auditoriums mit Projektionsvorrichtung, sowie ersterem für seine Bemühungen, den Gast für unsern Kreis zu gewinnen.

Herr Dr. M. Rikli, Präsident der zürcher. botanischen Gesellschaft, lädt die Anwesenden auf kommenden Donnerstag zu einem weiteren Vortrag des Herrn Dr. Huber ein.

Schluss der Sitzung 10 Uhr 15.

Sitzung vom 5. Februar 1906 auf Zimmerleuten.

Beginn 8¼ Uhr. Vorsitzender: Herr Prof. Dr. U. Grubenmann.

Die Protokolle der Sitzungen vom 8. und 22. Januar erhalten die Genehmigung.

Die „American philosophical society" in Philadelphia sendet eine Einladung zur Feier des 200. Jahrestages der Geburt von Benjamin Franklin. Von der Entsendung einer Delegation soll abgesehen, die Einladung bestens verdankt werden.

Einstimmig werden in die Gesellschaft aufgenommen Fräulein Dr. Marie Daiber, Herr Privatdozent Dr. Arthur Wreschner und Herr Privatdozent Adjunkt Bruno Zschokke.

Durch Herrn Prof. Schinz liegt die Anmeldung des Herrn Heinrich Zürcher für die Firma Zürcher & Furrer, Buchdruckerei, in Zürich vor.

Herr Privatdozent Dr. Rudolf Höber hält einen Vortrag „Zur physikalischen Chemie des Protoplasmas".

An der Diskussion beteiligen sich die Herren Prof. Werner, Dr. Höber, Dr. Pfeiffer und Dr. H. C. Schellenberg.

Herr Dr. Leo Wehrli spricht über die geologische Entwicklung unserer Tonlager.

Die Diskussion wird von den Herren Prof. Heim, Prof. Grubenmann und Dr. Wehrli benutzt.

Schluss der Sitzung 10 Uhr 30.

Sitzung vom 19. Februar 1906 auf Zimmerleuten.

Beginn 8¼ Uhr. Vorsitzender: Herr Prof. Dr. U. Grubenmann.

Das Protokoll der letzten Sitzung wird verlesen und genehmigt. Am 6. Februar starb zu Berlin Herr Prof. Dr. Adolf Gusserow, seit 1868 Mitglied unserer Gesellschaft. Geboren 1836 zu Berlin, vertrat er von 1867 bis 1872 die Professur für Gynaekologie in Zürich, war auch von 1870—72 Rektor der Universität; 1872—78 wirkte er in Strassburg, von da an in Berlin. Das Andenken des Verstorbenen wird durch Erheben von den Sitzen geehrt.

Herr Heinrich Zürcher, von der Firma Zürcher & Furrer, wird einstimmig in die Gesellschaft aufgenommen.

Herr Prof. Dr. Max Standfuss hält einen Vortrag „Die Vorstufe der Art", der von zahlreichen Vorweisungen begleitet wird.

Diskussion: Herr Prof. Lang.

Herr Prof. Dr. Robert Burri spricht anschliessend „Über eine Bakterienkrankheit epidemischen Charakters in einem Bestande von Smerinthus-Raupen".

Diskussion: Herr Prof. Standfuss.

Schluss der Sitzung 9 Uhr 50.

Sitzung vom 5. März 1906 auf Zimmerleuten.

Beginn 8¼ Uhr. Vorsitzender: Herr Prof. Dr. U. Grubenmann.

Das Protokoll über die vorangehende Sitzung erhält die Genehmigung

Die Denkschriftenkommission der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft übersendet durch ihren Präsidenten, Herrn Prof. Dr. Arnold Lang, ein Zirkular, das unsere Gesellschaft zur Prüfung und Meinungsäusserung in der Angelegenheit der Gründung „Schweizerischer naturwissenschaftlich-mathematischer Berichte" auffordert; beigelegt sind ein Entwurf des Reglementes über die Veröffentlichung der projektierten neuen Zeitschrift, eine Liste der bis dahin angemeldeten Mitarbeiter, eine Mitteilung, dass der Vorsteher des eidg. Departements des Innern dem Projekte seine volle Sympathie entgegen bringe und es zu unterstützen und fördern bereit sei. Weil die Rückäusserung bis 1. April 1906 erfolgen soll, kann die Behandlung des Traktandums nicht bis zur Hauptversammlung verschoben werden. Der Vorstand und die Druckschriftenkommission sind nach eingehender Prüfung der Angelegenheit einstimmig zum Schlusse gelangt, der Gesellschaft vorzuschlagen, sie wolle der Druckschriftenkommission der schweiz.-naturforsch. Gesellschaft mitteilen, dass sie die Gründung dieser Zeitschrift sehr begrüsse und ihr möglichste Unterstützung und Förderung werde zukommen lassen.

Nach Verlesung der wichtigsten Teile des Entwurfes des Projekts wird dieser Antrag ohne Widerspruch angenommen.

Herr Prof. Dr. Carl Schröter hält einen Vortrag „Die Pteridospermen (Samentragende Farne), eine neuentdeckte Übergangsgruppe zwischen Farnen und Nacktsamern", der von zahlreichen Demonstrationen und Vorführung von Projektionen begleitet wird.

An der Diskussion beteiligen sich die Herren Prof. Heim und Prof. Schröter.

Schluss der Sitzung 9 Uhr 30.

Hauptversammlung vom 28. Mai 1906 auf Zimmerleuten.

Beginn 7¼ Uhr. Vorsitzender: Herr Prof. Dr. U. Grubenmann.

Das Protokoll der vorangehenden Sitzung wird genehmigt.

Der Vorsitzende gedenkt des am 26. Februar d. J. verstorbenen Mitgliedes Herrn Apotheker Gottlieb Lüscher. Geboren am 30. September 1857 zu Seon im Kt. Aargau, war der Dahingeschiedene seit 1884 in Zürich ansässig. Seine hervorragenden Eigenschaften des Geistes und sein goldlauterer Charakter gewannen ihm die Hochschätzung aller Bekannten und besonders seiner Fachgenossen, die ihm durch Wahl in die verschiedensten Ämter pharmaceutischer Vereine ihr Vertrauen bekundeten; Herr Lüscher gehörte auch der eidgenössischen Medizinalprüfungskommission an. Seit früher Jugend hat er sich für die Naturwissenschaften begeistert, und reichhaltige botanische und zoologische Sammlungen zeugen von seinem Sammeleifer. Seit 1887 war er ein eifriges Mitglied unserer Gesellschaft. Die Versammlung ehrt sein Andenken durch Erheben von den Sitzen.

Zur Aufnahme in die Gesellschaft werden angemeldet durch Hrn. Prof. Zangger:

Herr Prof. Oskar Bürgi, Prof. der Chirurgie an der vet.-med. Fakultät, Herr Prof. Dr. Otto Zietschmann, Prof. der Anatomie an der vet.-med. Fakultät.

Durch Herrn Ed. Bissegger:

Herr Dr. Johannes Eggenberger, Abteilungschef der schweiz. Rückversicherungsgesellschaft in Zürich.

Zu sofort folgender Abstimmung werden die Herren einstimmig zu Mitgliedern gewählt.

Der Quästor, Herr Dr. Kronauer, legt die Rechnung für 1905 vor.

		Fr. Rp.
Einnahmen:	Zinsen von Haupt- und Illustrationsfonds	3,679. 70
	Beiträge der Mitglieder	4,574. —
	Neujahrsblatt	378. 80
	Katalog	61. —
	Vierteljahrsschrift	151. 26
	Ordentliche Beiträge von Behörden und Gesellschaften	2,700. —
	Allerlei	119. 10
	Summe der ordentlichen Einnahmen:	11,663. 86
	Ausserordentliche Einnahmen des Voranschlags (Geschenk der Baugartengesellschaft und eines Mitgliedes)	580. —
	Gesamtsumme der Einnahmen:	12,243. 86

		Fr. Rp.
Ausgaben:	Bücher	4,189. 12
	Buchbinderarbeit	1,009. 60
	Neujahrsblatt	535. 60
	Vierteljahrsschrift	3,519. 35
	Katalogisierungsarbeiten	9. 86
	Miete für Heizung und Beleuchtung	126. 70
	Besoldungen	2,538. 80
	Agio auf Wertschriften	50. —
	Verwaltung	518. 95
	Allerlei inkl. elektrische Beleuchtung	134. 83
	Gesamtsumme der Ausgaben:	12,632. 81

Gegenüber dem Voranschlag ergab sich ein Überschuss der Einnahmen von Fr. 203. 86, herrührend von einem etwas höhern Zinsenertrag, vermehrten Mitglieder- und Katalogbeiträgen und einem höhern Ertrage der Referate in der N. Z. Z., sodann ein Minderbetrag der Ausgaben von Fr. 107. 19. Infolgedessen hat sich das im Voranschlag mit 700 Fr. vorgesehene Defizit auf Fr. 388. 95 reduziert. Allein auch dieses Defizit verschwindet in Wirklichkeit, indem durch die hochherzigen Zuwendungen von sieben Mitgliedern, denen auch an dieser Stelle nochmals der verbindlichste Dank der Gesellschaft ausgesprochen sei, der Gesellschaftskasse im ganzen Fr. 11,550 zuflossen, nämlich von fünf Mitgliedern zusammen Fr. 550, von einem Mitglied Fr. 1000 und von einem Mitglied Fr. 10,000.

Damit stellt sich der Überschuss der Einnahmen über die Ausgaben auf Fr. 11,161.05, welcher folgende Verwendung finden soll:

a) Fr. 10,000 nach dem ausdrücklichen Wunsche des Spenders zur Vermehrung des Stammkapitals.

b) Fr. 1000 nach dem Antrage des Vorstandes zur Erhöhung des Illustrationsfonds, dem vor einigen Jahren diese Summe entnommen wurde, um den Hauptfond auf statutenmässiger Höhe zu erhalten.

c) Der Rest von Fr. 161.05 zu freier Verfügung. Das Gesamtvermögen der Naturforschenden Gesellschaft stellt sich somit Ende 1905 auf Fr. 87,881.18, wovon, sofern die Anträge angenommen werden, auf den Hauptfonds Fr. 81,381.18, auf den Illustrationsfonds Fr. 6500 entfallen.

Die Rechnungsrevisoren, die Herren Prof. Dr. Rudio und Prof. Dr. Kiefer in Vertretung von Herrn Escher-Kündig, haben die Rechnung für 1905 geprüft, mit den Belegen verglichen und alles in bester Ordnung befunden. Sie beantragen, Herrn Dr. Kronauer die Rechnung abzunehmen und ihm den Dank der Gesellschaft für seine sorgfältige und umsichtige Arbeit auszusprechen.

Die Gesellschaft stimmt diesen Anträgen zu und akzeptiert die Vorschläge für die Verwendung des Einnahmenüberschusses.

Herr Dr. Kronauer legt das Budget für 1906 vor.

Von der h. Regierung des Kts. Zürich ist der Naturforschenden Gesellschaft in verdankenswerter Weise für das Jahr 1906, und wie wir gerne hoffen wollen, auch für die folgenden Jahre, statt des bisherigen Beitrages von Fr. 1000 ein solcher von Fr. 1500 zugesagt worden. Dies, zusammen mit der infolge der Schenkungen erhöhten Zinseneinnahme, mit einer durch die Zunahme der Mitgliederzahl etwas erhöhten Einnahme an Mitgliederbeiträgen, ermöglicht nun ein Budget aufzustellen, das, wenn auch immer noch in bescheidenen Rahmen gehalten, doch zu vermeiden gestattet, dass, wie es in den letzten vier Jahren der Fall war, immer und immer wieder an die Opferwilligkeit der Mitglieder appelliert werden muss. Der vom Vorstand festgesetzte Voranschlag lautet:

Einnahmen.		
Ordentliche Zinsen	Fr.	4,100. —
Mitgliederbeiträge	„	4,850. —
Neujahrsblatt	„	400. —
Katalog	„	76. —
Vierteljahrsschrift	„	150. —
Beiträge von Behörden und Gesellschaften	„	3,200. —
Allerlei	„	100. —
Zusammen	Fr.	12,876. —
Ausserordentliche	„	773. 50
Total	Fr.	13,649. 50

Ausgaben.		
Bücher	Fr.	4,250. —
Buchbinderarbeit	„	1,100. —
Neujahrsblatt	„	550. —
Vierteljahrsschrift	„	4,000. —
Katalogisierungsarbeiten	„	50. —
Miete, Heizung und Beleuchtung	„	150. —
Besoldungen	„	2,500. —
Verwaltung	„	500. —
Allerlei	„	49. 50
Total	Fr.	13,149. 50

Die ausserordentlichen Einnahmen rühren her 1. aus dem Legate des Herrn Prof. v. Kölliker sel. im Betrag von Mk. 500 gleich Fr. 613. 50 und 2. aus einer ganz zufälligen Quelle, bei Gelegenheit der Vermehrung des Aktienkapitals der Thurg. Hypothekenbank, im Betrag von Fr. 160.

Der Vorstand beantragt in betreff der Verwendung dieser ausserordentlichen Einnahmen:

Vom Legat Kölliker sind Fr. 500 dem Stammkapital zuzuschlagen mit der ausdrücklichen Bedingung, dass sie sofort zur Weiterführung der laufenden Jahrgänge der „Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie" verwendet werden, im Falle diese Zeitschrift nicht mehr geschenkweise eingehen sollte. Der Rest von Fr. 273. 50 ist für die gewöhnlichen Ausgaben zur Verfügung zu stellen.

Der Voranschlag für die Ausgaben weist im ganzen dieselben Ansätze wie derjenige für 1905 auf und zeigt eine Erhöhung nur in dem Posten Vierteljahrsschrift mit Fr. 500, die durch bevorstehende Vermehrung der Auflage und die Bedeutung des Gesellschaftsorganes, besonders für den Tauschverkehr, durchaus gegeben erscheint.

Das Budget erhält in der angeführten Form die Genehmigung.

Der Vorsitzende konstatiert mit Befriedigung, dass die Finanzlage der Gesellschaft sich soweit gebessert hat, dass es möglich ist, mit Hülfe der erhöhten Subventionen der Behörden ein Budget aufzustellen, welches nicht die Notwendigkeit in sich birgt, an die private Opferwilligkeit der Mitglieder zu appellieren. Die Anforderungen, welche die unserer Gesellschaft gesetzten Aufgaben mit sich bringen, werden sich jedoch immer mehr steigern, und so ist es Pflicht, sich auch weiterhin um die Äufnung neuer Finanzquellen umzutun und vor allem auch neue Mitglieder zu werben.

Dem Herrn Quästor wird für seine umsichtige Besorgung der Geschäfte nochmals der beste Dank ausgesprochen.

Der Aktuar, Herr Prof. Dr. Hescheler, verliest den Bericht über die wissenschaftliche Tätigkeit und den Bestand der Naturforschenden Gesellschaft 1905/06.

Die Betätigung der Gesellschaft an den Sitzungen bewegt sich seit einer Reihe von Jahren in ungefähr dem gleichen Rahmen, was die Zahl der Versammlungen, der Vorträge und den Besuch der Sitzungen anbetrifft. Man wird in dieser Richtung auch höchstens die eine Änderung herbeiwünschen, dass der Stamm der Mitglieder, die zu den regelmässigen Teilnehmern der Zusammenkünfte gehören, sich weiter vergrössern möge. Es darf übrigens gerade diesmal über die Beteiligung an den Sitzungen nicht geklagt werden; wussten doch die durchweg allgemein interessierenden Vorträge stets eine ansehnliche, oft eine recht zahlreiche Zuhörerschaft herbeizuziehen. Im Berichtsjahre genossen wir auch einmal das Vergnügen, einen Gast, Herrn Dr. J. Huber aus Pará, sprechen zu hören. Die Zahl der Sitzungen, die heutige Hauptversammlung eingerechnet, betrug 10; Vorträge und Mitteilungen wurden 13 geboten. Sie verteilen sich auf die Gebiete der Botanik mit 3, Zoologie 3, Physiologie 2, Geologie 2, Mineralogie 1, Chemie 1, Pathologie 1.

Die seit einigen Jahren eingeführte Institution der Berichterstattung über die Sitzungen in der Neuen Zürcher-Zeitung funktionierte auch dieses Jahr in gewohnter Weise; es sei hier allen den Herren der herzlichste Dank ausgesprochen, die durch Autorreferate an der Arbeit sich beteiligt und dazu noch durch Verzichtleistung auf ein Honorar zu gunsten der Kasse die Gesellschaft besonders verpflichtet haben.

In die nachfolgende, chronologisch geordnete Liste der Vorträge und Mitteilungen ist eingangs auch der in der letztjährigen Hauptversammlung gehaltene Vortrag eingefügt worden.

Vorträge und Mitteilungen.

Herr Prof. Dr. H. Zangger: Der Colloidalzustand im allgemeinen und seine Bedeutung für Physiologie und Pathologie.
„ Prof. Dr. A. Lang: Vererbung und Variabilität bei Schnecken.
„ Dr. H. C. Schellenberg: Die Celluloseformen der Pflanzen.
„ Prof. Dr. Paul Ernst: Die parasitäre Ätiologie des Carcinoms.
„ Prof. Dr. G. Lunge: Geschichtliches und Neuerungen in der Fabrikation von Nitrocellulosen (Schiessbaumwolle und Collodionwolle).
„ Dr. F. Weber: Über zwei neue schweiz. Danburitvorkommen.
„ Dr. H. Jordan: Weitere Mitteilungen über die physiologische Bedeutung der Ganglien bei den Wirbellosen.
„ Prof. Dr. A. Heim: Mitteilungen über den geologischen Bau des Südfusses der Alpen.

Herr Dr. J. Huber, Pará: Pilzzüchtende Ameisen.
„ Dr. R. Höber: Zur physikalischen Chemie des Protoplasmas.
„ Dr. L. Wehrli: Die geologische Entwicklung unserer Tonlager.
„ Prof. Dr. M. Standfuss: Die Vorstufe der Art.
„ Prof. Dr. R. Burri: Über eine Bakterienkrankheit epidemischen Charakters in einem Bestande von Smerinthus-Raupen.
„ Prof. Dr. C. Schröter: Die Pteridospermen (Samentragende Farne), eine neu entdeckte Übergangsgruppe zwischen Farnen und Nacktsamern.

Die Vierteljahrsschrift konnte im Jahr 1905 mit dem Erscheinen des 50. Jahrganges ein Jubiläum begehen. Die Redaktion hat nicht unterlassen, den Band in ein festliches Gewand zu kleiden, indem sie ihn widmete „der Erinnerung an Albert Mousson, Albert Kölliker, Johann Jakob Horner, Heinrich Frey, Oswald Heer und Rudolf Wolf, die Gründer und eifrigen Förderer der vor 50 Jahren ins Leben gerufenen Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich".

Was diese Männer geschaffen, sagt das Vorwort, hat reiche Früchte getragen — immer mehr ist die Vierteljahrsschrift der Sammelpunkt geworden für die gesamte naturwissenschaftliche Arbeit in Zürich. Ein besonderes Kapitel in den Notizen zur schweizerischen Kulturgeschichte gibt einen kurzen Überblick über die Entwicklung des Gesellschaftsorganes. Nachdrücklich wird darauf hingewiesen, wie mit steigender Bedeutung der Vierteljahrsschrift ihr Wert als Tauschmaterial entsprechend sich mehrt; die Gesellschaft hat daher allen Grund, dem Ausbau und der Vervollkommnung des Organs besondere Sorgfalt angedeihen zu lassen. Das so klar ersichtliche Gedeihen der Zeitschrift legt sprechendes Zeugnis dafür ab, dass die gegenwärtige Leitung es an der nötigen Fürsorge nicht fehlen lässt.

Der 50. Jahrgang umfasst 627 Seiten; es sind ihm 2 Tafeln beigegeben. Von den 15 Abhandlungen, die er enthält, gehören an: dem Gebiete der Physik 2, der Mathematik 4, der Geologie 3, der Botanik 3, der Zoologie 1 und der Astronomie 1; dazu gesellt sich eine weitere Serie von Notizen zur Schweizerischen Kulturgeschichte. Wie gewohnt, enthält der Band die Sitzungsberichte und den Bibliotheksbericht des betreffenden Jahres, sowie ein Mitgliederverzeichnis, abgeschlossen auf 31. Dezember 1905. Eine willkommene Beigabe ist sodann in dem die Bände der letzten Dekade (1896—1905) umfassenden Inhaltsverzeichnis zu begrüssen.

Als Neujahrsblatt gab die Gesellschaft eine Abhandlung: Zur Geschichte des Wolfes in der Schweiz, verfasst von Herrn Privatdozent Dr. Konrad Bretscher, heraus.

Mitgliederbestand. Die Zahl der im Berichtsjahre erfolgten Eintritte ist eine recht erfreuliche, nicht weniger als 24 sind zu verzeichnen. Von den zukünftigen Chronisten der Gesellschaft darf dieses Jahr in besonderer Weise vorgemerkt werden, weil es uns die erste Aufnahme einer Dame brachte.

Leider notieren wir aber auf der andern Seite eine grössere Zahl von Austritten, und auch der Tod hat manche Lücken gerissen.

Es starben im Berichtsjahre die Herren

Direktor Dr. Robert Billwiller,
Geheimrat Prof. Dr. Franz Reuleaux, Ehrenmitglied,
„ Prof. Dr. Albert von Kölliker, „
Prof. Dr. Adolf Gusserow,
Gottlieb Lüscher, Apotheker.

Ausgetreten sind die Herren

Prof. Dr. E. Bamberger,
Prof. Dr. A. Krämer,
Prof. Dr. E. Meumann,
Prof. Dr. W. Ritter,
Dr. med. H. Rüttimann, Malters.
Dr. phil. Ad. Scherrer, Assistent, Wädenswil.

Das Ausscheiden einer grösseren Zahl von Mitgliedern, darunter langjährige und verdiente, wird lebhaftes Bedauern erwecken. Die Begründung des Austrittes, durchweg wohl motiviert, wird in den Fällen, wo schwere Erkrankung die Ursache bildet, der herzlichen Anteilnahme seitens aller Mitglieder rufen.

Im Mai 1905 zählte die Gesellschaft 270 ordentliche, 20 Ehren- und 2 korrespondierende Mitglieder. Das auf 31. Dezember 1905 abgeschlossene Verzeichnis nennt 285 ordentliche, 18 Ehren- und 2 korrespondierende Mitglieder. Heute beläuft sich die Zahl der ordentlichen Mitglieder auf 284.

Der Bericht des Aktuars wird genehmigt und verdankt.

Der Bibliothekar, Herr Prof. Dr. Hans Schinz verliest den

Bibliotheksbericht.

Die Zahl der Entleiher von Büchern aus dem Bücherbestand unserer Gesellschaft belief sich im Jahre 1905 auf 97 gegenüber von 171 im Jahre 1904, es wurden, abgesehen von den bei den Professoren Lang, Werner und Schinz deponirten Serien, aus der Bibliothek 1502 Werke entliehen, im Jahre 1904: 3709. Diese Differenz mag zum Teil davon herrühren, dass aus unserer Bibliothek in allererster Linie Werke aus den Gebieten der beschreibenden Naturwissenschaften entliehen werden, und es kommen da namentlich Zoologie, Botanik und Palaeontologie in Betracht. Die Benutzer der Bibliothek wissen nun, dass die wichtigern zoologischen und botanischen Werke zur grössern Zahl in den betreffenden Instituten deponiert sind, im zoologischen und in den drei botanischen Instituten, und sie wenden sich daher in der Regel in erster Linie an diese, wenn sie ein Buch aus diesen Wissensgebieten aus unserer Bibliothek zu erhalten wünschen.

Das Ausleihen geschieht dann direkt von diesen Instituten aus und infolge dessen figurieren diese Zahlen nicht in unserm Jahresbericht. Dieser Ausleihemodus entlastet unsern Abwart um ein Beträchtliches, er kommt aber auch direkt unseren Finanzen zu Gute, da die Vorstände der genannten Institute freiwillig einen höheren Jahresbeitrag einzahlen.

Der Lesesaal wurde durchschnittlich täglich von 10 bis 12 Personen besucht, von denen einzelne im Lesesaal auch arbeiteten, um nicht die zu konsultierenden Bücher nach Hause mitnehmen zu müssen.

Das Bibliothekariat ist entsprechend dem ihm gewordenen Auftrage bemüht gewesen, die Zahl der Tauschgesellschaften nach Möglichkeit zu erweitern und wird auch in Zukunft alle dahin gehenden Vorschläge und Anträge gerne zur Verwirklichung zu bringen suchen; wir erbitten uns hiezu die Unterstützung aller Mitglieder, die namentlich dann eine sehr wirkungsvolle ist, wenn in unserer Vierteljahrsschrift der Reihe nach alle in der Gesellschaft vertretenen Disciplinen Vertretung finden.

Anzahl der Tauschgesellschaften: Schweiz 40; Deutschland 106; Oesterreich-Ungarn 41; Holland 13; Dänemark, Schweden, Norwegen 20; Frankreich 36; Belgien 11; England 31; Italien 29; Spanien, Portugal 7; Russland, Rumänien 21; Amerika 98; übrige Länder 22. Total 475 (1904:466).

Aufgegeben wurde: Transactions of the Scottish Natural History Society, Edinburgh, d. h. es wurde uns kurzer Hand seitens genannter Gesellschaft mitgeteilt, dass sie für die Zukunft auf die Zusendung unserer Vierteljahrsschrift verzichte!

Zahl der angeschafften Periodica: Akademien, Allgemeines 32 (1904:30); Astronomie, Meteorologie 4; Botanik 16 (1904:15); Geographie, Ethnographie 11; Geologie, Petrographie, Mineralogie und Palaeontologie 21; Mathematik 15; Physik, Chemie 15 (1904:14); Zoologie 16. Zusammen 130 (1904:126, 1903:123).

Neuanschaffungen:

Brusina: Iconographia Molluscorum fossilium; Agram 1902.

Deutsche Südpolar-Expedition 1901/03; Berlin 1905, Band I, Heft 1 und Band IX, Heft 1 und 2 (Zoologie).

Moissan, Traité de Chimie Minerale, 5 Bände; Paris 1904/06.

Bartholomews Physical Atlas, vol. III, (Atlas of Meteorology: Edinburgh 1899).

Gervais, Zoologie et Paléontologie françaises (Animaux Vertébrés); Paris 1859.

Heavside, Electromagnetic Theory 2 Bände; London 1893.

Journal für Ornithologie (Band LIII, Heft 1—4; Leipzig 1905).

Die Zahl der ausgegebenen Bürgscheine zwecks Benutzung der Bibliothek seitens Nichtmitgliedern betrug im Jahre 1905:65 (1904:56; 1903:123).

Die Revision der Bibliothek fand im September 1905 statt; es wurden keine Abgänge von Büchern dabei konstatiert.

Von den gemeinsamen Zuwachsverzeichnissen der stadtzürcherischen Bibliotheken sind im Jahre 1905 ausgegeben worden: 1904 Band VIII, 4. Quartal; 1905 Band IX, 1. und 2. Quartal.

Der Verkehr mit dem Lesemuseum, der Versandt unserer Publikationen und die Mappenzirkulation geben zu keinen Bemerkungen Anlass.

An dieser Stelle darf wohl auch darauf hingewiesen werden, dass das Lesezimmer nunmehr elektrische Beleuchtung hat, wodurch die Feuersgefahr im Winter doch um etwas vermindert ist.

Zu ganz besonderem Danke sind wir der Verwaltung der befreundeten Stadtbibliothek verpflichtet, indem uns diese im verflossenen Jahre Platz auf dem Dachboden für die Lagerbestände der Vierteljahrsschrift etc. angewiesen hat, wodurch unsere eigentlichen Bibliotheksräume doch einigermassen entlastet werden konnten. Die Ueberlassung besagten Raumes wurde an die Bedingungen geknüpft, dass derselbe der Stadtbibliothek verbleibe und nicht an die naturforschende Gesellschaft abgetreten werde, dass die betr. Bestände unserer Bibliothek möglichst selten benutzt werden und dass sie unseren Organen nur unter Aufsicht derjenigen der Stadtbibliothek zugänglich seien und 3. dass dieses ganze Anerbieten nur auf Zusehen hin geschehe und jederzeit wieder zurückgezogen werden könne.

Das seit Alters bestehende vortreffliche Einvernehmen zwischen der Stadtbibliothek und der Bibliothek der naturforschenden Gesellschaft gibt uns Gewähr dafür, dass sich auch in Zukunft der gegenseitige Verkehr anstandslos wird abwickeln lassen.

Der Bibliotheksbericht wird genehmigt und dem Herren Bibliothekar für seine Bemühungen der beste Dank ausgesprochen.

Der Vorsitzende teilt mit, dass in der letzten Vorstandssitzung in längerer Diskussion die Frage erwogen wurde, wie sich bei der herannahenden Zentralisirung der hiesigen Bibliotheken unsere Gesellschaft zu dieser Frage stellen werde. Die Angelegenheit bedarf eines gründlichen Studiums, das nicht verzögert werden soll. Der Vorstand stellt deshalb der Hauptversammlung den Antrag:

Die Hauptversammlung beauftragt den Vorstand, in Bälde eine Kommission zu bestellen, welche die Frage der Abtretung der Bibliothek der naturforschenden Gesellschaft an die Zentralbibliothek zu studieren und einer Generalversammlung Anträge zu unterbreiten hat.

Im Vorstand hat die Meinung vorgeherrscht, dass diese Kommission fünf- oder siebengliedrig sein solle; die Hauptversammlung stimmt dem Antrag zu.

Wahlen. Es scheiden aus dem Vorstande aus die Herren Professoren Lang, Früh, Hescheler.

Herr Prof. Früh, der erst vor zwei Jahren als Beisitzer eingetreten war, und wegen Arbeitsüberhäufung seinen Rücktritt nimmt, konnte leider nicht zu längerem Verbleiben bewogen werden.

Es wurden gewählt:

als Präsident:	Herr	Prof. Dr. A. Werner
„ Vicepräsident:	„	Prof. Dr. M. Standfuss
„ Aktuar:	„	Dr. Emil Schoch
„ Bibliothekar:	„	Prof. Dr. Hans Schinz
„ Beisitzer:	„	Prof. Dr. U. Grubenmann
„ „	„	Direktor E. Huber-Stockar.

(Der Quästor kommt nicht in Neuwahl.)

Die Mitglieder der engern Bibliothekkommission (Fachbibliothekare), diejenigen der weitern Bibliothekkommission und diejenigen der Druckschriftenkommission werden auf eine weitere Amtsdauer bestätigt.

Zu Rechnungsrevisoren werden ernannt die Herren Prof. Burkhardt und Dr. Gysi.

Als Delegirte an die Versammlung der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft werden gewählt die Herren Prof. Werner und Dr. Schoch.

Herr Prof. Werner dankt für seine Erwählung zum Präsidenten der Gesellschaft, Herr Prof. Lunge spricht dem abtretenden Präsidenten und dem ausscheidenden Aktuar den Dank aus.

Der in Aussicht gestellte Vortrag wird wegen vorgerückter Zeit nicht gehalten.

Schluss der Sitzung 8 Uhr 20.

An die Verhandlungen schliesst sich ein gemeinsames Abendessen an.

Sitzung vom 12. November 1906 im Auditorium 9d der landwirtschaftlichen Schule des Polytechnikums.

Beginn 8¼ Uhr. Vorsitzender: Herr Prof. Dr. A. Werner.

Der Vorsitzende heisst die Anwesenden zum Beginn der Wintersitzungen willkommen, und teilt mit. dass das gewohnte Lokal auf Zimmerleuten in Folge eines Zunftanlasses nicht erhältlich war. Auf eine diesbezügliche Anfrage des Vortragenden stellte Herr Prof. Schröter gütigst einen Hörsaal seiner Abteilung zur Verfügung. Ihm und Herrn Prof. Jaccard, der die Benutzung des Projektionsapparates freundlich gestattete, spricht der Herr Vorsitzende den Dank der Gesellschaft aus. Die Verlesung des Protokolls wird auf die nächste Sitzung verschoben.

Zur Aufnahme in die Gesellschaft haben sich angemeldet:

Herr Apotheker Schläpfer-Rippstein, empfohlen durch die Herren Prof. Werner und Dr. Schoch.

Herr Dr. Fritz Adler, empfohlen durch die Herren Prof. Kleiner und Prof. Werner.

Herr Dr. Arnold Heim, empfohlen durch die Herren Prof. Heim und Prof. Schröter.

Leider hat die Gesellschaft den Verlust folgender Mitglieder zu beklagen:

1. Herr A. Bodmer-Beder, Mitglied der Gesellschaft seit 1890, langjähriges Mitglied verschiedener Kommissionen. Ihm verdankt die Gesellschaft ein Legat von 1000 Fr.

2. Herr Prof. Dr. Wilhelm Ritter, Professor am Polytechnikum, Mitglied seit 1883, Präsident 1896—1898.

3. Herr Prof. Dr. A. Weilenmann, Professor an der Kantonsschule und am Polytechnikum, Mitglied seit 1866, Aktuar 1870—1880.

Der Herr Vorsitzende gedenkt mit warmen Worten in Anerkennung der vielfachen Verdienste der Dahingeschiedenen und ersucht die Anwesenden sich zu ihren Ehren von den Sitzen zu erheben.

Herr Dr. Paul Arbenz hält einen Vortrag betitelt: „Der Ausbruch des Vesuv im April 1906" und begleitet ihn mit zahlreichen Projektionsbildern. Im Anschluss an den Vortrag bringt Herr Prof. Dr. Karl Egli interessante Details eigener Anschauung während des Ausbruchs.

Die Diskussion wird benutzt von den Herren Prof. Heim, Prof. Früh, Dr. Osswald und Dr. Arbenz.

Der Vorsitzende dankt für den zahlreichen Besuch und bittet im Interesse der Gesellschaft neue Mitglieder zu werben.

Schluss der Sitzung 10¾ Uhr.

Sitzung vom 26. November 1906 auf Zimmerleuten.

Beginn 8¼ Uhr. Vorsitzender: Herr Prof. Dr. A. Werner.

Die Protokolle der Hauptversammlung und der Sitzung vom 12. November werden verlesen und gutgeheissen.

Als neue Mitglieder werden einstimmig in die Gesellschaft aufgenommen die Herren:

Apotheker Schläpfer-Rippstein.

Dr. Arnold Heim.

Dr. Fritz Adler.

Herr Privatdozent B. Zschokke hält einen Vortrag „Die Metallographie, eine neue Untersuchungsmethode der Metalle", und begleitet ihn mit zahlreichen Projektionsbildern.

An der Diskussion beteiligen sich die Herren Prof. Grubenmann und Direktor Huber.

Der Vorsitzende ersucht um Anmeldung für Vorträge und kündigt auf den 10. Dezember einen Demonstrationsabend an.

Schluss der Sitzung 10½ Uhr.

Sitzung vom 10. Dezember 1906 auf Zimmerleuten.

Beginn 8¼ Uhr. Vorsitzender: Herr Prof. Dr. A. Werner.

Das Protokoll der letzten Sitzung wird verlesen und genehmigt.

Zur Aufnahme in die Gesellschaft werden angemeldet die Herren:

Dr. Fritz von Wyttenbach, empfohlen durch die Herren Prof. Egli und Prof. Silberschmidt.

Dr. Brockmann-Yerosch, empfohlen durch die Herren Prof. Schröter und Prof. Heim.

Demonstrationen:

Herr Prof. Dr. Heim weist in Vertretung seines leider durch Krankheit am Erscheinen verhinderten Sohnes, Herrn Dr. Arnold Heim, dessen Churfirsten-Panorama und Photographien von Karren vor.

Es demonstrieren ferner:

Herr Prof. Dr. Heim: Wüstenphänomene. Herr Dr. Thellung weist eine Wüstenpflanze vor.

„ „ Dr. Standfuss: Weitere Untersuchungen über die Vorstufe der Art.

„ „ Dr. Schröter: 1. Glaciale Parallelformen montanner Alchimillen. 2. Myrmekochore Pflanzen.

„ „ Dr. Grubenmann: Ein neuer Granatolivinfels aus dem Tessin.

An den Diskussionen beteiligen sich die Herren Dir. Huber, Prof. Werner, Prof. Abeljanz, Dr. Thellung, Dr. Röpke.

Schluss der Sitzung 10 Uhr.

Die Aktuare:

Karl Hescheler, Emil Schoch.

Bibliotheksbericht von 1906.

Der Bibliothek sind vom 15. Dezember 1905 bis zum 15. Dezember 1906 nachstehende Schriften zugegangen:

A. Geschenke.

Von Herrn G. Claraz, Zürich:

Revue scientifique, Paris, 5e série, 1905, 2e sémestre, nos. 20—27; 1906, 1er sémestre, nos. 1—26; 2e sémestre, nos. 1—15.

Von † Herrn Geh.-Rat Prof. Dr. Alb. v. Kölliker, Würzburg
(bezw. vom Verlag Engelmann in Leipzig):

Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie, Bd. LXXX, Heft 3—4; Bd. LXXXI, Heft 1—4; Bd. LXXXII—LXXXIV.

Von Herrn Prof. Dr. J. Heuscher, Zürich V:

Schweizer. Fischereizeitung, 1905, Jahrg. XIII, No. 11—12; 1906, Jahrg. XIV, No. 1—10.

Beiträge zu einer Monographie des Aegerisees. Pfäffikon (Zürich), 1906.

Von Herrn Prof. Dr. Ant. Magnin, Université, Besançon:

Archives de la flore jurassienne, année VI, 1905, nos. 56—60; année VII, 1906, nos. 61, 63—64, 67.

Von der tit. Stadtbibliothek, Zürich:

Klein, Herm. J. Allgemeine Witterungskunde. (Das Wissen der Gegenwart II.) Prag, 1882.

Valentiner, W. Die Kometen und Meteore. (Das Wissen der Gegenwart XXVII.) Leipzig, 1884.

Peters, C. F. W. Die Fixsterne. (Das Wissen der Gegenwart XVI.) Leipzig, 1883.

Geissler, Kurt. Mathematische Geographie (Sammlung Göschen). Leipzig, 1898.

Günther, Siegm. Physische Geographie. 2. Auflage. (Sammlung Göschen.) Stuttgart, 1895.

Fischer, L. Flora von Bern. 5. Auflage. Bern, 1888.

11 Dissertationen naturwissenschaftlichen Inhalts der Universität Königsberg aus den Jahren 1905—1906.

Von Herrn Dr. Emman. de Margerie, Paris:

La carte bathymétrique des océans. SA. Paris, 1905.

Von Herrn Ferran Alsina, Barcelona:

Nouvelles orientations scientifiques. Paris, 1905.

Von Herrn Prof. Dr. A. Wolfer, Sternwarte, Zürich IV:

Astronomische Mitteilungen Nr. XCVI. Zürich, 1905.

Von Herrn Dr. Eugen Bolleter, Zürich IV:

Fegatella conica (L.) Corda. Eine morphologisch-physiologische Monographie. Dissertation. Leipzig, 1905.

Von Herrn Dr. Otto Schlaginhaufen, Berlin-Friedenau und Dresden-A.:

Beiträge zur Kenntnis des Reliefs der Planta der Primaten und der Menschenrassen. SA. oO. 1905.

Ueber eine Schädelserie von den Marianen. SA. St. Gallen, 1906.

Zur Morphologie der Palma und Planta der Vorderinder und Ceyloner. SA. oO. 1906.

Von Herrn R. Fick, k. k. deutsche Anatomie, Prag (und namens seiner Geschwister):

Ad. Fick. Gesammelte Schriften, Bd. IV. Würzburg, 1905.

Von Herrn Dr. Arnold Heim, Zürich V:

Beziehungen zwischen Faltung und Denudation im Säntisgebirge. SA. Lausanne, 1906.

Zur Kenntnis der Glarner Ueberfaltungsdecken. Vortrag. SA. Berlin, 1905.

Verschiedene Hefte aus russischen und amerikanischen Zeitschriften [unvollständig].

Von Herrn Prof. Dr. Arnold Lang, Zürich IV:

Agricultural Gazette of New South Wales, 1905.

6. Congrès international de Zoologie. Compte-rendu des séances, 1904, Berne. Genève, 1905.

Von Herrn Prof. Dr. A. Rothpletz, München:

Das geotektonische Problem der Glarner Alpen. Text- und Tafelband. Jena, 1898.

Von Herrn G. Henriksen, Mineninspektor, Nystrand i Eidanger (Norwegen):

On the iron ore deposits in Sydvaranger, Finmarken-Norway, and relative geological problems. Christiania, 1902.

Sundry geological problems. Christiania, 1906.

Von Herrn Dr. Leo Wehrli, Zürich IV:

Die geologische Entstehung unserer Thonlager. Programm. Zürich, 1906.

Von Herrn R. Papauschek, Mähr.-Ostrau:

R. Nowicki und Hans Mayer. Flüssige Luft. 2. Auflage. Mähr.-Ostrau, 1906.

Von Herrn Dr. Wilh. Schulthess, Zürich V:

Sechs verschiedene Werke naturwissenschaftlichen Inhalts (Doubletten der Bibliothek).

Von Herrn H. Büeler-de Florin, Ingenieur, Zürich I:

Schweizer Erz-Bergbau. SA. Frankfurt a. M., 1906.

Von Herrn Prof. Dr. Ferd. Rudio, Zürich V:

F. Rudio, Wilh. Schmidt (1862—1905). SA. Leipzig, 1905.

F. Rudio und Carl Schröter. Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte. 14.—18. SA. Zürich, 1905.

H. Ganter und F. Rudio. Die Elemente der analytischen Geometrie der Ebene. I. Teil. 6. Auflage. Leipzig, Berlin, 1906.

Von Herrn L. Vöge, Zürich I.

Systematic Code for the relative decimal classification of a card bibliography of electrochemistry and allied subjects. Zürich, 1905.

Von Fräulein Kati Marcinowski, Zürich V:

Zur Entstehung der Gefässendothelien und des Blutes bei Amphibien. Preisschrift. Jena, 1906.

Von Herrn Konrad Wohlgemut in Frasnacht bei Arbon:

Aufsteigende und absteigende Entwicklung im Sonnensystem. Arbon, 1906.

Von Herrn Dr. Ulrico Hoepli, Libreria, Milano:

Opere matematiche di Francesco Brioschi. Tomo IV. Milano, 1906.

Von Dr. E. Houzé, Bruxelles:

Cro-Magnon, Grenelle et leurs métis. SA. Bruxelles, 1906.

Von Herrn Dr. J. Ulr. Duerst, Privatdozent, Würenlos:

Mart. Wilckens' Grundzüge der Naturgeschichte der Haustiere. Neubearbeitet von J. U. D. 2. Auflage. Leipzig, 1905.

B. Im Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

a) Schweiz.

Basel. Naturforsch. Gesellschaft, Verhandlungen, Bd. XVIII, Heft 2—3.

Bern. Schweiz. naturforsch. Gesellschaft, Verhandlungen, Bd. LXXXVIII, 1905.

Bern. Schweizer. Landesbibliothek, Bericht IX.

Bern. Eidgen. Oberbauinspektorat, Hydrometrische Abteilung, Schweiz. hydrometrische Beobachtungen. Hauptergebnisse 1902; Graphische Darstellung der Schweizer. hydrometr. Beobachtungen 1904; Wasserverhältnisse der Schweiz, Reussgebiet von der Quelle bis zur Aare, Teil II, 2. Hälfte; Uebersichtskarte der Hauptflussgebiete der Schweiz 1904.

Bern. Schweizer. botanische Gesellschaft, Berichte, Heft XV.

Frauenfeld. Thurgauische Naturforsch. Gesellschaft, Mitteilungen, Heft XVII.

Fribourg. Société fribourgeoise des sciences naturelles, Mémoires: Botanique, vol. II, fasc. 1; Géologie et Géographie, vol. IV, fasc. 1—2; Chimie, vol. II, fasc. 2; Bulletin vol. XIII, 1904/05.

Genève. Société helvétique des sciences naturelles, Compte-rendu des travaux, vol. LXXXVIII, 1905.

Genève. Société de physique et d'histoire naturelle, Mémoires, vol. XXXV, fasc. 2.

Lausanne. Société vaudoise des sciences naturelles, Bulletin, 5e série, vol. XLI, nos. 153/154; XLII. no. 155.

Locarno. Società ticinese di scienze naturali, Bollettino, anno II, no. 4—6.

Neuchâtel. Société neuchâteloise des sciences naturelles, Bulletin, tome XXXII, 1903/04.

Neuchâtel. Société neuchâteloise de géographie, Bulletin, tome XVI, 1905.

Neuchâtel. Commission géodésique suisse, Procès-verbal, vol. LII, 1906.

St. Gallen. Naturwissenschaftliche Gesellschaft, Jahrbuch 1904/05.

Schaffhausen. Schweizerische Entomologische Gesellschaft, Mitteilungen, Bd. XI, Heft 3—4.

Winterthur. Stadtbibliothek, Neujahrsblatt 1906.

Winterthur. Naturwissenschaftliche Gesellschaft, Mitteilungen, Heft VI, 1905/06.

Zürich. Schweizer. Ingenieur- und Architektenverein. Schweizer. Bauzeitung 1905, Bd. XLVI, No. 22-27; 1906, Bd. XLVII, No. 1-26; Bd. XLVIII, No. 1-19.

Zürich. Zuwachsverzeichnis der Bibliotheken, 1905, Bd. IX. No 3—4; 1906, Bd. X, No. 1.

Zürich. Stadtbibliothek, Jahresbericht 1905.
Zürich. Schweizer. meteorologische Zentralanstalt, Annalen, Jahrg. XLI, 1904.
Zürich. Physikalische Gesellschaft, Mitteilungen, 1906, No. 9.
Zürich. Museumsgesellschaft, Jahresbericht LXXII, 1905, und Beilage.

b) Deutschland.

Altenburg. Naturforschende Gesellschaft des Osterlandes, Mitteilungen, n. Folge, Bd. XII.
Bautzen. Naturwissenschaftliche Gesellschaft Isis, Sitzungsberichte und Abhandlungen 1902—1905 und Beilage.
Berlin. Deutsche chemische Gesellschaft, Berichte, Jahrg. XXXVIII, Heft 15—18; Jahrg. XXXIX, Heft 1—13.
Berlin. Gesellschaft Naturforschender Freunde, Sitzungsberichte 1905, No. 8—10; 1906, No. 1—6.
Berlin. Deutsche geologische Gesellschaft, Zeitschrift, Bd. LVI, Heft 4; Bd. LVII, Heft 1—4; Bd. LVIII, Heft 1.
Berlin. Kgl. preuss. Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte 1905, Heft 39—53; 1906, Heft 1—38.
Berlin. Botanischer Verein der Provinz Brandenburg, Verhandlungen 1905, Bd. XLVII.
Berlin. K. preussische geologische Landesanstalt und Bergakademie, Jahrbuch 1902, Bd. XXIII.
Berlin. K. preussisches meteorologisches Institut, Veröffentlichungen: Ergebnisse der Niederschlagsbeobachtungen 1902; Bericht über die Tätigkeit 1904; Jahrbuch 1904, Heft 1.
Berlin. Naturwissenschaftlicher Verein für Neu-Vorpommern und Rügen in Greifswald, Mitteilungen, Jahrg. XXXVII, 1905.
Berlin. Naturwissenschaftl. Verein für den Regierungsbezirk Frankfurt a. Oder, Helios, Bd. XXII—XXIII.
Braunschweig. Verein für Naturwissenschaften, Jahresberichte, Bd. XIV, 1903/05.
Braunschweig. Naturwissenschaftliche Rundschau, Jahrgang XX, No. 47—52; Jahrg. XXI, No. 1—45.
Bremen. Naturwissenschaftlicher Verein, Abhandlungen, Bd. XVIII, Heft 2.
Bremen. Deutsches meteorologisches Jahrbuch 1905, Bd. XVI.
Bremerhafen-Geestemünde. Verein für Naturkunde an der Unterweser, Separate Abhandlungen, Heft II.
Breslau. Schlesische Gesellschaft für vaterländische Kultur, Jahresbericht LXXXIII, 1905.
Danzig. Naturforschende Gesellschaft, Schriften, n. Folge, Bd. XI, Heft 4.
Darmstadt. Verein für Erdkunde und geologische Landesanstalt, Notizblatt, 4. Folge, Heft XXVI.
Dresden. Naturwissenschaftliche Gesellschaft Isis, Sitzungsberichte und Abhandlungen, Jahrg. 1905, Juli-Dezember; 1906, Januar-Juni.
Dresden. Genossenschaft Flora, Sitzungsberichte und Abhandlungen, n. Folge, Bd. IX, 1904/05.
Dresden. Verein für Erdkunde, Mitteilungen 1905, Heft 2; 1906, Heft 1.
Dürkheim. Pollichia, Naturwissenschaftlicher Verein, Mitteilungen, Beilage.
Elberfeld. Naturwissenschaftlicher Verein, Jahresbericht, Heft XI und Beilage.
Emden. Naturforschende Gesellschaft, Jahresbericht, Bd. LXXXIX, 1903/04.
Erlangen. Physikal.-medizinische Societät, Sitzungsberichte, Bd. XXXVII, 1905.

Frankfurt a. M. Senckenbergsche naturforschende Gesellschaft, Abhandlungen, Bd. XXX, Heft 1—2.
Frankfurt a. M. Physikalischer Verein, Jahresbericht 1904/05.
Freiburg i. Br. Naturforschende Gesellschaft, Berichte, Bd. XVI.
Giessen. Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde, Bericht, medizin. Abteilung, n. Folge, Bd. I.
Görlitz. Oberlausitzer Gesellschaft der Wissenschaften, Neues Lausitzer Magazin, Bd. XXXV, Heft 1—4; Bd. LXXXI und 2 Beilagen.
Göttingen. K. Gesellschaft der Wissenschaften, Nachrichten, mathemat.-physikal. Klasse, 1905, No. 4—5; 1906, No. 1—2; Geschäftliche Mitteilungen, 1905, Heft 2; 1906, Heft 1.
Halle. Verein für Erdkunde, Mitteilungen, Jahrg. XXX, 1906.
Halle. Kaiserl. Leopoldinisch-Carolin. deutsche Akademie der Naturforscher, Leopoldina, Heft XLI, No. 9—12; Heft XLII, No. 1—9; Nova Acta, Bd. LXXXI—LXXXIV.
Hamburg. Naturhistorisches Museum, Mitteilungen, Jahrg. XXII. 1904.
Hamburg. Mathematische Gesellschaft, Mitteilungen, Bd. IV, Heft 6.
Hamburg. Naturwissenschaftl. Verein, Verhandlungen 1905, n. Folge, Bd. XIII.
Heidelberg. Naturhistorisch-medizinischer Verein, Verhandlungen, n. Folge, Bd. VIII, Heft 2.
Hirschberg i. Schl. Deutscher und österreichischer Riesengebirgs-Verein, Der Wanderer im Riesengebirge, No. 278—289.
Hof. Nordoberfränkischer Verein für Natur-, Geschichts- und Landeskunde, Bericht, Bd. IV.
Karlsruhe. Grossherzogl. Sternwarte zu Heidelberg, Mitteilungen, Heft V—VI und Beilage.
Kassel. Verein für Naturkunde, Abhandlungen und Bericht, Bd. XLIX, 1903/05; Bd. L, 1906.
Kiel. Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchung der deutschen Meere in Kiel und der biologischen Anstalt auf Helgoland, Wissenschaftliche Meeresuntersuchungen, Abt. Helgoland, n. Folge, Bd. VII, Heft 2; Abt. Kiel, n. Folge, Bd. IX.
Königsberg. Physikal.-ökonom. Gesellschaft, Schriften, Jahrg. XLVI, 1905.
Leipzig. Kgl. sächsische Gesellschaft der Wissenschaften, Mathemat.-physikal. Klasse, Abhandlungen, Bd XXIX, Heft 5—6; Berichte über die Verhandlungen 1905, Bd. LVII, Heft 3—6; 1906, Bd. LVIII, Heft 1—2.
Leipzig. Naturforsch. Gesellschaft, Sitzungsberichte, Jahrg. XXX—XXXI, 1903/04.
Leipzig. Fürstl. Jablonowskische Gesellschaft, Jahresbericht 1906.
Leipzig. Verein für Erdkunde, Mitteilungen 1903, Heft II; 1904/05.
Lübeck. Geographische Gesellschaft und naturhistor. Museum, Mitteilungen, 2. Reihe, Heft XXI.
Meissen. Naturwissensch. Gesellschaft Isis, Mitteilungen 1905/06, Bd. I, Heft 1.
München. Bayerische botanische Gesellschaft, Mitteilungen 1906. No. 36—40.
München. Kgl. bayer. Akademie der Wissenschaften, mathemat.-physikal. Klasse, Abhandlungen, Bd. XXII, Abteil. III und 2 Beilagen; Bd. XXIII, Abt. I; Sitzungsberichte 1905, Heft 3; 1906, Heft 1—2.
München. Ornithologische Gesellschaft in Bayern, Jahresbericht 1904, Bd. V.
München. Hydrotechnisches Bureau, Abteilung der obersten Baubehörde, Jahrbuch 1900—1902, Heft IV, Teil 2; 1903, Heft I—IV; 1904, Heft I—V; 1905, Heft I—IV und 4 Beilagen; 1906, Heft I—II.

Mulhouse. Société industrielle, Jahresbericht 1905; Bulletin 1905 Novembre-Decembre; 1906, Janvier-Juillet; Procès-verbaux. 1905, pag. 187—270; 1906, pag, 1—188; Preisaufgaben für 1907.

Nürnberg. Naturhistorische Gesellschaft, Abhandlungen. Bd. XV, Heft 3; Jahresbericht 1904.

Posen. Naturwissenschaftlicher Verein der Provinz Posen (Deutsche Gesellschaft für Kunst und Wissenschaft), Zeitschrift der botanischen Abteilung, Bd. XII, Heft 2; Bd. XIII, Heft 1.

Potsdam. Astrophysikalisches Observatorium, Publikationen Bd. XV, Heft 3—6; Bd. XVI; Bd. XVIII, Heft 1.

Regensburg. Naturwissenschaftlicher Verein, Berichte, Heft X, 1903/04.

Stettin. Entomologischer Verein, Entomologische Zeitung, Jahrg. LXVI, Heft 2; Jahrg. LXVII, Heft 1.

Strassburg. Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften, des Ackerbaues und der Künste im Unter-Elsass, Monatsbericht 1905, No. 7—9; 1906, No. 1—7.

Strassburg. Geologische Landesanstalt von Elsass-Lothringen, Mitteilungen, Bd. V, Heft 5.

Stuttgart. Naturwissenschaftl. Verein für Sachsen u. Thüringen, Zeitschrift für Naturwissenschaft., 1905, Bd. LXXVII, Heft 6; 1906, Bd. LXXVIII, Heft 1—3.

Stuttgart. Verein für vaterländische Naturkunde, Jahreshefte, Jahrg. LXII und Beilage.

Wiesbaden. Nassauischer Verein für Naturkunde, Jahrbücher, Heft 3—5.

Würzburg. Physikalisch-medizin. Gesellschaft, Sitzungsberichte 1905, Heft 1—9.

c) *Österreich.*

Agram. Societas historico-naturalis croatica, Glasnik, Godina XVI, 2. Hälfte; Godina XVII, 1. Hälfte.

Bielitz-Biala. Beskiden-Verein, Mitteilungen, Jahrg. III, No. 1.

Brünn. Naturforsch. Verein, Verhandlungen, Bd. XLIII, 1904; Meteorologische Kommission, Bericht, Bd. XXIII 1903.

Brünn. Mährische Museumsgesellschaft, Mährisches Landesmuseum (früher Museum Francisceum), Zeitschrift, Bd. VI, Heft 1—6.

Budapest. Ungarische geologische Gesellschaft, Zeitschr. 1905, Bd XXXV, Heft 8—12; 1906, Bd. XXXVI, Heft 1—5.

Budapest. Regia Societas scientarum-natural. hungarica, Mathematische und naturwissensch. Berichte aus Ungarn, Bd. XXIII, 1905; Aquila, Bd. XII, 1905.

Budapest. Kgl. ungar. geologische Anstalt, Jahresbericht 1903 und Beilage; 1904 und Beilage; Mitteilungen, Bd. XIV, Heft 4—5; Bd. XV, Heft 2.

Budapest (O'Gyalla). K. ungar. Reichsanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus und des Zentral-Observatoriums in O'Gyalla, Bericht 1904, No. 5; Jahrbücher, 1902, Bd. XXXII, Teil 4; 1903, Bd. XXXIII, Teil 1, 3; Beobachtungen des kgl. ungar. meteorologisch-magnet. Observatoriums 1905, Oktober-Dezember.

Graz. Naturwissensch. Verein für Steiermark, Mitteilungen, Jahrg. 1905, Heft 42.

Innsbruck. Ferdinandeum für Tirol und Vorarlberg, Zeitschrift, 3. Folge, Heft XLIX.

Innsbruck. Naturwissenschaftl.-medizin. Verein, Berichte, Jahrg. XXIX, 1903—05.

Klagenfurt. Naturhistor. Landesmuseum von Karnten, Carinthia, 1905, No. 5—6; 1906, No. 1—3.

Klausenburg. Medizinisch-naturwissenschaftliche Sektion des siebenbürgischen Museal-Vereins, Sitzungsberichte (naturwissenschaftliche Abteilung), 1905, Jahrg. XXX, Heft 1—3.

Krakau. Akademie der Wissenschaften, Anzeiger, 1905, No. 8—10; 1906, No. 1—3 und Beilage.

Laibach. Musealverein für Krain, Mitteilungen Jahrg. XVIII, Heft 1—6; Izvestja, Letnik XV, Sesitek 1—6.

Linz. Museum Francisco-Carolinum, Jahresbericht LXIV, mit Beiträgen zur Landeskunde von Österreich ob der Enns, Lfg. LVIII.

Linz. Verein für Naturkunde in Österreich ob der Enns, Jahresbericht XXXV.

Prag. Kgl. böhmische Gesellschaft der Wissenschaften, mathem.-naturwissenschaftliche Klasse, Sitzungsberichte 1905; Jahresbericht 1905 und Beilage; Generalregister der Schriften 1884—1904.

Prag. Deutscher naturwissenschaftlich-medizin. Verein für Böhmen „Lotos“, Sitzungsberichte n. Folge Bd. XXV, 1905.

Prag. Deutscher polytechnischer Verein in Böhmen, Technische Blätter, 1905, Jahrg. XXXVII, Heft 1—4; 1906, Jahrg. XXXVIII, Heft 1.

Pressburg. Verein für Natur- und Heilkunde, Verhandlungen, n. Folge, Bd. XVI—XVII, 1904/05.

Rovereto. J. R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti degli Agiati, Atti, Seria III, vol. XI, 1905, No. 3—4; vol. XII, 1906, No. 1.

Trencsin. Naturwissenschaftlicher Verein des Trencsiner Comitates, Jahresbericht 1904/05.

Trient. Tridentum, Rivista mensile, annata VIII, 1905, fasc. 7—10; IX, 1906, fasc. 1—5.

Wien. K. K. geolog. Reichsanstalt, Jahrbuch 1906, Bd. LVI, Heft 1—2; Verhandlungen 1905, No. 13—18; 1906, No. 1—10.

Wien. Österr. Touristen-Club, Sektion für Naturkunde, Mitteilungen, Jahrg. XVII.

Wien. Zoologisch-botanische Gesellschaft, Verhandlungen Bd. LV, 1905.

Wien. K. K. Zentralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus, Jahrbücher, n. Folge, Bd. XLI, 1904, und Anhang.

Wien. Verein für Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse, Schriften, Bd. XLVI, 1905/06.

Wien. Naturwissenschaftlicher Verein an der Universität; Mitteilungen, 1905, Heft 6—8; 1906, Heft 1—7.

Wien. Kais. Akademie der Wissenschaften, mathemat.-naturwissenschaftliche Klasse, Sitzungsberichte, Abteilung I, Bd. CXIV, Heft 1—10; Abteilung IIa, Bd. CXIV, Heft 1—10; Abt. IIb, Bd. CXIV, Heft 1—10; Abt. III, Bd. CXIV, Heft 1—10; Mitteilungen der Erdbeben-Kommission, n. Folge, Heft 28—30.

d) Holland.

Amsterdam. K. Akademie van Wetenschappen, Proceedings, vol. VIII, part 1—2; Jaarboek 1905; Verslag, tome XIV, part 1—2; Verhandelingen 1. Sectie, deel IX, No. 2—3; 2. Sectie, deel XII, No. 3—4.

Amsterdam. Wiskundig Genootschap, Nieuw Archief, 2. Reeks, deel VII, No. 2—3; Wiskundige Opgaven met de Oplossingen, nieuwe Reeks, Bd. IX, No. 4—5.

Amsterdam. Société mathématique, Revue sémestrielle des publications mathématiques, tome XIV, part 1—2.

Haarlem. Musée Teyler, Archives, série II, vol. IX, p. 3—4; vol. X, part 1—2.
La Haye. Société hollandaise des Sciences à Haarlem, Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles, série II, tome XI, livr. 1—3.
Luxemburg. Société botanique du Grand Duché de Luxembourg, Recueil des mémoires et travaux, No. XVI, 1902/03.
Nijmegen. Nederlandsch botanische Vereeniging, Recueil, vol. II, livr. 3—4.
Utrecht. K. nederlandsch meteorolog. Instituut, Meteorolog. Jaarbœk voor 1904, A u. B; Mededeelingen en Verhandelingen, No. 102, Heft 1—4.
Utrecht. Nederlandsche Vereeniging voor Weer — en Sterrenkunde, Hemel en Dampkring, Jahrg. III, 1905/06, Lfg. 7—12; Jahrg. IV, 1906, Lfg. 1—6.

e) Dänemark, Schweden, Norwegen.

Bergen. Bergens Museum, Aarbog 1905, Heft 2—3; 1906, Heft 1—2; Aarsberetning 1905; Sars, Crustacea, vol. V, Coppepoda, Harpacticoida, part 11—14.
Christiania. Physiografiska Forening. Nyt Magazin for Naturvidenskaberne, Bd. XLIV, Heft 1—3.
Christiania. Videnskabs Selskabet, Forhandlingar 1905; Skrifter 1905.
Kjobnhavn. Danske Videnskabernes Selskabs, Forhandlingar, Oversigt 1905, No. 4—6; 1906, No. 1—3.
Kjobnhavn. Société botanique, Journal, tome XXVII, fasc. 1—2.
Lund. Acta Universitatis Lundensis, Ars-Skrift, 1904, Bd. XL, Teil II; n. Folge 1905, Bd. I.
Stavanger. Stavanger Museum, Aarsheft 1905, Bd. XVI.
Stockholm. Académie royale des Sciences de Suède, Observations météorologiques, 1904, Bd. XLVI; 1905, Bd. XLVII; Arsbok 1905; Handlingar, Bd. XXXIX, No. 6; Bd. XL, No. 1—5; Bd. XLI, No. 1—3, 5, Accessions-Katalog 1903/04, Teil 1—2; Arkiv: Mathematik, Astronomi und Physik, Bd. II, Heft 1—4; Bd. III, Heft 1; Kemi, Mineralogi, Geologi, Bd. II, Heft 2—3; Botanik, Bd. IV, Heft 4; Bd. V, Heft 1—4 und Beilage; Bd. VI, Heft 1—2; Zoologi, Bd. II, Heft 4; Bd. III, Heft 1—2.
Stockholm. Entomologiska Föreningen, Entomologisk Tidskrift 1905, Heft 1—4.
Stockholm. Sveriges geologiska Undersökning, Afhandlingar, Serie Aa, Heft 120, 125—126, 130—133; A1a, Heft 5; C, Heft 197—200 und 8 Karten.
Tromsö. Tromsö Museum, Aarsberetning, 1901—04; Aarshefter, Heft 21—22, Teil 3; 26—27.
Upsala. Universität. Universitets mineralogisk-geologiska Institution, Meddelanden, Heft 29; Aarskrift 1904, 1905; Jägersskiöld, Results of the Swedish Zoological Expedition to Egypt, part II.
Upsala. K. Gesellschaft der Wissenschaften, Nova Acta, 4. serie, vol. I, fasc. 1.

f) Frankreich.

Angers. Société d'études scientifiques, Bulletin, nouv. série, année XXXIV, 1904.
Autun. Société d'histoire naturelle, Bulletin vol. XVII—XVIII.
Besançon. Société d'émulation du Doubs, Mémoires, 7e série, vol. VIII, 1903/04.
Béziers. Société d'études des sciences naturelles, Bulletin vol. XXVI, 1903.
Bordeaux. Société des sciences physiques et naturelles, Procès-verbaux 1904/05; Table générale des matières de 1850—1900.
Bordeaux. Société Linnéenne, Actes, 6e série, vol. LIX; 7e série, tome IX.
Bourg. Société des Naturalistes de l'Ain, Bulletin no. 12—18.

Dijon. Académie des Sciences, Arts et Belles-Lettres, Mémoires, 4e série, tome IX, 1903/04.

Grenoble. Université, Annales 1905, tome XVII, no. 1—3; 1906, tome XVIII, no. 1.

Lille. Société géologique du Nord, Annales, vol. XXXIII, 1904; vol. XXXIV, 1905.

Lyon. Société d'Agriculture, Sciences et Industrie, Annal., 8e série, tome II, 1904.

Lyon. Société botanique, Annales, tome XXIX, 1904.

Lyon. Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts, Mémoires (Sciences et Lettres), 3e série, tome VIII.

Marseille. Faculté des Sciences, Annales, tome XV.

Montbéliard. Société d'émulation, Mémoires, vol. XXXII.

Montpellier. Académie des Sciences et Lettres, Mémoires de la section de Médecine, 2e série, tome II, no. 2.

Nancy. Société des Sciences, Bulletin des Séances, 3e série, tome VI, fasc. 1—4.

Nantes. Société des sciences naturelles de l'Ouest de la France, Bulletin, 2e série, année XV, 1905, no. 1—4.

Paris. Société mathématique de France, Bulletin, tome XXXIII, fasc. 4; tome XXXIV, fasc. 1—3.

Paris. Société des Jeunes Naturalistes, La Feuille, 4e série, année XXXV, no. 422; année XXXVI, nos. 423—432; année XXXVII, no. 433.

Paris. Société de biologie, Comptes-rendus 1905, tome LIX, nos. 33—38; 1906, tome LX, nos. 1—24; tome LXI, nos. 25—29, 31.

Paris. Société géologique de France, Bulletin, 4e série, 1902, tome II, no 6; 1903, tome III, no. 7; 1905, tome V, nos. 1—5.

Paris. Ecole polytechnique, Journal, 2e série, vol. X.

Paris. Comité international des Poids et Mesures, Procès-verbaux, 2e série, tome III, 1905.

Paris. Société scientifique de la France et de la Belgique, Bulletin scientifique 1905, vol. XXXIX.

Rennes. Université de Rennes, Travaux scientifiques, tome IV, 1905.

Toulouse. Faculté des sciences, Annales de l'Université, 2e série, tome VII, 1905, fasc. 2—4; tome VIII, 1906, fasc. 1.

Toulouse. Société d'histoire naturelle, Bulletin, 1905, vol. XXXIX, no. 2.

g) Belgien.

Anvers. Société royale de géographie, Bulletin, tome XXVIII, fasc. 4; tome XXIX, fasc. 1—4.

Bruxelles. Société belge de microscopie, Annales, année XXVII, 1900/01, no. 1.

Bruxelles. Académie royale de Belgique, Annuaire 1906; Bulletin de la Classe des Sciences, 1905, fasc. 1—5 und Beilage, 6—12; 1906, fasc. 1—4.

Bruxelles. Société belge de géologie, Bulletin, 2e série, tome IX, XIX. année, tome XIX, fasc. 1—5; tome X, XX. année, tome XX, fasc. 1—2.

Bruxelles. Observatoire royal de Belgique, Annales, physique du globe, nouv. série, tome III, fasc. 1.

Bruxelles. Société zoologique et malacologique, Annales, tome XXXIX, 1904.

Bruxelles. Société entomologique de Belgique, Annales, tome XLIX, 1905; Mémoires, vol. XII; vol. XIII, part 1; vol. XIV.

Gent. Vlaamsch natuur- en geneskundig Congres, Handelingen 1904, Abt. 1—5.

h) England.

Belfast. Natural history and philosoph. Society. Report and Proceedings 1904/05.
Cambridge. Philosophical Society, Proceedings, vol. XIII, part 4–6; Transactions, vol. XX, No. 7–10.
Dublin. Royal Irish Academy, Proceedings, Section B, vol. XXV, No. 6; vol. XXVI, No. 1–5; Transactions, Section B, vol. XXXIII, p. 1–2.
Dublin. Royal Academy of Medecine, Transactions, vol. XXIV.
Dublin. Royal Dublin Society, Scientific Proceedings, vol. XI, p. 6–9; Economic Proceedings, vol. I, p. 7; Scientific Transactions, series II, vol. IX, p. 2–3.
Edinburg. Royal Scottish geographical Society, Magazine, vol. XXI, No. 12; vol. XXII, No. 1–10.
Edinburg. Royal Society, Proceed., vol. XXIV; vol. XXV, p. 1–2; vol. XXVI, p. 1–4; Transactions, vol. XL, p. 3–4; vol. XLI, p. 1–2; vol. XLIII.
Edinburg. Geological Society, Transactions, vol. VIII, p. 3.
Edinburg. Mathematical Society, Proceedings, vol. XXIV, 1905/06.
Edinburg. Royal Physical Society, Proceedings, vol. XVI, No. 4–6.
Edinburg. Botanical Society, Transactions and Proceedings, vol. XXIII, p. 1.
Glasgow. Natural History Society, Transactions, vol. VI, p. 3; vol. VII, p. 1–2.
Liverpool. Biological Society, Proceedings and Transactions, vol. XIX, 1904/05; vol. XX, 1905/06.
London. Royal geographical Society, Geographical Journal, vol. XXVI, No. 6; vol. XXVII, No. 1–6; vol. XXVIII, No. 1–5.
London. Mathematical Society, Proceedings, series II, vol. III, p. 6–7; vol. IV, p. 1 und Beilage, 2–4.
London. Royal microscopical Society, Journal 1905, p. VI; 1906, p. I–V.
London. Royal Society, Proceedings series A, Mathematical and physical Scienc., vol. LXXVI, No. A 513; vol. LXXVII, No. A 514–520; vol. LXXVIII, No. A 521–524; series B, Biological Sciences, vol. LXXVII, No. B 514–521; vol. LXXVIII, No. B 522–526.
London. Zoological Society, Proceedings 1905, vol. I, part 1; vol. II, p. 1–2; 1906, pag. 1–178; Transactions, vol. XVI, part 3; vol. XVII, p. 1–5.
London. Royal Institution of Great Britain, Proceedings, vol. XVII, p. 3, No. 98; vol. XVIII, p. 1, No. 99.
London. Linneean Society, Journal: Botany, vol. XXXVI, No. 255–256; vol. XXXVII, No. 260–261; Zoology, vol. XXIX, No. 193–194; Proceedings, 1905, October, and List 1905/06.
London. The Naturalist, 1904, No. 1–12; 1905, No. 2, 4–11.
London (Hull) Yorkshire Naturalist's Union, Transactions, p. XXXIII, 1906.
London. Royal Astronomical Society, Memoirs, vol. LVII, part 1–2, and Appendix II zu vol. LV.
Manchester. Literary and philosophical Society, Memoirs and Proceedings, vol. L, part 1–3.
Manchester. Manchester Museum, Owens College, Publications No. 58–60.

i) Italien.

Catania. Accademia Gioenia di scienze naturali. Bollettino delle sedute, n. seria 1906, fasc. 87–91.
Firenze. R. Stazione di Entomologia Agraria, Redia, Giornale di Entomologia, 1904, vol. II, fasc. 2.

Milano. Società italiana di scienze naturali e del Museo Civico, Atti, vol. XLIV, fasc. 3—4; vol. XLV, fasc. 1—2; Index bis 1906.

Milano. Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere, Memorie, vol. XX, fasc. 5—6; Rendiconti, seria II, vol. XXXVIII, No. 4—16.

Napoli. Accademia delle scienze fisiche e matematiche, Rendiconto, seria III, vol. XI, No. 4—12.

Padova. Istituto d'igiene della R. Università, Pubblicazioni, vol. III.

Padova. Accademia Scientifica Veneto-Trentina-Istriana, Atti, nuova seria, anno II, fasc. 2.

Palermo. R. Istituto botanico, Contribuzioni alla biologia vegetale, vol. IV, fasc. 1.

Palermo. Società di Scienze naturali ed economiche, Giornale, vol. XXV, 1905.

Pisa. Società toscana di scienze naturali, Atti: Memorie, vol. XXI: Atti: Processi verbali, vol. XIV, No. 9—10; vol. XV, No. 1—4.

Roma. R. Accademia dei Lincei, Atti, 5. seria, vol. XIV, 2 semestre, fasc. 9—12; vol. XV, 1. semestre, fasc. 1—12; 2. semestre, fasc. 1—8; Rendiconti, anno CCCIII, 1906, vol. II.

Roma. Pontificia Accademia romana dei Nuovi Lincei, Atti, anno LVIII, No. 2—7; anno LIX, No. 1—3; Memorie, vol. XXIII.

Roma. Società romana di Antropologia, Atti, vol. XII, fasc. 2—3.

Roma. Comitato geologico d'Italia, Bollettino, 4. seria, 1905, No. 3-4; 1906, No. 1—2.

Roma. Società Zoologica Italiana, Bollettino, seria II, vol. VI, No. 4—8; vol. VII, No. 1—3.

Torino. R. Accademia delle scienze, Atti, vol. XL, No. 6—15; Indice zu vol. XXXI—XL; vol. XLI, No. 1—6; Memorie, II. seria, tome LV.

Torino. R. Accademia d'Agricoltura, Annali, vol. XLVIII, 1905.

k) Spanien, Portugal.

Coimbra. Universidade, Jornal de ciencias, mathematicas e astronomicas, vol. XV, No. 6.

Lisboa. Sociedade de Geographia, Boletin, 23. seria, 1905, No. 9—12; 24. seria, 1906, No. 1—8.

Lisboa. Direcção dos serviços geologicos, Choffat: Faune jurassienne du Portugal, 1904/05, und 4 Beilagen.

Porto. Academia Polytechnica, Annaes scientificos, vol. I, No. 2—3.

Zaragoza. Sociedad Aragonesa de Ciencias Naturales, Boletín, tomo IV, No. 9—10; tomo V, No. 1—8.

l) Russland.

Dorpat. Naturforscher-Gesellschaft der Universität, Schriften, Bd. XVI; Sitzungsberichte, 1904, Bd. XIV, Heft 1; Archiv für Naturkunde, 2. Serie, Bd. XIII, Lfg. 1.

Helsingfors. Societas pro Fauna et Flora fennica, Meddelanden, Bd. XXVIII—XXIX, 1901—03.

Helsingfors. Finska Vetenskaps-Societeten, Institut météorologique central, Observations météorologiques vol. XIX, 1900.

Helsingfors. Commission géologique, Bulletin, No. 16.

Kiew. Société des Naturalistes, Mémoires, tome XX, livr. 1.

Moscou. Société impériale des Naturalistes, Bulletin, 1905, nos. 1—3.

St. Petersburg. Kaiserl. mineralogische Gesellschaft, Materialien zur Geologie Russlands, Bd. XXII, Lfg. 2; Verhandlungen, 2. Serie, Bd. XLII, Lfg. 2; Bd. XLIII, Lfg. 1.
St. Petersburg. Acti horti petropolitani, tome XXIV, fasc. 3; t. XXV fasc. 1,
St. Petersburg. Académie impériale des sciences, Bulletin. 5e série, tome XVII, no. 5; tome XVIII—XXI; Mémoires, 8e série, vol. XVI, nos. 6, 9; vol. XVII, no. 7; vol. XIX, no. 2.
St. Petersburg. Observatoire physique central Nicolas. Annales 1903, p. I, II, fasc. 1—2; Publications, 2e série, vol. III; vol. XIV; vol. XVII, p. 2.
Riga. Technischer Verein, Industrie-Zeitung 1905, No 15—24; 1906, No. 1—18.
Riga. Naturforscher-Verein, Korrespondenzblatt, Bd. XLVIII.

m) Nord-, Süd- und Zentral-Amerika.

Baltimore. John Hopkins University, Circulars 1905, No. 3, 5—7, 9; 1906, No. 2.
Baltimore. American chemical Journal, vol. XXXIII, No. 3—5; vol. XXXIV, No. 1—6; vol. XXXV, No. 1—4.
Berkeley. University of California, Publications: Botany, vol. II, No. 7—11; Zoology, vol. I, No. 9; vol. II, pag. I—XVII, No. 3—8; vol. III, No. 1; College of Agriculture, Bulletin, No. 165—176; Circular No. 13; Register 1904/05; Quarterly Bulletin, new series, vol. VI, No. 3; vol. VII, No. 2.
Boston. American Academy of Arts and Sciences, Proceedings, vol. XL, No. 24; vol. XLI, No. 3—13 und Beilage, 14—35; vol. XLII, No. 1—9.
Brooklyn. Museum of the Brooklyn Institute of Arts and Sciences, Science Bulletin, vol. I, No. 7—8; Cold Spring Harbour Monographs, vol. VI.
Buenos-Ayres. Museo Nacional, Anales, 3. serie, tome V; tome XIII, pag. 97—167, 175—250.
Buenos-Ayres. Academia Nacional de Ciencias en Cordoba, Boletin, vol. XVII, No. 4; vol. XVIII, No. 1—2.
Chapel Hill. Elisha Mitchell Scientific Society, Journal, vol. XXI, No. 3—4; vol. XXII, No. 1—2.
Chicago. Field Columbian Museum, Publications: Anthropological series, vol. II, No. 4; vol. III, No. 1; Botanical series, vol. II, No. 3; Report series, vol. II, No. 5; Zoological series, vol. VI; vol. VII, No. 1; Geological series, vol. II, No. 7; vol. III, No. 2.
Chicago. University of Chicago, Botanical Gazette, vol. XL, No. 5—6; vol. XLI, No. 1—6; vol. XLII, No. 1—4; Decennial Publications, vol. X, 14 Hefte.
Chicago. Academy of Sciences, Bulletin, vol. II, No. 4; vol. III, No. 2; vol. V; Special Publications, No. 1.
Cincinnati. Society of Natural History, Journal, vol. XX, No. 5—7.
Cincinnati. Lloyd Library of Botany, Pharmacy and Materia Medica. Mycological Notes, No. 19—20.
Colorado (Boulder). University of Colorado, Studies, vol. III, No. 1—3.
Colorado Springs. Colorado College Studies, No. 15, 17; Publications. No. 17, 19.
Columbus. Ohio State University, Journal of Mycology, 1905, vol. XI, No. 79; 1906, vol. XII, No. 81—82; Ohio Naturalist, 1905/06, vol. VI, No. 1—8.
Des Moines. Iowa Geological Survey, Annual Report, vol. XV.
Halifax. Nova Scotian Institute of Science, Proceedings and Transactions, vol. XI, part 1.
Indianapolis. Indiana Academy of Sciences, Proceedings 1904.

Lancaster. American Mathematical Society, Bulletin, 2. series, vol. XII, No. 3—10; vol. XIII, No. 1; Annual Register 1906.

La Plata. Museo de la Plata, Revista, tomo XI, pag. 177—198; tomo XII, pag. 205—236.

La Plata. Direccion general de Estadistica de la Provincia de Buenos-Ayres, vol. VII, No. 66—68; Demografia 1899.

Lawrence. Kansas University, Science Bulletin, vol. VI, No. 2; vol. VII, No. 3.

Lincoln. University of Nebraska, Agricultural Experiment Station, Bulletin, No. 76—80, 84; University Studies, vol. V, No. 4; vol. VI, No. 1—2.

Lincoln. American microscopical Society, Proceedings, vol. LXXVII, 1904.

Madison. Wisconsin Geological and Natural History Survey, Bulletin, Economic series, No. 9 und Atlas.

Mexico. Observatorio meteorologico central, Boletin mensual, 1902, Oktober-November.

Mexico. Observatorio astronomico nacional de Tacubaya, Anuario 1906.

Mexico. Sociedad scientifica „Antonio Alzate", Memorias y Revista, tomo XIII, No. 9—10; tomo XXI, No. 1—12; tomo XXII, No. 1—6.

Mexico. Istituto geologico, Boletin, No. 20—21; Parergones, tomo I, No. 9—10.

Mexico. (Aguascalientes) El Instructor, anno XXII, 1905/06, No. 7—12; anno XXIII, 1906, No. 1—6.

Milwaukee. Public Museum, Annual Report, vol. XXIII, 1904/05.

Milwaukee. Wisconsin Natural History Society, Bulletin, n. series, vol. III, No. 4; vol. IV, No. 1—3.

Montana. University of Montana, Bulletin, No. 28—33, 35; Biological series, No. 12.

Montevideo. Museo Nacional, Anales, Seccion historico-philosófica, tomo II, No. 1—2.

New Haven. American Journal of Science, 4. series, vol. XX, No. 12; vol. XXI, No. 1—6.

New York. Academy of Sciences, Annals, vol. XVI, p. 2—3; Memoirs, vol. II, p. 3.

New York. New York Botanical Garden, Bulletin, vol. IV, No. 13; vol. V, No. 15.

Ottawa. Royal Society of Canada, Proceedings and Transactions, 2. series vol. XI, 1905.

Para. Museu Parænse (Museo Gœldi), Boletim, vol. IV, No. 4, und Beilage.

Philadelphia. Academy of Natural Sciences, Proceedings vol. LVII, 1905, p. II—III, vol. LVIII, 1906, p. I.

Philadelphia. American Philosophical Society, Proceedings, vol. XLIV, No. 179—181; vol. XLV, Nr. 182.

Philadelphia. Zoological Society, Annual Report, vol. XXXIV.

Philadelphia. University of Pennsylvania, Contributions from the Zoological Laboratory, 1904, vol. XI, p. 1—2; 1905, vol. XII, und Beilage; University Bulletin, 5. series, No. 4, p. 2, und 7 Beilagen; 6. series, No. 2, p. 2; No. 3, p. 4; No. 4, p. 1; No. 5, p. 2.

Rochester. Academy of Science, Proceedings, vol. III, pag. 231—344; vol. IV, pag. 149—231.

Rock Island. Augustana Library, Publications No. IV.

Rolla. State of Missouri, Bureau of Geology and Mines, Report, 2. series, vol. I—IV; Biennial Report 42—43; Structural and economic Geology, vol. XIII.

Santiago. Société scientifique du Chili, Actes, tome XV, 1905, No. 1—2.

St. Louis. Academy of Science, Transactions, vol. XIV, No. 7-8; vol. XV, No. 1-5.
Sao Paolo. Sociedade Scientifica, Revista, 1905, No. 2.
Tufts College, Studies, vol. II, No. 1—2.
Washington. U. S. Department of Agriculture, Yearbook 1904, 1905.
Washington. U. S. Naval Observatory, Report 1905.
Washington. Smithsonian Institution, Bulletin: U. S. National Museum, No 54-55; Annual Report 1904; Proceedings U. S. National Museum, 1903, vol. XXVIII; 1906, vol. XXIX, XXX; Annual Report of the U. S. National, Museum 1904; Contributions from the U. S. National Herbarium, vol. X, p. 1—2; Bureau of Ethnology, Annual Report, vol. XXIII, 1901/02; Bulletin, No. 28-29; Smithsonian miscellaneous Collections, No. 1572, 1574, 1584—1585; Smithsonian Contributions to knowledge, Hodkins Fund, No. 1651.
Washington. Philosophical Society, Bulletin, vol. XIV, p. 277—450.
Washington. Department of the Interior, U. S. Geological Survey, Bulletin, No. 234—240, 242—274, 276; Report, vol. XXV, 1903/04; vol. XXVI, 1904/05; Monographs, vol. XLVII; vol. XLVIII p. 1—2, und Atlas zu vol. XXXII; Professional Papers, No. 29—45, 48 p. 1—3, 49; Mineral Resources 1903/04; Water Supply and Irrigation Papers, No. 99—100, 103, 105—154, 157, 165—169, 171; Ethnological Survey, Publications, vol. I; vol. II, p. 2—3; vol. IV, p. 1.

n) Uebrige Länder.

Batavia. Kon. magnetic en meteorolog. Observatorium, Regenwaarnemingen in Ned.-Indië, 1904; Observations 1903, vol. XXVI; Verbeek, Description géologique de l'Ile d'Ambon, Texte et Atlas, 1905.
Batavia. Kon. natuurkundig Vereeniging in Ned.-Indië, Natuurkundig Tijdschrift, deel XLIII—XLV.
Bombay. Bombay branch of the Royal Asiatic Society, Journal, vol. XXII, No. LX.
Bombay. Anthropological Society, Journal vol. I, No. 1—8; vol. II, No. 1—8; vol. VII, No. 5—6.
Brisbane. Royal Society of Queensland, Proceedings vol. XIX, p. 2.
Calcutta. Geological Survey of India, Records, 1905, vol. XXXII, p. 3—4; 1906, vol. XXXIII, p. 1—4; vol. XXXIV, p. 1.
Calcutta. Asiatic Society of Bengal, Memoirs, vol. I, No. 1—9; Journal and Proceedings, vol. I, No. 5—10 und Extra-No.; vol. II, No. 1—3.
Calcutta. Department of Agriculture, Botanical series, Memoirs, vol. I, No. 1—4.
Cape Town. South African Philosophical Society, Transactions, vol. XVI, p. 2—3.
Colombo. Royal Botanic Gardens, Peradeneya, Annals, vol. II, p. 3; vol. III, p. 1; Circulars, vol. III, No. 14—15.
Melbourne. Royal Society of Victoria, Proceedings, n. Series, vol. XVIII, p. 2; vol. XIX, p. 1.
Sidney. Australasian Association for the Advancement of Science, Report, vol. X, 1904.
Sidney. Australian Museum, Records, vol. VI, No. 3; Report, vol. LI, 1905; Memoirs, vol. IV.
Tokyo. Deutsche Gesellschaft für Natur- und Volkerkunde Ostasiens, Mitteilungen, Bd. X, Teil 2—3.
Tokyo. College of Science, Imperial University, Journ., vol. XX, No. 8-12; vol. XXI, No. 1; Mitteilungen aus der mediz. Fakultät, Bd. VI, No. 4; Calendar 1905/06.
Wellington. New Zealand Institute, Transactions and Proceedings, vol. XXXII—XXXVIII, 1899—1905.

C. Anschaffungen.

Akademien und Allgemeines.

Année biologique 1903, vol. VIII.
Archiv für Anthropologie, n. Folge, Bd. IV, Heft 2–4; Bd. V, Heft 1–4.
Archiv für gesamte Physiologie (Pflüger), Bd. CX, No. 5–12; Bd. CXI–CXIV; Bd. CXV, No. 1–4.
Archiv für mikroskopische Anatomie, Bd. LXVII, Heft 3–4; Bd. LXVIII, Heft 1–4; Bd. LXIX, Heft 1.
Archivio per l'antropologia e la etnologia, 1904, vol. XXXIV, fasc. 1–3; 1905, vol. XXXV, fasc. 1–3.
Bulletin et Mémoires de la Société d'Anthropolog. de Bruxelles, tome XXIII, 1904.
Centralblatt, biologisches, 1905, Bd. XXV, No. 23–24; 1906, Bd. XXVI, No. 1–23.
Centralblatt für Physiologie, 1905, Bd. XIX, No. 17–22 und Beilagen, 23–26, 26a; 1906, Bd. XX, No. 1–12 und Beilage, 13–15.
Comptes-rendus de l'Association française pour l'avancement des sciences, Session XXXIV, 1905.
Denkschriften der Akademie der Wissenschaften, Wien, Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse, Bd. LXXVIII.
Denkschriften, neue, der allgemeinen schweizer. Gesellschaft für die gesamten Naturwissenschaften, Bd. XL, No. 3.
Journal, the quarterly, of microscopical Science, n. series, vol. XLIX, part 2, No. 194; part 3, No. 195; part 4, No. 196; vol. L, part 1, No. 197; part 2, No. 198; part 3, No. 199.
Magazine, philosophical, and Journal of Science, 1905, vol. X, December; 1906, vol. XI, January-June; vol. XII, July-October.
Naturalist, the American, 1905, vol. XXXIX, No. 467–468; 1906, vol. XL, No. 469–478.
Report of the british Association for the Advancement of Science, 1903–1905.
Science, n. series, vol. XXII, No. 568–574; vol. XXIII, No. 575–600; vol. XXIV, No. 601–618.
Transactions, philosophical, of the Royal Society of London, Series A, vol. CCV.
Verhandlungen der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Aerzte, 77. Versammlung, Teil 1, 2, Heft 1–2.
Zeitschrift für wissenschaftliche Mikroskopie, Bd. XXII, Heft 3–4; Bd. XXIII, Heft 1–2.

Astronomie, Meteorologie.

Connaissance des temps, publ. par le Bureau de Longitudes pour 1907.
Hann, Jul., Lehrbuch der Meteorologie, 2. Auflage, Leipzig, 1905/06, Lfg. 8 (Schluss).
Jahrbuch, Berliner astronomisches, für 1908.
Nachrichten, astronom., Bd. CLXIX, No. 4053-4058; Bd. CLXX, No. 4059-4080; Bd. CLXXI, No. 4081–4104; Bd. CLXXII, No. 4105–4127.
Zeitschrift für Meteorologie, 1905, No. 11–12; 1906, No. 1–10.

Botanik.

Annales des sciences naturelles, Botanique, 9e série, t. II, no. 1–6; t. III, no. 1–6; t. IV, no. 1–3.
Annales du Jardin botanique de Buitenzorg, 2e série, vol. V, p. 2.

Annals of Botany, vol. XX, No. 77—80.
Bulletin de la Société botanique de France, tome L, 1903, no. 10; tome LI, 1904, Appendix; t. LII, 1905, nos. 7—8 und Appendix; t. LIII, 1906, nos. 1—6; Mémoires, t. LII, 1905, nos. 2—3, 3b, 4—5.
Engler und Prantl, die natürlichen Pflanzenfamilien, Lfg. 224—226; Ergänzungsheft Bd. II, Lfg. 1—2.
Hedwigia, Organ für Kryptogamenkunde, Bd. XLV, Heft 2—6.
Jahrbücher für wissenschaftl. Botanik, Bd. XLII, Heft 3—4; Bd. XLIII, Heft 1—3.
Journal de Botanique, 1905, année XIX, nos. 5—12; 1906, année XX. nos. 1—3.
Rabenhorst, Kryptogamenflora, Teil I, Abt. VIII, Pilze, Lfg. 99—102; Teil VI, Abt. Lebermoose, Lfg. 1—2.
Reichenbach, Deutschlands Flora, I. Serie, Bd. XIX, Teil II, Lfg. 6—9; Bd. XXIV, Lfg. 9 (258); 10 (259).
Schmidt, Atlas der Diatomaceenkunde, Heft 66.

Geographie, Ethnographie.

Abhandlungen der K. K. geograph. Gesellschaft in Wien, Bd. VI, 1905, No. 3.
Archiv, internationales, für Ethnographie, Bd. XVII, Heft 5—6; Bd. XVIII. Heft 1—2.
Forschungen zur deutschen Landes- und Volkskunde, Bd. XVI, Heft 2—3.
Jahrbuch des schweizer. Alpenklubs, Jahrg. XLI, 1905/06, und Beilage.
Jahrbuch, geographisches, Bd. XXVIII. 1905, Teil 1—2.
Mitteilungen der geographischen Gesellschaft, Wien, Bd. XLVIII, No. 10—12; Bd. XLIX, No. 1—9.
Penck, Geographische Abhandlungen, Bd. VII, Heft 4.
Süd-Polar-Expedition, deutsche (Drygalski), 1901—03; Bd. I, Heft 1; Bd. II, Heft 1; Bd. VI. Heft 1; Bd. VII, Heft 1; Bd. IX; Zoologie, Bd. I, Heft 1—3. Berlin 1905/06.

Geologie, Petrographie, Mineralogie und Palæontologie.

Abhandlungen der schweiz. palæontologischen Gesellschaft, vol. XXXII, 1905.
Abhandlungen, geologische und palæontologische, n. Folge, Bd. VIII, Heft 1—2.
Annales des Mines, 10e série, t. VIII, livr. 8—12; t. IX, livr. 1—6; t. X., no. 7.
Beiträge zur Palæontologie und Geologie Oesterreich-Ungarns und des Orients, Bd. XVIII, Heft 3—4; Bd. XIX, Heft 1.
Centralblatt für Mineralogie, Geologie und Palæontologie, 1905, No. 22—24; 1906, No. 1—21.
Eclogæ geologicæ helvetiæ, Mitteilungen, Bd. VIII, No. 6; Bd. IX, No. 1.
Jahrbuch, neues, für Mineralogie, Geologie und Palæontologie, Hauptwerk, 1905, Bd. II, Heft 3; 1906, Bd. I, Heft 1—3; Bd. II, Heft 1—2; Beilagebände, Bd. XXI, Heft 2—3; Bd. XXII, Heft 1—2; Repertorium für 1900—1904 (Hauptwerk), und für Beilagebände XIII—XX.
Jahreshefte, geognostische, Jahrg. XVII, 1904.
Journal, the quarterly, of the geological Society, vol. LXI, p. 4; vol. LXII, p. 1-3.
Magazine, geological, new series, Decade V, vol. II, No. 12; vol. III, No. 1—10.
Palæontographica, Bd. LII, Lfg. 2—6; Bd. LIII, Lfg. 1—3.
Tschermaks mineralogische und petrograph. Mitteilungen, n. Folge, Bd. XXIV, Heft 4—6; Bd. XXV, Heft 1—4.
Zeitschrift für Krystallographie, Bd. XLI, Heft 1—6; Bd. XLII, Heft 1—5.

Mathematik.

Archiv für Mathematik und Physik (Grunert), 3. Reihe, Bd. X, Heft 1—4.
Giornale di matematiche, vol. XLIII, 1905, September-Dezember; vol. XLIV, 1906, Januar-August.
Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik,, Bd. XXXV, 1904, Heft 1.
Journal de Mathématiques, 6e série, t. I, 1905, fasc. 4; t. II, 1906, fasc. 1—2.
Journal für reine und angewandte Mathematik, Bd. CXXIX, Heft 3—4; Bd. CXXX, Heft 4; Bd. CXXXI, Heft 1—4.
Journal, the quarterly, of pure and applied mathematics. vol. XXXVII, No. 2—4; vol. XXXVIII, No. 1.
Messenger of Mathematics, n. series, vol. XXXV, No. 8—12; vol. XXXVI, No. 1—5.
Monographs, mathematical, New York, No. 1, 5—10.
Revue de Mathématiques (Revista), vol. VIII, no. 5; Beilage: Bollettino di bibliografia, anno VIII, 1905, Juli-Dezember; anno IX, 1906, fasc. 1—2.

Physik, Chemie.

Annalen der Physik, 4. Folge, Bd. XVIII, Heft 3—5; Bd. XIX, Heft 1—10.
Annales de chimie et de physique, 8e série, t. VI, 1905, Décembre; t. VII, 1906, Janvier-Octobre.
Bartholomew, J. G. und A. J. Herbertson. Atlas of meteorology (Bartholomew's physical Atlas, vol. III), London, 1899.
Beiblätter zu den Annalen der Physik, 1905, No. 22—24; 1906, No. 1—20.
Gazetta chimica, anno XXXV, 1905, p. 1—2, anno XXXVI, 1906, p. 1, fasc. 1—6; part 2, fasc. 1, 3.
Gerland, Geo., Beiträge zur Geophysik, Bd. VIII, Heft 1; Ergänzungsband III.
Heaviside, Oliver. Electromagnetic theorie. 2 vol., London, 1893—99.
Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie, 1903, Heft 9; 1904, Heft 3—9.
Journal de physique, 4e série, tome IV, 1905, Novembre-Décembre; tome V, 1906, Janvier-Octobre.
Journal für praktische Chemie, n. Folge, Bd. LXXII, No. 23—24; Bd. LXXIII, No. 1—18.
Journal of the Chemical Society, 1905, November-December; 1906, January-October; Index 1905.
Liebigs Annalen der Chemie, Bd. CCCXLIII—CCCXLIX.
Lorentz, Abhandlungen über theoretische Physik, Bd. I, Lfg. 1.
Moissan, Traité de chimie minérale, tome I—V, Paris, 1904/06.
Zeitschrift für physikalische Chemie, Bd. LIII, Heft 6; Bd. LIV—LVI; Bd. LVII, Heft 1.

Zoologie.

Annales des sciences naturelles, Zoologie, 9e série, tome II, nos. 4—6; tome III, nos. 1—6; tome IV, nos. 1—3.
Archiv für Naturgeschichte, Jahrg. LXIV, Bd. II, Jahrg. LXV, Bd. II, Heft 1, 3; Jahrg. LXVI, Bd. II, Heft 3; Jahrg. LXVIII, Bd. II, 2. Hälfte, Lfg. 1; Jahrg. LXXI, Bd. I, Heft 3; Bd. II, Heft 2, Lfg. 1; Jahrg. LXXII, Bd. I, Heft 1—2.
Brusina, Iconographia molluscorum fossilium, Atlas. Agram, 1902.
Fauna und Flora des Golfes von Neapel, Bd. XXVIII.
Gervais, Paul. Zoologie et Paléontologie françaises. Nouvelles recherches sur les animaux vertébrés, 2. édit. Texte et Atlas. Paris, 1859.

Jahresbericht, Zoologischer, herausg. von der Zoologischen Station zu Neapel für 1904 und 1905.

Journal de Conchyliologie, vol. LIII, nos. 2 - 4; vol. LIV, no. 1.

Journal für Ornithologie, Jahrg. LIII, 1905, Heft 1—4; Jahrg. LIV, Heft 1—2 und Sonderheft, 3—4.

Mitteilungen aus der zoologischen Station zu Neapel, Bd. XVII, Heft 1—4.

Plankton-Expedition, Ergebnisse, Bd. II, Fb.: Schiemenz, Pteropoden; Gg.: Vávra, Astracoden; Bd. III, La.: Brandt, Tintinnodeen, Tafelbd. und Tafelerklärungen; Lh. 3: Borgert, Atlanticellidae.

Proceedings of the London Zoological Society, 1901, vol. II, part 1.

Transactions of the Entomological Society, London, 1905, p. III—V.

Der Bibliothekar:
Hans Schinz.

Verzeichnis der Mitglieder

der

Naturforschenden Gesellschaft in Zürich

(31. Dezember 1906).

a. Ordentliche Mitglieder.

			Aufn. Jahr.
1.	Hr.	Escher-Bodmer, Johann Jakob, Dr. jur., a. Oberrichter	1846
2.	-	Rahn-Meyer, Konrad, Dr. med.	1854
3.	-	Sidler, Georg, Dr., Professor an der Universität Bern	1855
4.	-	Escher-Hess, Johann Kaspar, Kaufmann	1856
5.	-	Graberg, Friedrich, Zeichenlehrer	1860
6.	-	Huber-Werdmüller, Peter Emil, Oberst	1863
7.	-	Fiedler, Wilhelm, Dr., Professor am Polytechnikum	1867
8.	-	Rose, Edmund, Dr. med., Professor a. d. Universität Berlin	1868
9.	-	Beck, Alexander, Dr., Professor	1870
10.	-	Fliegner, Albert, Dr., Professor am Polytechnikum	1870
11.	-	Heim, Albert, Dr., Professor am Polyt. und a. d. Univ.	1870
12.	-	Affolter, Ferdinand Gabriel, Dr., Prof. am Polytechnikum	1870
13.	-	Suter, Heinrich, Dr., Professor an der Kantonsschule	1871
14.	-	Bollinger, Otto, Dr. med., Professor a. d. Univ. München	1871
15.	-	Schulze, Ernst, Dr., Professor am Polytechnikum	1872
16.	-	Mayer-Eymar, Karl, Dr., Professor an der Universität	1872
17.	-	Tobler, Adolf, Dr., Professor am Polytechnikum	1873
18.	-	Kleiner, Alfred, Dr., Professor a. d. Univ. und Erziehungsrat	1873
19.	-	Gnehm, Robert, Dr., Präsident des schweiz. Schulrates	1873
20.	-	Seitz, Johann, Dr. med., Privatdozent an der Universität	1874
21.	-	Stickelberger, Ludwig, Dr., Prof. a. d. Univ. Freiburg i. B.	1874
22.	-	Wundt, Wilhelm, Dr. med., Professor a. d. Univ. Leipzig	1874
23.	-	Escher, Rudolf, Professor am Polytechnikum	1874
24.	-	Ott-Werner, Karl, Müllheim (Thurgau)	1874
25.	-	Weber, Heinr. Friedr., Dr., Professor am Polytechnikum	1875
26.	-	Meister, Jakob, Professor a. d. Kantonsschule Schaffhausen	1875
27.	-	Stoll, Otto, Dr., Professor an der Universität	1875
28.	-	Keller, Konrad, Dr., Professor am Polytechnikum	1875
29.	-	Lunge, Georg, Dr., Professor am Polytechnikum	1876
30.	-	Brunner, Rudolf, Chemiker, Küsnacht	1877

			Aufn. Jahr.
31.	Hr.	Schöller, Caesar, Fabrikant	1878
32.	-	Huguenin, Gustav, Dr. med., Professor a. d. Universität	1878
33.	-	Schröter, Karl, Dr., Professor am Polytechnikum	1878
34.	-	Stebler, Friedr. Gottl., Dr., Vorstand der schweiz. Samenkontrollanstalt	1879
35.	-	Abeljanz, Harutjun, Dr., Professor an der Universität	1880
36.	-	Ganter, Heinrich, Dr., Professor a. d. Kantonsschule Aarau	1880
37.	-	Wolfer, Alfred, Dr., Professor am Polyt. und a. d. Univ.	1880
38.	-	Haab, Otto, Dr. med., Professor an der Universität	1880
39.	-	Rothpletz, August, Dr., Professor a. d. Univ. München	1880
40.	-	Denzler, Albert, Dr., Privatdozent am Polytechnikum	1881
41.	-	Rudio, Ferdinand, Dr., Professor am Polytechnikum	1881
42.	-	Maurer, Julius, Dr., Direktor der meteorol. Centralanstalt	1881
43.	-	Goldschmidt, Heinrich, Dr., Prof. a. d. Univ. Christiania	1881
44.	-	Egli-Sinclair, Theodor, Dr. med.	1881
45.	-	Constam, Joseph Emil, Dr., Professor	1881
46.	-	Beust, Fritz v., Dr., Direktor d. Erziehungsanstalt F. Beust	1881
47.	-	Beyel, Christian, Dr., Privatdozent am Polytechnikum	1882
48.	-	Keller-Escher, Karl, Dr., a. Kantonsapotheker	1882
49.	-	Imhof, Othmar Emil, Dr., Brugg	1882
50.	-	Bühler, Anton, Dr., Professor an der Universität Tübingen	1882
51.	-	Kronauer, Hans, Dr., Mathematiker d. schweiz. Rentenanstalt	1883
52.	-	Schottky, Friedrich, Dr., Professor a. d. Universität Berlin	1883
53.	-	Wyss, Oskar, Dr. med., Professor an der Universität	1883
54.	-	Burkhard-Streuli, Werner, Ingenieur	1883
55.	-	Mende-Ernst, Theophil, Dr. med.	1883
56.	-	Escher-Kündig, Jakob Christoph, Kaufmann	1883
57.	-	Geiser, Karl Friedrich, Dr., Professor am Polytechnikum	1883
58.	-	Schwarzenbach, Julius, Thalwil	1883
59.	-	Bodmer, Kaspar	1883
60.	-	Stadler, Salomon, Dr., Rektor der höheren Töchterschule	1883
61.	-	Muralt-v. Planta, Wilhelm v., Dr. med.	1883
62.	-	Zollinger, Ernst, Fabrikant	1884
63.	-	Culmann, Paul, Dr., Paris	1885
64.	-	Mertens, Evariste, Landschaftsgärtner, Privatdozent a. Polyt.	1886
65.	-	Gaule, Justus, Dr. med., Professor an der Universität	1887
66.	-	Fick, Adolf, Dr. med., Privatdozent a. d. Universität	1887
67.	-	Monakow, Konstantin v., Dr. med., Professor a. d. Univ.	1887
68.	-	Koch-Vlierboom, Ernst	1887
69.	-	Wenk, Ernst, Dr., Direktor des Institutes Erica	1888
70.	-	Emden, Robert, Dr., Privatdozent an der techn. Hochschule München	1888
71.	-	Krönlein, Ulrich, Dr. med., Professor an der Universität	1888
72.	-	Flury, Philipp, Assistent der forstlichen Versuchsstation	1888
73.	-	Huber-Stockar, Emil, Direktor der Maschinenfabrik Oerlikon	1888
74.	-	Annaheim, Joseph, Dr., Chemiker	1888
75.	-	Messerschmitt, Johann Baptist, Dr., Hamburg, Seewarte	1889
76.	-	Bommer, Albert, Apotheker	1889
77.	-	Hommel, Adolf, Dr. med.	1889
78.	-	Bänziger, Theodor, Dr. med.	1889
79.	-	Schulthess-Schindler, Anton v., Dr. med.	1889
80.	-	Zschokke, Erwin, Dr., Professor an der Universität	1889

		Aufn. Jahr.
81.	Hr. Standfuss, Max, Dr., Professor am Polytechnikum . .	1889
82.	- Grimm, Albert, Dr. med.	1889
83.	- Schall, Karl, Dr., Privatdozent a. d. Universität Leipzig .	1889
84.	- Ritzmann, Emil, Dr. med.	1889
85.	- Bleuler, Herm., Oberst, a. Präsident d. schweizer. Schulrates	1889
86.	- Heuscher, Johann, Dr., Professor an der Universität .	1889
87.	- Lang, Arnold, Dr., Professor a. Polyt. und a. d. Univ. .	1889
88.	- Fiedler, Ernst, Dr., Professor an der Kantonsschule . .	1889
89.	- Schinz, Hans, Dr., Professor an der Universität . . .	1889
90.	- Aeppli, August, Dr., Professor an der Kantonsschule .	1889
91.	- Martin, Paul, Dr., Professor an der Universität Giessen .	1889
92.	- Stöhr, Philipp, Dr. med., Professor a. d. Univ. Würzburg .	1889
93.	- Overton, Ernst, Dr., Professor a. d. Universität Würzburg	1890
94.	- Zschokke, Achilles, Dr., Direktor der Weinbauschule, Neustadt (Pfalz) .	1890
95.	- Pfister, Rudolf, Dr., Lyon	1890
96.	- Gamper, Eduard, Apotheker, Winterthur	1890
97.	- Bretscher, Konrad, Dr., Privatdozent an der Universität .	1890
98.	- Martin, Rudolf, Dr., Professor an der Universität . .	1890
99.	- Roth, Otto, Dr. med., Professor am Polytechnikum . .	1891
100.	- Felix, Walter, Dr. med., Professor an der Universität . .	1891
101.	- Müller-Thurgau, Herm., Dr., Prof., Direktor d. Schweiz. Versuchsanstalt Wädenswil	1891
102.	- Ris, Friedrich, Dr. med., Direktor d. Pflegeanstalt Rheinau	1892
103.	- Driesch, Hans., Dr., Heidelberg	1892
104.	- Herbst, Kurt, Dr., Heidelberg	1892
105.	- Fritschi, Friedrich, Erziehungsrat	1892
106.	- Bosshard, Heinrich, Dr., Professor an der Kantonsschule .	1892
107.	- Swerinzew, Leonidas, Dr., Petersburg	1892
108.	- Hurwitz, Adolf, Dr., Professor am Polytechnikum . .	1892
109.	- Hartwich, Karl, Dr., Professor am Polytechnikum . .	1892
110.	- Zuppinger, Emil, Fabrikant, Wallisellen	1892
111.	- Disteli, Martin, Dr., Prof. a. d. t. Hochschule Dresden .	1892
112.	- Werner, Alfred, Dr., Professor an der Universität .	1892
113.	- Hofer, Hans, Lithograph	1892
114.	- Zuberbühler, Arnold, Sekundarlehrer, Wädenswil . .	1892
115.	- Franel, Jérôme, Dr., Professor am Polytechnikum . .	1892
116.	- Denzler, Wilhelm, Ingenieur, Küsnacht	1892
117.	- Bührer, A., Apotheker, Clarens-Montreux	1893
118.	- Wyssling, Walter, Dr. Prof. am Polytechnikum, Wädenswil	1893
119.	- Ribbert, Hugo, Dr. med., Professor a. d. Universität Bonn	1893
120.	- Kleiber, Albert, Dr., Kantonschemiker, Glarus . . .	1893
121.	- Wettstein, Walter, Sekundarlehrer	1893
122.	- Meister, Otto, Dr., Chemiker, Thalwil	1893
123.	- Winterstein, Ernst, Dr., Professor am Polytechnikum . .	1893
124.	- Meister, Friedrich, Sekundarlehrer, Horgen	1893
125.	- Grubenmann, Ulrich, Dr., Professor a. Polyt. u. a. d. Univ.	1893
126.	- Bissegger, Eduard, Direktionssekretär der Rentenanstalt .	1893
127.	- Stauffacher, Hch., Dr., Prof. a. d. Kantonsschule Frauenfeld	1893
128.	- Gysi, Alfred, Dr. med.	1893
129.	- Schulthess, Wilhelm, Dr. med., Privatdozent a. d. Univ. .	1893
130.	- Oppliger, Fritz, Dr., Seminarlehrer, Küsnacht . . .	1893

			Aufn. Jahr.
131.	Hr.	Bohbeck, Kasimir, Professor, Przemysl, Galizien	1894
132.	-	Claraz, George, A.	1894
133.	-	Stodola, Aurel, Dr., Professor am Polytechnikum	1894
134.	-	Prášil, Franz, Dr., Professor am Polytechnikum	1894
135.	-	Treadwell, Ferdinand P., Dr., Professor am Polytechnikum	1894
136.	-	Wild, Paul F., in Firma Orell Füssli & Cie.	1894
137.	-	Grete, E. August, Dr., Vorstand der schweiz. landwirtschaftlichen Versuchsstation	1894
138.	-	Schärtlin, Gottfr., Dr., Direktor der schweiz. Rentenanstalt	1894
139.	-	Rikli, Martin, Dr., Privatdozent am Polytechnikum	1894
140.	-	Kiefer, Adolf, Dr., Professor am Institut Concordia	1894
141.	-	Hescheler, Karl, Dr., Professor an der Universität	1894
142.	-	Bertsch, Roland, Dr., Direktor des Institutes Concordia	1895
143.	-	Bloch, Isaak, Dr., Prof. a. d. Kantonsschule Solothurn	1895
144.	-	Stebler, Karl, Lehrer	1895
145.	-	Lehner, Friedrich, Dr., Fabrikdirektor	1895
146.	-	Wartenweiler, Traugott, Sekundarlehrer, Oerlikon	1895
147.	-	Früh, Johann Jakob, Dr., Professor am Polytechnikum	1895
148.	-	Wehrli, Leo, Dr., Lehrer an der höhern Töchterschule	1895
149.	-	Kehlhofer, Wilhelm, Wädenswil	1895
150.	-	Schellenberg, Hans, Dr., Privatdozent am Polytechnikum	1895
151.	-	Lüdin, Emil, Dr., Professor am Technikum Winterthur	1896
152.	-	Burri, Robert, Dr., Professor am Polytechnikum	1896
153.	-	Frei, Hans, Dr., Seminarlehrer, Küsnacht	1896
154.	-	Lacombe, Marius, Professor am Polytechnikum	1896
155.	-	Brunner, Friedrich, Dr. med.	1896
156.	-	Holliger, Wilhelm, Dr., Seminarlehrer, Wettingen	1896
157.	-	Eggeling, Heinrich, Dr. med., Professor a. d. Univ. Jena	1896
158.	-	Schellenberg, Kaspar, Dr., Tierarzt	1896
159.	-	Herzog, Albin, Dr., Professor am Polytechnikum	1896
160.	-	Dörr, Karl, Dr. med., Frankfurt a./M.	1896
161.	-	Kopp, Robert, Dr., Professor a. d. Kantonsschule St. Gallen	1896
162.	-	Minkowski, Hermann, Dr., Professor a. d. Univ. Göttingen	1896
163.	-	Raths, Jakob, Sekundarlehrer	1897
164.	-	Lorenz, Richard, Dr., Professor am Polytechnikum	1897
165.	-	Studer, Heinrich, Ingenieur	1897
166.	-	Burkhardt, Heinrich, Dr., Professor an der Universität	1897
167.	-	Bachmann, Hans, Dr., Professor a. d. Kantonsschule Luzern	1897
168.	-	Ruge, Georg, Dr. med., Professor an der Universität	1898
169.	-	Frey, Max v., Dr. med., Professor a. d. Univ. Würzburg	1898
170.	-	Höber, Rudolf, Dr. med., Privatdozent a. d. Universität	1898
171.	-	Schäfer, R. William, Dr. (z. Z. in Baden-Baden)	1898
172.	-	Sperber, Joachim, Dr., Lehrer	1898
173.	-	Wegmann, Gustav, Ingenieur	1898
174.	-	Gouzy, Edmund August, Professor	1898
175.	-	Schoch-Etzensperger, Emil, Dr.	1898
176.	-	Erismann, Friedrich, Dr. med., Professor, Stadtrat	1898
177.	-	Gramann, August, Dr., Bezirkslehrer in Unter-Kulm	1899
178.	-	Erb, Joseph, Dr.	1899
179.	-	Dürst, Joh. Ulrich, Dr., Privatdozent am Polytechnikum	1899
180.	-	Lalive, August, Prof. a. Gymn. La Chaux-de-Fonds	1899

			Aufn. Jahr.
181.	Hr.	Field, Herbert Haviland, Dr., Direktor des Concilium bibliographicum .	1899
182.	-	Zulauf, Gottlieb, Fabrikant opt. Apparate	1900
183.	-	Volkart, Alb., Dr., Assistent a. d. Samenkontrollanstalt .	1900
184.	-	Huber, Hermann, Ingenieur	1900
185.	-	Burri, Franz Xaver, Forstinsp. der Gotthardbahn, Luzern	1900
186.	-	Ernst, Julius Walter, Meteorolog	1900
187.	-	Bleuler, Eugen, Dr. med., Professor an der Universität .	1900
188.	-	Sigg-Sulzer, Johann Gottfried, Kaufmann	1900
189.	-	Walder, Franz, Dr., Chemiker	1900
190.	-	Schmidt, Jakob Oskar, Dr., Direktor der Accumulatorenfabrik Oerlikon .	1900
191.	-	Frick, Theodor, Dr. med., Zahnarzt	1900
192.	-	Bolleter, Eugen, Dr., Sekundarlehrer	1900
193.	-	Bächler, Emil, Konservator a. naturhist. Museum, St. Gallen	1901
194.	-	Künzli, Emil, Dr., Prof. an der Kantonsschule Solothurn .	1901
195.	-	Seiler, Ulrich, Dr., Professor an der Kantonsschule . .	1901
196.	-	Ernst, Paul, Dr. med., Professor an der Universität . .	1901
197.	-	Pfeiffer, Paul, Dr., Privatdozent an der Universität . .	1901
198.	-	Ernst, Alfred, Dr., Professor an der Universität . . .	1901
199.	-	Meyer-Hürlimann, Karl, Dr. med.	1901
200.	-	Scherrer, Otto, Dr., Professor an der Kantonsschule .	1901
201.	-	Cloetta, Max, Dr. med., Professor an der Universität .	1902
202.	-	Keller, Konrad, Landwirt, Oberglatt	1902
203.	-	Bircher, Max, Dr. med.	1902
204.	-	Bircher, Ernst F., Dr. jur., Rechtsanwalt	1902
205.	-	Maurizio, Adam, Dr., Privatdozent am Polytechnikum .	1902
206.	-	Schaufelberger, Wilhelm, Dr.	1902
207.	-	Gugler, Karl, Ingen., a. Direktor d. v. Rollschen Eisenwerke	1902
208.	-	Schweitzer, Alfred, Dr., Professor am Polytechnikum .	1902
209.	-	Beglinger, Johann, Fabrikant, Wetzikon	1902
210.	-	Weiss, Pierre, Dr., Professor am Polytechnikum . .	1902
211.	-	Nägeli, Otto, Dr. med., Privatdozent a. d. Universität .	1902
212.	-	Ziegler, Konrad, Pfarrer in Ilanz	1902
213.	-	Brandenberger, Konrad, Dr., Professor a. d. Kantonsschule	1902
214.	-	Amberg, Otto, Dr., Rektor der Bezirksschule in Menziken	1903
215.	-	Ulrich, Alfr., Dr. med., ärztl. Leiter d. Anstalt f. Epileptische	1903
216.	-	Osterwalder, Adolf, Dr., Assistent, Wädenswil . . .	1903
217.	-	Wehrli, Hans, Dr.	1903
218.	-	Hegi, Gustav, Dr., Kustos am bot. Garten, München . .	1903
219.	-	Zeller, Heinrich, Dr. jur., Rechtsanwalt	1903
220.	-	Stoppany, Giovanni Ambrosio, Dr. med.	1903
221.	-	Oswald, Adolf, Dr. phil. et med., Privatdozent an der Universität .	1903
222.	-	Jordan, Hermann, Dr., Privatdozent an der Universität .	1903
223.	-	Jaccard, Paul, Dr., Professor am Polytechnikum . .	1903
224.	-	Grisch, Andreas, Assistent an der Samenkontrollanstalt .	1903
225.	-	Pestalozzi-Bürkli, Anton, Dr.	1903
226.	-	Veraguth, Otto, Dr. med., Privatdozent a. d. Universität .	1903
227.	-	Rothpletz, Gottlieb Friedrich, Stadtgärtner	1903
228.	-	Bernheim-Karrer, Jakob, Dr. med., Privatdozent an der Universität .	1903
229.	-	Hirsch, Arthur, Dr., Professor am Polytechnikum . .	1903
230.	-	Wild-Schläpfer, Felix, Direktor bei Orell Füssli . . .	1903

			Aufn. Jahr.
231.	Hr.	Meister, Ulrich, Dr., Oberst und Nationalrat	1903
232.	-	Ernst, Theodor, Optiker	1903
233.	-	Silberschmidt, William, Dr. med., Prof. a. d. Universität	1903
234.	-	Stäubli, Karl, Dr. med., München	1903
235.	-	Dilthey, Walter, Dr., Privatdozent an der Universität	1903
236.	-	Rübel, Eduard, Dr.	1903
237.	-	Büeler, Hermann, Chemiker	1903
238.	-	Ehrhardt, Jakob, Dr., Professor an der Universität	1903
239.	-	Schlaginhaufen, Otto, Dr., Berlin	1904
240.	-	Staub, Joh., Dr., Lehrer a. d. höhern Töchterschule Luzern	1904
241.	-	Lüthi, Adolf, Lehrer am Institut Concordia	1904
242.	-	Beck, Bernhard, Rektor des freien Gymnasiums	1904
243.	-	Zangger, Heinrich, Dr., Professor an der Universität	1904
244.	-	Reitz, Wilhelm, Oberingenieur bei Escher Wyss & Co.	1904
245.	-	Bühler, Anton, Dr. med., Privatdozent an der Universität	1904
246.	-	Schäppi, Theodor, Dr. med.	1904
247.	-	Huber, Paul, Assistent, Wädenswil	1904
248.	-	Bluntschli, Hans, Dr., Assistent am anat. Institut	1904
249.	-	Machwürth, Josef, Dr., Prof., Zahnarzt	1904
250.	-	Aeppli, Heinrich, Sekundarlehrer, Horgen	1904
251.	-	Wettstein, Ernst, Dr., Professor an der Kantonsschule	1904
252.	-	Weber, Friedrich, Dr., Geolog	1904
253.	-	Rollier, Louis, Dr., Privatdozent am Polytechnikum und an der Universität	1905
254.	-	Kienast, Alfred, diplom. Math.	1905
255.	-	Fenner, Karl, Dr., Lehrer an der Kantonsschule	1905
256.	-	Wepfer, Gustav, Oberbergrat in Stuttgart	1905
257.	-	Rascher, Max, Buchhändler	1905
258.	-	Beer, Robert, Buchhändler i. F. Fäsi u. Beer	1905
259.	-	Arbenz, Paul, Dr.	1905
260.	-	Müller, Albert, Buchhändler	1905
261.	-	Jabs, Asmus, techn. Direktor	1905
262.	-	Willstätter, Richard, Dr., Professor am Polytechnikum	1905
263.	-	Huber, Gottfried, Dr., Lehrer am Institut Concordia	1905
264.	-	Grandmougin, Eugène, Dr., Professor am Polytechnikum	1905
265.	-	Schmid, Eduard, Dr., Assistent an der Universität	1905
266.	-	Heubner, Wolfgang, Dr. med.	1905
267.	-	Steiger, Adolf, Dr. med.	1905
268.	-	Ernst, Heinrich, Regierungsrat	1905
269.	-	Egli, Karl, Dr., Professor an der Kantonsschule	1905
270.	-	Ganz, Emil, Photograph	1905
271.	-	Mollison, Theodor, Dr. med., Assistent a. anthrop. Institut der Universität	1905
272.	-	Gassmann, Theodor, Dr., Zahnarzt	1905
273.	-	Fingerhuth, Max, Dr. med.	1905
274.	-	Gerlach, Rudolf, Dr., Seminarlehrer in Küsnacht	1905
275.	-	Minnich, Walter, Dr. med.	1906
276.	-	Lämmel, Rudolf, Dr., Lehrer	1906
277.	-	Daiber, Marie, Dr., Assist. am zool. Inst.	1906
278.	-	Wreschner, Arthur, Dr., Privatdoz. a. Polyt. u. a. d. Univ.	1906
279.	-	Zschokke, Bruno, Privatdozent am Polytechnikum	1906
280.	-	Zürcher, Heinrich, in Firma Zürcher & Furrer	1906

		Aufn. Jahr.
281.	Hr. Eggenberger, Johannes, Dr., Versicherungsmathematiker .	1906
282.	- Zietzschmann, Otto, Dr., Professor an der Universität .	1906
283.	- Bürgi, Oskar, Professor an der Universität	1906
284.	- Schläpfer-Rippstein, Apotheker	1906
285.	- Heim, Arnold, Dr., Geolog	1906
286.	- Adler, Fritz, Dr.	1906

b. Ehrenmitglieder.

1.	Hr. Fischer, Ludwig v., Dr., Professor, Bern	1883
2.	- Kohlrausch, Friedrich, Dr., Professor, Marburg . . .	1883
3.	- Amsler-Laffon, Jakob, Dr., Professor, Schaffhausen . .	1894
4.	- Zeuner, Gustav, Dr., Professor, Dresden	1896
5.	- Dedekind, Richard, Dr., Professor an der technischen Hochschule Braunschweig .	1896
6.	- Gräffe, Eduard Heinrich, Insp. d. zoolog. Station, Triest .	1896
7.	- Eberth, Karl Joseph, Dr. med., Professor a. d. Univ. Halle .	1896
8.	- Hermann, Ludimar, Dr. med., Prof. a. d. Univ. Königsberg .	1896
9.	- Reye, Theodor, Dr., Professor a. d. Universität Strassburg .	1896
10.	- Schär, Eduard, Dr., Professor a. d. Universität Strassburg .	1896
11.	- Weber, Heinrich, Dr., Prof. a. d. Universität Strassburg .	1896
12.	- Schwarz, Hermann Amandus, Dr., Professor an der Universität Berlin .	1896
13.	- Choffat, Paul, Dr., Landesgeolog, Lissabon	1896
14.	- Frobenius, Georg, Dr., Professor an der Universität Berlin .	1896
15.	- Hantzsch, Arthur, Dr., Professor a. d. Universität Leipzig .	1896
16.	- Forel, François Alphonse, Dr., Professor, Morges . . .	1896
17.	- Hagenbach-Bischoff, Eduard, Dr., Prof. a. d. Univ. Basel .	1896
18.	- Schwendener, Simon, Dr., Professor a. d. Universität Berlin	1899

c. Korrespondierende Mitglieder.

1.	Hr. Cornaz, Edouard, Dr. med., Neuchâtel	1856
2.	- Margerie, Emmanuel de, Dr., Paris	1883

Vorstand und Kommissionen.

Vorstand.

		Gewählt oder bestätigt.
Präsident:	Hr. Werner, Alfred, Dr., Professor	1906
Vicepräsident:	- Standfuss, Max, Dr., Professor	1906
Sekretär:	- Schoch, Emil, Dr.	1906
Quästor:	- Kronauer, Hans, Dr., Mathem. der Rentenanstalt	1904
Bibliothekar:	- Schinz, Hans, Dr., Professor	1906
Beisitzer:	- Grubenmann, Ulrich, Dr., Professor . . .	1906
	- Huber-Stockar, Emil, Direktor	1906

Druckschriften-Kommission.

Präsident: Hr. Rudio, Ferdinand, Dr., Professor.
Mitglieder: - Heim, Albert, Dr., Professor.
- Lang, Arnold, Dr., Professor.

Engere Bibliotheks-Kommission (Fachbibliothekare).

Präsident: Hr. Schinz, Hans, Dr., Professor.
Mitglieder: - Martin, Rudolf, Dr., Professor.
- Bretscher, Konrad, Dr., Privatdozent.
- Aeppli, August, Dr., Professor.
- Beck, Alexander, Dr., Professor.
- Burkhardt, Heinrich, Dr., Professor.
- Pfeiffer, Paul, Dr., Privatdozent.

Die **weitere Bibliotheks-Kommission** besteht aus dem Präsidenten der Gesellschaft, den Fachbibliothekaren und den Herren: Prof. Dr. K. Keller, Prof. Dr. F. Rudio, Prof. Dr. K. Schröter, Prof. Dr. H. F. Weber, Prof. Dr. A. Werner, Dr. H. H. Field und Dr. M. Rikli.

Abwart: Hr. H. Koch; gewählt 1882.



Vierteljahrsschrift

der

Naturforschenden Gesellschaft

in

Zürich.

Unter Mitwirkung der Herren

Prof. Dr. A. HEIM und Prof. Dr. A. LANG

herausgegeben

von

Dr. FERDINAND RUDIO,

Professor am Eidgenössischen Polytechnikum.

51 +

Einundfünfzigster Jahrgang. 1906. Viertes Heft.

Ausgegeben am 1. März 1907.

Zürich.

in Kommission bei Fäsi & Beer.

1907.

Die **„Vierteljahrsschrift“** der naturforschenden Gesellschaft in Zürich — in Kommission bei Fäsi & Beer — kann durch jede Buchhandlung bezogen werden. Bis jetzt sind erschienen Jahrgang 1—50 (1856—1905) als Fortsetzung der in 4 Bänden (1847—1855) veröffentlichten „Mitteilungen“ der naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Vom 51. Jahrgange an beträgt der Preis der Vierteljahrsschrift 12 Fr. jährlich. Ältere Jahrgänge sind, soweit noch vorhanden, zu reduzierten Preisen erhältlich. Der 41. Jahrgang — Festschrift der naturforschenden Gesellschaft zur Feier ihres 150jährigen Bestehens — kostet 20 Fr. Er besteht aus der Geschichte der Gesellschaft (274 Seiten und 6 Tafeln), aus 35 wissenschaftlichen Abhandlungen (598 Seiten und 14 Tafeln) und einem Supplemente (66 Seiten).

Die seit **1799** in ununterbrochener Folge von der Gesellschaft herausgegebenen **„Neujahrsblätter“** sind ebenfalls durch die Buchhandlung Fäsi & Beer zu beziehen.

Seit 1865 sind erschienen:

G. Asper: Wenig bekannte Gesellschaften kleiner Tiere. 1881. R. Billwiller: Kepler als Reformator der Astronomie. 1878. Die meteorologische Station auf dem Säntis. 1888. K. Bretscher: Zur Geschichte des Wolfes in der Schweiz. 1906. C. Cramer: Bau und Wachstum des Getreidehalmes. 1889. A. Escher v. d. Linth und A. Bürkli: Die Wasserverhältnisse der Stadt Zürich und ihrer Umgebung. 1871. A. Forel: Die Nester der Ameisen. 1893. H. Fritz: Aus der kosmischen Physik. 1875. Die Sonne. 1885. E. Gräffe: Reisen im Innern der Insel Viti Levu. 1868. U. Grubenmann: Ueber die Rutilnadeln einschliessenden Bergkrystalle vom Piz Aul im Bündneroberland. 1899. C. Hartwich: Das Opium als Genussmittel. 1898. O. Heer: Die Pflanzen der Pfahlbauten. 1866. Flachs und Flachskultur. 1872. A. Heim: Einiges über die Verwitterungsformen der Berge. 1874. Ueber Bergstürze. 1882. Geschichte des Zürichsees. 1891. Die Gletscherlawine an der Altels am 11. September 1895 (unter Mitwirkung von L. Du Pasquier und F. A. Forel). 1896. Neuseeland. 1905. K. Hescheler: *Sepia officinalis* L. Der gemeine Tintenfisch. 1902. J. Jäggi: Die Wassernuss und der Tribulus der Alten. 1884. Die Blutbuche zu Buch am Irchel. 1894. C. Keller: Über Farbenschutz in der Tierwelt. 1879. A. Lang: Geschichte der Mammutfunde (mit Bericht über den Fund in Niederweningen). 1892. G. Lunge: Beleuchtung sonst, jetzt und einst. 1900. A. Menzel: Zur Geschichte der Biene und ihrer Zucht. 1865. Die Biene. 1869. C. Moesch: Geologische Beschreibung der Umgebungen von Brugg. 1867. Wohin und warum ziehen unsere Vögel. 1877. Der japanische Riesensalamander und der fossile Salamander von Oeningen. 1887. J. Pernet: Hermann v. Helmholtz. 1895. M. Rikli. Kultur und Naturbilder von der spanischen Riviera. 1907. F. Rudio: Zum hundertsten Neujahrsblatt der Naturforschenden Gesellschaft. 1898. E. Schär: Das Zuckerrohr. 1896. H. Schinz: Schweizerische Afrika-Reisende und der Anteil der Schweiz an der Erschliessung und Erforschung Afrikas überhaupt. 1904. G. Schoch: Ein Tropfen Wasser. 1870. Die Technik der künstlichen Fischzucht. Tabelle zur leichten Bestimmung der Fische der Schweiz. Fischfauna des Kantons Zürich. 1880. C. Schröter: Die Flora der Eiszeit. 1883. Der Bambus. 1886. Die Schwebeflora unserer Seen (das Phytoplankton). 1897. Die Palmen und ihre Bedeutung für die Tropenbewohner. 1901. A. Weilenmann: Über die Luftströmungen, insbesondere die Stürme Europas. 1876. Die elektrischen Wellen und ihre Anwendung zur drahtlosen Strahlentelegraphie nach Marconi. 1903. R. Wolf: Joh. Feer, Beitrag zur Geschichte der Schweizerkarten. 1873.

Zur Beachtung.

Die Bibliothek ist täglich — mit Ausnahme von Sonn- und Festtagen — geöffnet von 9—12 Uhr und ½2—5 Uhr (im Winter bis zum Eintritt der Dunkelheit).





